📝 중3 수학 일반

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q1 제곱근과 실수

다음 중 옳은 것은?

①) ① 16의 제곱근은 4이다

②) ② √25 = ±5

③) ③ 9의 제곱근은 ±3이다

④) ④ (-7)²의 양의 제곱근은 -7이다

🎯 **정답: ③**

📖 제곱근의 정의: 어떤 수 a(a≥0)의 제곱근은 제곱하여 a가 되는 수로, 양의 제곱근과 음의 제곱근 두 개가 있다.
① 16의 제곱근은 ±4 (틀림, 두 개)
② √25는 양의 제곱근만을 의미하므로 5 (틀림)
③ 9의 제곱근은 ±3 (옳음)
④ (-7)² = 49이고, 49의 양의 제곱근은 7 (틀림)
따라서 정답은 ③.

💡 '제곱근(square root)'의 기호 √는 라틴어 radix(뿌리)의 r에서 유래했어!

Q2 근호 계산

$\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8}$ 을 간단히 하면?

①) ① 5√2

②) ② 6√2

③) ③ 7√2

④) ④ 8√2

🎯 **정답: ②**

📖 각 근호를 $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ 꼴로 변형한다.
√18 = √(9·2) = 3√2
√50 = √(25·2) = 5√2
√8 = √(4·2) = 2√2
따라서 3√2 + 5√2 - 2√2 = (3+5-2)√2 = 6√2.
정답은 ②.

💡 근호 안의 수를 가장 작게 만드는 것을 '근호 안의 수를 자연수로 정리한다'고 해.

Q3 다항식 곱셈과 인수분해

$x^2 - 9x + 20$을 인수분해하면?

①) ① (x-2)(x-10)

②) ② (x-4)(x-5)

③) ③ (x+4)(x+5)

④) ④ (x-1)(x-20)

🎯 **정답: ②**

📖 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 공식을 역으로 사용한다.
곱이 20, 합이 -9인 두 수를 찾는다.
곱이 20: (1,20), (2,10), (4,5), (-1,-20), (-2,-10), (-4,-5)
이 중 합이 -9인 쌍은 (-4, -5).
따라서 $x^2 - 9x + 20 = (x-4)(x-5)$.
정답은 ②.

💡 인수분해는 곱셈공식의 '거꾸로' 과정이야. 양방향으로 자유롭게 변환할 수 있어야 해!

Q4 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$의 두 근의 합은?

①) ① 3

②) ② 4

③) ③ 5

④) ④ 6

🎯 **정답: ③**

📖 방법 1) 인수분해: $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3) = 0$이므로 x=2 또는 x=3. 두 근의 합은 2+3=5.
방법 2) 근과 계수의 관계: $ax^2 + bx + c = 0$의 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$.
여기서 a=1, b=-5이므로 두 근의 합은 $-\frac{-5}{1} = 5$.
정답은 ③.

💡 근과 계수의 관계는 16세기 프랑수아 비에트가 발견해서 '비에트의 정리'라고도 불러!

Q5 제곱근과 실수

$\frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{2}}$의 분모를 유리화하여 간단히 하면?

①) ① 2√3 - √2

②) ② √3 - 2√2

③) ③ 2√3 - 2√2

④) ④ 6√3 - 2√2

🎯 **정답: ①**

📖 분모에 무리수가 있으면 분모와 분자에 같은 무리수를 곱해 분모를 유리수로 만든다.

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

따라서 $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$.
정답은 ①.

💡 분모 유리화는 옛날 로그표·삼각함수표를 손으로 계산할 때 '나누기'를 줄여 정확도를 높이려고 도입했어.

Q6 근호 계산

$\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{8}) + \sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{27})$의 값은?

①) ① 2√3 - 7

②) ② 2√3 - 4

③) ③ -2√3 - 7

④) ④ √3 - 4

🎯 **정답: ①**

📖 분배법칙으로 전개한다.

√2·√6 = √12 = 2√3

√2·√8 = √16 = 4

√3·√12 = √36 = 6

√3·√27 = √81 = 9

따라서 √2(√6 - √8) = 2√3 - 4

√3(√12 - √27) = 6 - 9 = -3

전체 = (2√3 - 4) + (-3) = 2√3 - 7.

정답은 ①.

💡 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 공식은 a, b가 모두 0 이상일 때만 성립해!

Q7 다항식 곱셈과 인수분해

$(2x+3)^2 - (2x-1)(2x+5)$를 전개하여 간단히 하면?

①) ① 4x + 14

②) ② 4x + 4

③) ③ -4x + 14

④) ④ 8x + 14

🎯 **정답: ①**

📖 각 항을 곱셈공식으로 전개한다.

$(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

$(2x-1)(2x+5) = (2x)^2 + (-1+5) \cdot 2x + (-1) \cdot 5 = 4x^2 + 8x - 5$

따라서 $(4x^2 + 12x + 9) - (4x^2 + 8x - 5)$

$= 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 8x + 5$

$= 4x + 14.$

정답은 ①.

💡 곱셈공식을 잘 외워두면 복잡한 식 전개가 한 줄에 끝나기도 해.

Q8 이차방정식

이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$의 두 근을 근의 공식으로 구하면?

①) ① $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$

②) ② $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{2}$

③) ③ $x = 2 \pm \sqrt{10}$

④) ④ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{2}$

🎯 **정답: ①**

📖 근의 공식: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$2x^2 - 4x - 3 = 0$에서 a=2, b=-4, c=-3.

판별식: $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 16 + 24 = 40$

$\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

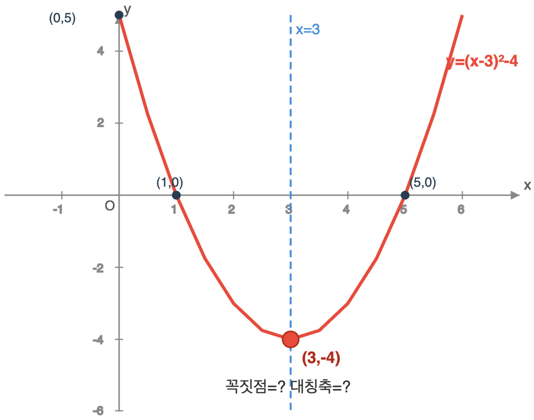
$x = \frac{-(-4) \pm 2\sqrt{10}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$.

정답은 ①.

💡 판별식이 양수이면 서로 다른 두 실근, 0이면 중근, 음수이면 실근 없음(허근)!

Q9 이차함수

이차함수 $y = (x-3)^2 - 4$의 꼭짓점의 좌표와 대칭축은?



①) ① 꼭짓점 (3,-4), 대칭축 x=3

②) ② 꼭짓점 (-3,-4), 대칭축 x=-3

③) ③ 꼭짓점 (3,4), 대칭축 x=3

④) ④ 꼭짓점 (-3,4), 대칭축 y=-3

🎯 **정답: ①**

📖 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 꼴은 꼭짓점이 (p, q)이고 대칭축이 $x = p$이다.

$y = (x-3)^2 - 4$에서 p=3, q=-4.

따라서 꼭짓점은 (3, -4), 대칭축은 직선 x=3.

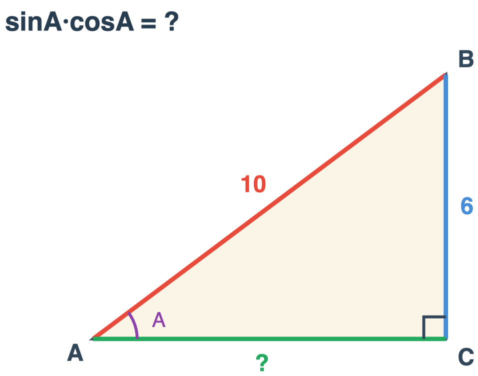
x절편을 구해보면 $(x-3)^2 = 4$, $x - 3 = \pm 2$이므로 x=1 또는 x=5.

정답은 ①.

💡 표준형 $y = a(x-p)^2 + q$로 바꾸는 과정을 '완전제곱식으로 고친다'고 해. 꼭짓점이 한눈에 보여!

Q10 삼각비

오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 ∠C=90°, AB=10, BC=6일 때, sinA × cosA의 값은?



①) ① 12/25

②) ② 24/25

③) ③ 6/25

④) ④ 7/25

🎯 **정답: ① 12/25**

📖 직각삼각형에서 피타고라스 정리로 AC를 구한다.

$AC^2 + BC^2 = AB^2$

$AC^2 + 36 = 100, AC^2 = 64, AC = 8.$

각A 기준:

- 빗변 = AB = 10
- 대변(맞은편) = BC = 6
- 인접변 = AC = 8

sinA = 대변/빗변 = 6/10 = 3/5

cosA = 인접변/빗변 = 8/10 = 4/5

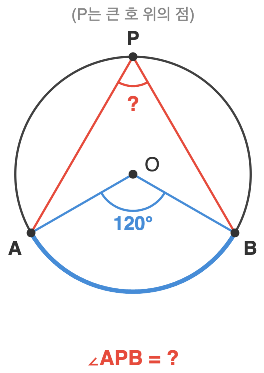
sinA × cosA = (3/5) × (4/5) = 12/25.

따라서 정답은 ①이다. (② 24/25는 sin2A=2sinAcosA, ④ 7/25는 cos2A의 값과 혼동하기 쉬운 오답이다.)

💡 한 각이 정해지면 직각삼각형의 변의 비는 항상 일정해. 그래서 삼각비는 '각도'만으로 결정돼!

Q11 원의 성질

오른쪽 그림에서 원 O에 대하여 ∠AOB = 120°일 때, 호AB 위에 있지 않은 원주 위의 점 P에 대한 원주각 ∠APB의 크기는?



①) ① 60°

②) ② 90°

③) ③ 120°

④) ④ 240°

🎯 **정답: ①**

📖 원주각의 성질: 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 1/2이다.

호AB(작은 호)에 대한 중심각 ∠AOB = 120°.

점 P가 큰 호(작은 호의 반대편 호) 위에 있을 때, P에서 본 원주각 ∠APB는 작은 호AB에 대한 원주각이다.

따라서 ∠APB = (1/2) × ∠AOB = (1/2) × 120° = 60°.

정답은 ①.

참고: 만약 P가 작은 호 위에 있다면 큰 호에 대한 원주각이 되어 (360°-120°)÷2 = 120°가 된다.

💡 같은 호에 대한 원주각은 항상 같아! 그래서 원에 내접하는 사각형의 마주보는 각의 합이 180°가 되는 거야.

Q12 이차방정식

가로의 길이가 세로의 길이보다 4 cm 긴 직사각형이 있다. 이 직사각형의 넓이가 96 cm²일 때, 세로의 길이를 구하시오.

①) ① 6 cm

②) ② 8 cm

③) ③ 10 cm

④) ④ 12 cm

🎯 **정답: ②**

📖 세로의 길이를 x cm라 하자(x>0).

그러면 가로의 길이는 (x+4) cm.

넓이 = 가로 × 세로 = x(x+4) = 96.

$x^2 + 4x - 96 = 0$

인수분해: 곱이 -96, 합이 4인 두 수 → 12와 -8.

$(x + 12)(x - 8) = 0$

x = -12 또는 x = 8.

길이는 양수이므로 x = 8.

따라서 세로의 길이는 8 cm.

(가로는 12 cm, 12 × 8 = 96 ✓)

정답은 ②.

💡 이차방정식의 활용 문제에서는 항상 '구한 값이 문제 상황에 맞는지' 확인해야 해. 길이는 양수만!

Q13 다항식 곱셈과 인수분해

$x^2 - y^2 + 6x + 9$를 인수분해하면?

①) ① (x+3+y)(x+3-y)

②) ② (x-3+y)(x-3-y)

③) ③ (x+y+3)(x-y-3)

④) ④ $(x+3)^2$- y^2

🎯 **정답: ①**

📖 항을 적절히 묶어 완전제곱식과 합차공식을 사용한다.

$x^2 - y^2 + 6x + 9$

$= (x^2 + 6x + 9) - y^2$ [x에 관한 항을 모음]

$= (x + 3)^2 - y^2$ [완전제곱식]

$= \{(x + 3) + y\}\{(x + 3) - y\}$ [합차공식 $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$]

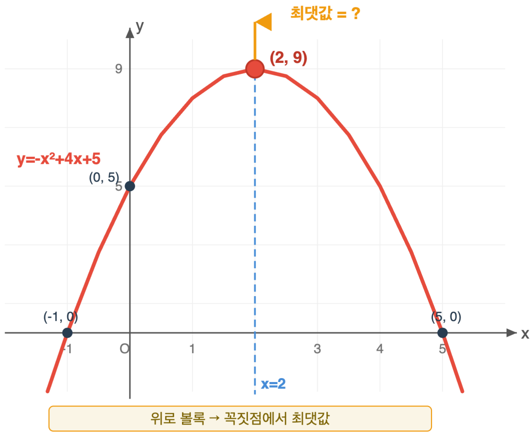
$= (x + 3 + y)(x + 3 - y)$.

정답은 ①.

💡 4개 이상 항의 인수분해는 '항을 묶어 공식을 만드는' 안목이 핵심! 보통 (3항+1항) 또는 (2항+2항)으로 묶어봐.

Q14 이차함수

이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$의 최댓값과 그때의 x의 값은?



①) ① x=2일 때 최댓값 9

②) ② x=2일 때 최댓값 5

③) ③ x=-2일 때 최댓값 9

④) ④ x=4일 때 최댓값 5

🎯 **정답: ①**

📖 $y = -x^2 + 4x + 5$를 표준형 $y = a(x - p)^2 + q$로 변형한다(완전제곱식).

$y = -(x^2 - 4x) + 5$

$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5$

$= -(x - 2)^2 + 4 + 5$

$= -(x - 2)^2 + 9$

a = -1 < 0 이므로 그래프는 위로 볼록.

위로 볼록한 포물선은 꼭짓점에서 최댓값을 가진다.

꼭짓점은 (2, 9)이므로, x=2일 때 최댓값 9.

정답은 ①.

💡 a>0이면 아래로 볼록 → 꼭짓점에서 최솟값, a<0이면 위로 볼록 → 꼭짓점에서 최댓값! 이게 이차함수 최대·최소의 핵심이야.

Q15 통계

다음 자료의 평균을 구하시오: 3, 5, 7, 9, 11

①) ① 5
②) ② 6
③) ③ 7
④) ④ 8

🎯 **정답: ③ 7**

📖 1단계: 평균 = (자료값의 합) / (자료의 개수)
2단계: 자료값의 합 = 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 35
3단계: 자료의 개수 = 5
4단계: 평균 = 35 / 5 = 7

💡 이렇게 일정한 간격으로 증가하는 자료(등차수열)의 평균은 가운데 값과 같습니다.

Q16 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 4권의 책을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는?

①) ① 12
②) ② 16
③) ③ 20
④) ④ 24

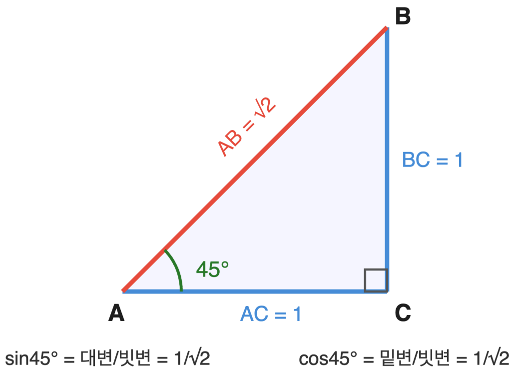
🎯 **정답: ④ 24**

📖 1단계: 첫 번째 자리에 꽂을 수 있는 책: 4가지
2단계: 두 번째 자리에 꽂을 수 있는 책: 남은 3가지
3단계: 세 번째 자리: 남은 2가지, 네 번째 자리: 남은 1가지
4단계: 총 방법의 수 = 4 × 3 × 2 × 1 = 4! = 24

💡 4!(4 팩토리얼)은 '4 계승'이라고 읽으며, n명을 일렬로 세우는 방법의 수는 항상 n!입니다.

Q17 삼각비

sin45° + cos45°의 값을 구하시오.



①) ① 1

②) ② $\sqrt{2}$

③) ③ $\sqrt{3}$

④) ④ 2

🎯 **정답: ② $\sqrt{2}$**

📖 1단계: 45°의 삼각비 기본값 확인

$\sin 45° = \sqrt{2}/2$, $\cos 45° = \sqrt{2}/2$

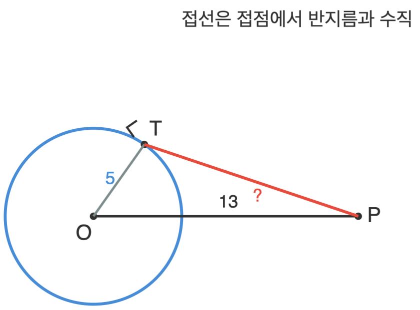
2단계: 두 값을 더한다

$\sin 45° + \cos 45° = \sqrt{2}/2 + \sqrt{2}/2 = 2 \times (\sqrt{2}/2) = \sqrt{2}$

💡 45°는 세 짧은 변의 길이가 모두 같은 정사각형을 반으로 잘랐을 때 생기는 각이라서, sin과 cos 값이 같아집니다.

Q18 원의 성질

원 O의 반지름이 5이다. 원 밖의 점 P에서 원에 그은 접선의 접점을 T라 할 때, OP = 13이면 접선 PT의 길이는?



①) ① 8

②) ② 10

③) ③ 12

④) ④ 15

🎯 **정답: ③ 12**

📖 1단계: 접선은 접점에서 그 원의 반지름과 수직이다.

따라서 ∠OTP = 90° (직각삼각형 OTP)

2단계: 직각삼각형 OTP에서 빗변은 OP이다.

$OP^2 = OT^2 + PT^2$

3단계: 값을 대입한다.

$13^2 = 5^2 + PT^2$

$169 = 25 + PT^2$

$PT^2 = 144$

4단계: PT = 12

💡 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 항상 같습니다(접선의 길이 정리).

Q19 통계

다음 자료의 중앙값을 구하시오: 2, 4, 7, 3, 9, 6, 5

①) ① 4

②) ② 5

③) ③ 6

④) ④ 7

🎯 **정답: ② 5**

📖 1단계: 자료를 작은 값부터 정렬한다.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 9

2단계: 자료의 개수는 7개(홀수)이므로 중앙값은 (7+1)/2 = 4번째 값이다.

3단계: 정렬된 자료의 4번째 값은 5이다.

따라서 중앙값 = 5

💡 중앙값은 극단값(매우 크거나 작은 값)의 영향을 받지 않아, 자료에 이상치가 있을 때 평균보다 대표성이 좋을 수 있습니다.

Q20 경우의 수와 확률 심화

한 개의 주사위를 던질 때, 2의 배수 또는 5의 배수의 눈이 나올 확률을 구하시오.

①) ① 1/2

②) ② 7/12

③) ③ 2/3

④) ④ 5/6

🎯 **정답: ③ 2/3**

📖 1단계: 전체 경우의 수 = 6 (1,2,3,4,5,6)

2단계: A = '2의 배수가 나오는 사건' = {2, 4, 6}, 3가지

3단계: B = '5의 배수가 나오는 사건' = {5}, 1가지

4단계: A와 B는 공통 원소가 없으므로 서로 배반사건이다.

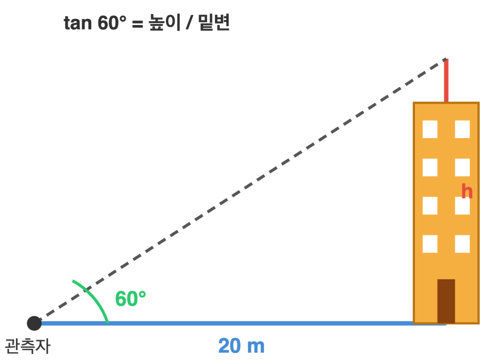
5단계: 확률의 덧셈정리를 쓴다.

P(A 또는 B) = P(A) + P(B) = 3/6 + 1/6 = 4/6 = 2/3

💡 두 사건이 동시에 일어날 수 없으면 '배반사건'이라 부르고, 이때는 확률을 그냥 더하면 됩니다.

Q21 삼각비

건물로부터 수평거리 20m 떨어진 지점에서 건물의 꼭대기를 올려다본 각이 60°일 때, 건물의 높이는? (관측자의 눈높이는 무시한다)



①) ① 10m

②) ② 10√3 m

③) ③ 20m

④) ④ 20√3 m

🎯 **정답: ④ 20√3 m**

📖 1단계: 건물, 지면, 시선으로 직각삼각형이 만들어진다.

건물의 높이 h, 밑변 = 20m, 관측각 = 60°

2단계: 탄젠트의 정의를 적용한다.

tan60° = (높이) / (밑변) = h / 20

3단계: tan60° = √3이므로

√3 = h / 20

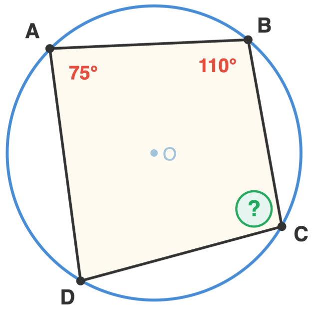
4단계: 양변에 20을 곱한다.

h = 20√3 (m)

💡 실제 측량에서는 이렇게 각도와 거리만 재어도 접근하기 어려운 건물이나 산의 높이를 구할 수 있습니다.

Q22 원의 성질

원에 내접하는 사각형 ABCD에서 ∠A = 75°, ∠B = 110°일 때, ∠C의 크기는?



대각의 합은 180°

①) ① 70°

②) ② 95°

③) ③ 105°

④) ④ 110°

🎯 **정답: ③ 105°**

📖 1단계: 원에 내접하는 사각형은 마주 보는 두 각(대각)의 합이 180°라는 성질이 있다.

2단계: ∠A와 ∠C는 대각이므로

∠A + ∠C = 180°

3단계: ∠A = 75°를 대입한다.

75° + ∠C = 180°

∠C = 180° - 75° = 105°

(주의: ∠B = 110°은 ∠D를 구할 때 쓰는 정보이며, ∠C와는 직접 관련 없다.)

💡 대각의 합이 180°라는 성질은 원주각이 중심각의 절반이라는 정리에서 자연스럽게 따라 나옵니다.

Q23 통계

자료 2, 4, 6, 8, 10의 표준편차를 구하시오.

①) ① 2

②) ② $\sqrt{6}$

③) ③ $2\sqrt{2}$

④) ④ 4

🎯 **정답: ③ $2\sqrt{2}$**

📖 1단계: 평균을 구한다.

평균 = (2+4+6+8+10)/5 = 30/5 = 6

2단계: 각 값의 편차(값 - 평균)를 구한다.

-4, -2, 0, 2, 4

3단계: 편차를 제곱한 값의 합을 구한다.

16 + 4 + 0 + 4 + 16 = 40

4단계: 분산 = (편차 제곱의 합) / (자료 개수) = 40 / 5 = 8

5단계: 표준편차 = $\sqrt{\text{분산}}$ = $\sqrt{8}$ = $2\sqrt{2}$

💡 표준편차는 자료가 평균에서 얼마나 퍼져 있는지 나타내며, 값이 클수록 자료의 변동이 큽니다.

Q24 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 6개의 과일 중에서 순서에 관계없이 2개를 고르는 방법의 수는?

①) ① 12
②) ② 15
③) ③ 20
④) ④ 30

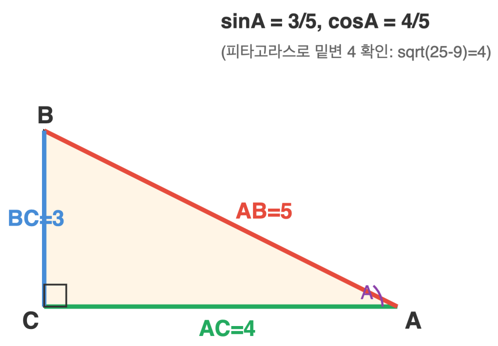
🎯 **정답: ② 15**

📖 1단계: 순서가 상관없는 선택이므로 조합의 수를 구한다.
2단계: 6개 중 2개를 뽑는 조합은 6C2로 표기한다.
6C2 = (6×5) / (2×1)
3단계: 계산한다.
6C2 = 30 / 2 = 15

💡 같은 6개에서 순서를 따져 2개를 뽑으면 30가지(순열)인데, 순서를 없애면 절반인 15가지가 됩니다. 두 개를 뽑을 때 (A,B)와 (B,A)가 같은 것으로 취급되기 때문입니다.

Q25 삼각비

A가 예각이고 sinA = 3/5일 때, (1 + cosA)(1 - cosA)의 값을 구하시오.



①) ① 4/25
②) ② 9/25
③) ③ 16/25
④) ④ 1

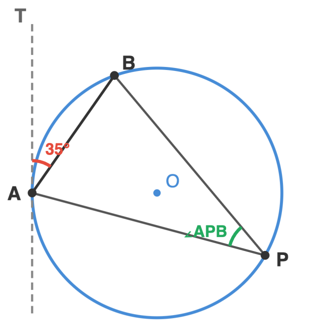
🎯 **정답: ② 9/25**

📖 1단계: 곱셈을 전개한다 (합차꼴).
$(1+\cos A)(1-\cos A) = 1^2 - \cos^2 A = 1 - \cos^2 A$
2단계: 삼각비의 기본 관계식을 이용한다.
$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 이므로 $1 - \cos^2 A = \sin^2 A$
3단계: sinA = 3/5을 제곱해 대입한다.
$\sin^2 A = (3/5)^2 = 9/25$
4단계: 따라서 (1+cosA)(1-cosA) = 9/25

💡 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$은 직각삼각형의 두 변 제곱의 합이 빗변 제곱과 같다는 것과 정확히 같은 식입니다.

Q26 원의 성질

원 O의 접선이 점 A에서 접하고, 현 AB가 접선과 이루는 각이 35°이다. 호 AB(현의 반대쪽에 있는 호) 위의 점 P에 대하여 원주각 ∠APB의 크기는?



①) ① 35°
②) ② 55°
③) ③ 70°
④) ④ 145°

🎯 **정답: ① 35°**
📖 1단계: 접선과 현이 이루는 각에 대한 정리(접현각 정리)를 떠올린다.
원의 접선과 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는, 그 현에 대한 원주각(접선 반대쪽 호에 있는)의 크기와 같다.
2단계: 주어진 각 ∠TAB = 35°에 해당하는 원주각이 ∠APB이다.
3단계: 따라서 ∠APB = ∠TAB = 35°
💡 접선을 현과 '거의 같은 위치의 점'이 만든 극한의 현이라고 보면, 이 정리는 원주각 정리의 특수한 경우로 이해할 수 있습니다.

Q27 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 동전 3개를 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 앞면이 나올 확률을 구하시오.

①) ① 1/2
②) ② 5/8
③) ③ 3/4
④) ④ 7/8

🎯 **정답: ④ 7/8**
📖 1단계: '적어도 한 개는 앞면'의 여사건은 '모두 뒷면'이다.
2단계: 전체 경우의 수 = 2 × 2 × 2 = 8
3단계: 모두 뒷면이 나오는 경우 = 1가지(뒤,뒤,뒤)
따라서 P(모두 뒷면) = 1/8
4단계: 여사건 관계식: P(적어도 한 개 앞면) = 1 - P(모두 뒷면)
= 1 - 1/8 = 7/8
💡 '적어도'라는 표현이 나오면, 직접 세기보다 여사건(반대 사건)을 이용하는 것이 훨씬 빠를 때가 많습니다.

Q28 통계

변량 x_1, x_2, x_3, x_4의 평균이 5, 분산이 3일 때, 새 변량 $2x_1+1$, $2x_2+1$, $2x_3+1$, $2x_4+1$의 분산은?

①) ① 3

②) ② 6

③) ③ 12

④) ④ 13

🎯 **정답: ③ 12**

📖 1단계: 변량을 일차식으로 변환할 때 평균과 분산의 변화를 기억한다.

각 변량 x_i를 $ax_i + b$로 바꾸면:

- 새 평균 = a × (원래 평균) + b
- 새 분산 = a^2 × (원래 분산)

(상수 b는 모든 값을 같은 양만큼 평행이동할 뿐 퍼진 정도는 바꾸지 않으므로 분산에 영향을 주지 않는다.)

2단계: 여기서 a = 2, b = 1

3단계: 새 분산 = $2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$

💡 더하기(b)는 자료 전체를 옆으로 밀 뿐이라 흩어진 정도에 영향을 안 주지만, 곱하기(a)는 퍼짐 자체를 늘리므로 분산은 a^2배가 됩니다.

Q29 제곱근과 실수

다음 중 제곱근에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

①) ① 9의 제곱근은 ±3이다

②) ② $\sqrt{16} = 4$이다

③) ③ 0의 제곱근은 0뿐이다

④) ④ -4의 제곱근은 -2이다

🎯 **정답: ④**

📖 제곱근의 정의를 단계별로 확인합니다.

1단계: 어떤 수 x를 제곱하여 a가 될 때, x를 a의 제곱근이라 합니다. 즉 $x^2=a$.

2단계: ① $3^2=9$, $(-3)^2=9$이므로 9의 제곱근은 ±3 (옳음).

3단계: ② $\sqrt{16}$은 16의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{16}=4$ (옳음).

4단계: ③ $0^2=0$이고 다른 수의 제곱은 0이 될 수 없으므로 0의 제곱근은 0뿐 (옳음).

5단계: ④ 음수의 제곱근은 실수 범위에서 존재하지 않습니다. 어떤 실수를 제곱해도 음수가 나오지 않기 때문입니다. 따라서 -4의 제곱근은 없으므로 ④가 옳지 않습니다.

💡 음수의 제곱근을 다루기 위해 수학자들은 '허수' 단위 i를 도입했어요. 고등학교에서 배우게 됩니다!

Q30 근호 계산

$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{8}$ 을 간단히 하면?

①) ① 2√2

②) ② 4√2

③) ③ 5√2

④) ④ 6√2

🎯 **정답: ②**

📖 각 근호를 a√b 꼴로 바꾸어 동류항끼리 계산합니다.

1단계: √50 = √(25×2) = 5√2

2단계: √18 = √(9×2) = 3√2

3단계: √8 = √(4×2) = 2√2

4단계: 식에 대입하면 5√2 - 3√2 + 2√2

5단계: 같은 √2의 계수끼리 계산: (5 - 3 + 2)√2 = 4√2

💡 근호를 가장 간단한 꼴로 만들 때 a^2을 밖으로 빼내는 작업을 '근호의 간단화'라고 해요.

Q31 통계

5개의 자료 8, 10, 12, 14, 16의 평균은?

①) ① 10

②) ② 11

③) ③ 12

④) ④ 13

🎯 **정답: ③**

📖 평균은 자료의 총합을 자료의 개수로 나눈 값입니다.

1단계: 자료의 총합을 구합니다. 8+10+12+14+16

2단계: 8+10 = 18, 18+12 = 30, 30+14 = 44, 44+16 = 60

3단계: 자료의 개수는 5개입니다.

4단계: 평균 = 60 ÷ 5 = 12

5단계: 참고로 이 자료는 등차수열(공차 2)이므로 가운데 값인 12가 평균과 같습니다.

💡 등차수열의 평균은 항상 중앙값과 같아요. 일정한 간격으로 늘어선 수의 특별한 성질이죠!

Q32 근호 계산

$\frac{6}{\sqrt{3}} + \sqrt{27} - \frac{2}{\sqrt{12}}$를 간단히 하면?

①) ① $\frac{14\sqrt{3}}{3}$
②) ② $5\sqrt{3}$
③) ③ $\frac{16\sqrt{3}}{3}$
④) ④ $\frac{17\sqrt{3}}{3}$

🎯 **정답: ①**

📖 분모를 유리화하고 근호를 간단히 한 뒤 동류항끼리 계산합니다.

1단계: $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

2단계: √27 = √(9×3) = 3√3

3단계: $\frac{2}{\sqrt{12}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

4단계: 식에 대입: $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$

5단계: 통분: $\frac{6\sqrt{3}}{3} + \frac{9\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{14\sqrt{3}}{3}$

💡 분모를 유리화하면 계산이 훨씬 깔끔해져요. 옛날 수학자들이 무리수를 다루기 위해 만든 영리한 방법이죠.

Q33 이차방정식

이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$의 두 근의 합과 곱을 차례로 구하면?

①) ① $\frac{5}{2}, \frac{1}{2}$
②) ② $-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}$
③) ③ $\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}$
④) ④ $\frac{2}{5}, 2$

🎯 **정답: ①**

📖 근과 계수의 관계를 이용합니다.

1단계: 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면 α+β = -b/a, αβ = c/a 입니다.

2단계: 주어진 식 $2x^2-5x+1=0$에서 a=2, b=-5, c=1

3단계: 두 근의 합: α+β = -(-5)/2 = 5/2

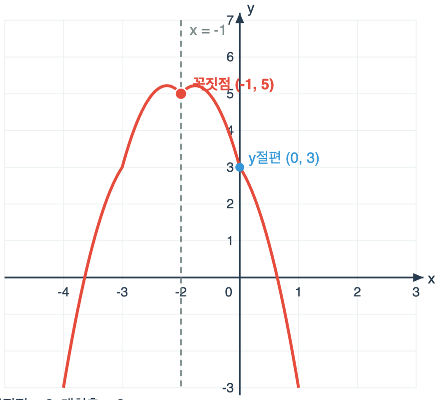
4단계: 두 근의 곱: αβ = 1/2

5단계: 따라서 두 근의 합과 곱은 차례로 5/2, 1/2 입니다. 직접 풀지 않고도 합과 곱을 알 수 있다는 점이 핵심!

💡 이 관계는 16세기 프랑스 수학자 비에트(Viète)가 발견해서 '비에트의 정리'라고도 불려요.

Q34 이차함수

이차함수 $y = -2(x+1)^2 + 5$의 꼭짓점의 좌표와 대칭축을 구하면?



꼭짓점 = ?, 대칭축 = ?

①) ① 꼭짓점 (1, 5), 대칭축 x=1

②) ② 꼭짓점 (-1, 5), 대칭축 x=-1

③) ③ 꼭짓점 (-1, -5), 대칭축 x=-1

④) ④ 꼭짓점 (1, -5), 대칭축 x=1

🎯 **정답: ②**

📖 표준형 $y = a(x-p)^2 + q$의 꼭짓점은 (p, q), 대칭축은 x=p입니다.

1단계: 주어진 식 $y = -2(x+1)^2 + 5$를 표준형과 비교합니다.

2단계: x+1 = x-(-1) 이므로 p = -1

3단계: q = 5

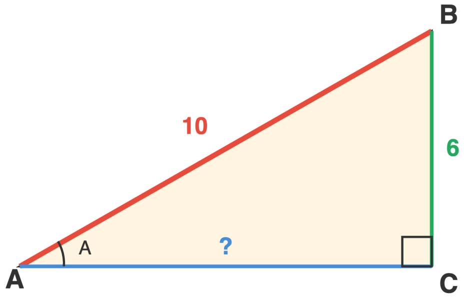
4단계: 따라서 꼭짓점의 좌표는 (-1, 5), 대칭축은 직선 x = -1

5단계: a = -2 < 0 이므로 그래프는 위로 볼록하며, 꼭짓점 (-1, 5)에서 최댓값 5를 가집니다.

💡 포물선의 모든 점은 꼭짓점을 기준으로 좌우대칭이에요. 이 성질은 위성 안테나 설계에도 활용됩니다!

Q35 삼각비

직각삼각형 ABC에서 ∠C = 90°이고 AB = 10, BC = 6일 때, sinA + cosA의 값은?



①) ① $\frac{7}{10}$
②) ② $\frac{14}{10}$
③) ③ $\frac{8}{10}$
④) ④ $\frac{6}{10}$

🎯 **정답: ②**

📖 먼저 피타고라스 정리로 나머지 변을 구한 뒤 삼각비 정의를 적용합니다.

1단계: 피타고라스 정리에서 $AC^2 + BC^2 = AB^2 \rightarrow AC^2 + 6^2 = 10^2$

2단계: $AC^2 = 100 - 36 = 64$, $AC = 8$

3단계: 각 A에 대하여 빗변은 AB=10, 높이(대변)는 BC=6, 밑변(인접변)은 AC=8

4단계: sinA = (대변)/(빗변) = 6/10

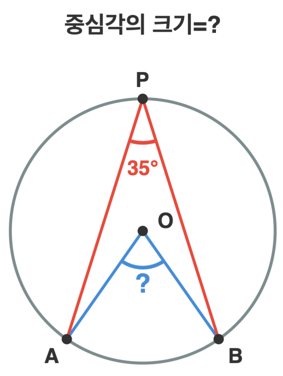
5단계: cosA = (인접변)/(빗변) = 8/10

6단계: sinA + cosA = 6/10 + 8/10 = 14/10

💡 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 이라는 항등식이 성립해요. 검산: $(6/10)^2 + (8/10)^2 = 36/100 + 64/100 = 1$!

Q36 원의 성질

원에서 한 호에 대한 원주각의 크기가 35°일 때, 그 호에 대한 중심각의 크기는?



①) ① 17.5°

②) ② 35°

③) ③ 70°

④) ④ 145°

🎯 **정답: ③**

📖 한 호에 대한 중심각의 크기는 그 호에 대한 원주각의 크기의 2배입니다.

1단계: 원주각 정리: 한 호에 대하여 중심각 = 2 × 원주각

2단계: 주어진 원주각 ∠APB = 35°

3단계: 중심각 ∠AOB = 2 × 35° = 70°

4단계: 따라서 중심각의 크기는 70°입니다.

5단계: 같은 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다는 성질도 함께 기억하세요.

💡 원주각 정리는 고대 그리스 수학자 탈레스가 발견했다고 전해져요. 반원에 대한 원주각이 항상 90°라는 '탈레스의 정리'가 그 특수한 경우랍니다.

Q37 경우의 수와 확률 심화

빨간 공 3개, 파란 공 4개, 노란 공 2개가 들어 있는 주머니에서 한 개를 꺼낼 때, 빨간 공 또는 노란 공이 나올 확률은?

①) ① $\frac{2}{9}$

②) ② $\frac{4}{9}$

③) ③ $\frac{5}{9}$

④) ④ $\frac{7}{9}$

🎯 **정답: ③**

📖 두 사건이 동시에 일어날 수 없는 배반사건이므로 확률의 덧셈정리를 적용합니다.

1단계: 전체 공의 개수: 3 + 4 + 2 = 9개

2단계: 빨간 공이 나올 확률: P(빨강) = 3/9

3단계: 노란 공이 나올 확률: P(노랑) = 2/9

4단계: 빨강과 노랑은 동시에 일어날 수 없는 배반사건이므로 덧셈정리 적용.

5단계: P(빨강 또는 노랑) = 3/9 + 2/9 = 5/9

💡 확률의 덧셈정리는 서로 동시에 일어날 수 없는 사건일 때만 단순 덧셈이 가능해요. 겹치는 사건이 있으면 빼줘야 합니다!

Q38 다항식 곱셈과 인수분해

$x^4 - 13x^2 + 36$을 인수분해하면?

①) ① $(x^2-4)(x^2-9)$

②) ② $(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$

③) ③ $(x^2-6)(x^2+6)$

④) ④ $(x-1)(x+1)(x-6)(x+6)$

🎯 **정답: ②**

📖 치환을 이용한 인수분해 후 합차공식을 한 번 더 적용합니다.

1단계: $x^2 = t$로 치환하면 식은 $t^2 - 13t + 36$이 됩니다.

2단계: 곱이 36, 합이 -13인 두 수: -4, -9 (-4×-9=36, -4+-9=-13)

3단계: $t^2 - 13t + 36 = (t-4)(t-9)$

4단계: t를 다시 x^2으로 되돌리면 $(x^2-4)(x^2-9)$

5단계: 각각 합차공식 $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ 적용:

$x^2-4 = (x-2)(x+2)$, $x^2-9 = (x-3)(x+3)$

6단계: 따라서 (x-2)(x+2)(x-3)(x+3). ①은 부분적 인수분해라 불완전합니다.

💡 이런 형태의 식을 '복이차식'이라 불러요. 차수가 짝수만 있는 4차식의 특수한 형태죠!

Q39 이차방정식

이차방정식 $x^2 - kx + 8 = 0$이 중근을 가질 때, 양수 k의 값은?

①) ① $2\sqrt{2}$

②) ② 4

③) ③ $4\sqrt{2}$

④) ④ 8

🎯 **정답: ③**

📖 이차방정식이 중근을 가질 조건은 판별식 D = 0입니다.

1단계: 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식 $D = b^2 - 4ac$

2단계: 주어진 식 $x^2 - kx + 8 = 0$에서 a=1, b=-k, c=8

3단계: $D = (-k)^2 - 4×1×8 = k^2 - 32$

4단계: 중근 조건 D = 0 이므로 $k^2 - 32 = 0$

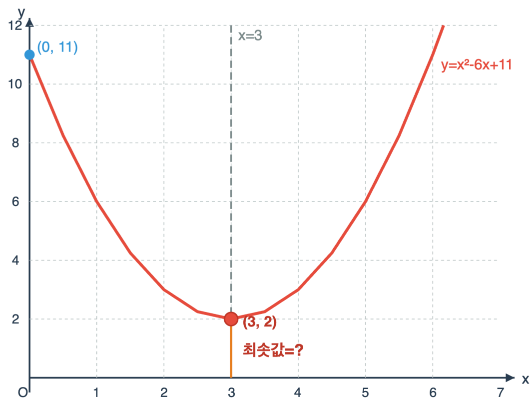
5단계: $k^2 = 32 \rightarrow k = \pm\sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2}$

6단계: k가 양수이므로 $k = 4\sqrt{2}$

💡 판별식 D의 부호로 근의 개수를 알 수 있어요. D>0이면 서로 다른 두 근, D=0이면 중근, D<0이면 실근 없음!

Q40 이차함수

이차함수 $y = x^2 - 6x + 11$의 최솟값은?



①) ① -2

②) ② 2

③) ③ 5

④) ④ 11

🎯 **정답: ②**

📖 일반형을 표준형 $y = a(x-p)^2 + q$로 변형(완전제곱식)하여 최솟값을 구합니다.

1단계: $y = x^2 - 6x + 11$에서 x의 계수 -6의 절반을 제곱: $(-3)^2 = 9$

2단계: $y = (x^2 - 6x + 9) - 9 + 11$

3단계: $y = (x - 3)^2 + 2$

4단계: 표준형의 꼭짓점은 (3, 2), 대칭축은 $x = 3$

5단계: x^2의 계수 $a = 1 > 0$ 이므로 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점에서 최솟값을 가집니다.

6단계: 따라서 최솟값은 $q = 2$ ($x = 3$일 때)

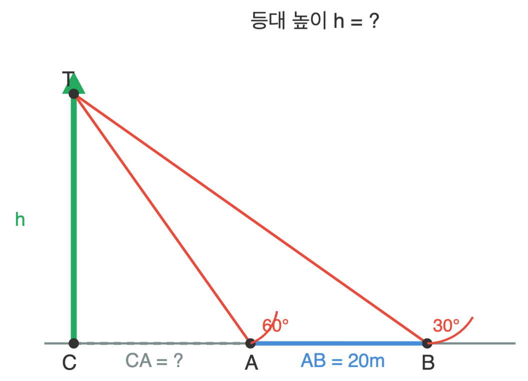
💡 완전제곱식으로 만드는 과정을 '평방완성'이라 해요. 근의 공식을 유도할 때도 이 방법을 사용한답니다!

📝 중3 수학 일반

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q41 삼각비

높이가 일정한 등대에서 떨어진 두 지점 A, B에서 등대 꼭대기를 올려본 각이 각각 60°, 30°이다. 두 지점 사이의 거리 AB = 20m 일 때, 등대의 높이는? (단, A는 등대에 더 가까운 지점, B는 더 먼 지점이며 A, B, 등대의 밑은 일직선 위에 있다.)



①) ① 5√3 m

②) ② 10 m

③) ③ 10√3 m

④) ④ 20√3 m

🎯 **정답: ③**

📖 두 직각삼각형에서 tan을 이용해 식을 세우고 연립합니다.

1단계: 등대 밑을 C, 꼭대기를 T, 등대 높이를 h, CA = x라 합니다.

2단계: 직각삼각형 TCA에서 tan60° = h/x → h = x·tan60° = x√3 ... ①

3단계: 직각삼각형 TCB에서 tan30° = h/(x+20) → h = (x+20)·tan30° = (x+20)·(√3/3) ... ②

4단계: ①과 ②에서 x√3 = (x+20)·(√3/3)

5단계: 양변에 3을 곱하면 3x√3 = (x+20)√3 → 3x = x + 20 → 2x = 20 → x = 10

6단계: h = x√3 = 10√3 (m)

💡 이런 측량법은 고대 이집트의 피라미드 높이 측정부터 현대 GPS까지 활용돼요. 삼각비 한 줌으로 닿지 않는 곳을 잴 수 있죠!

Q42 제곱근과 실수

다음 중 무리수인 것은?

①) ① √9

②) ② √0.04

③) ③ √2

④) ④ -√16

🎯 **정답: ③ √2**

📖 1단계: 각 수를 간단히 한다. √9 = 3 (유리수), √0.04 = 0.2 (유리수), -√16 = -4 (유리수). 2단계: √2 = 1.41421... 로 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수. 따라서 정답은 ③.

💡 √2는 고대 그리스 피타고라스 학파에서 발견된 최초의 무리수라고 알려져 있어요.

Q43 근호 계산

$\sqrt{6} \times \sqrt{8}$을 간단히 하면?

①) ① $4\sqrt{3}$

②) ② $2\sqrt{3}$

③) ③ $4\sqrt{6}$

④) ④ $6\sqrt{2}$

🎯 **정답: ① $4\sqrt{3}$**

📖 1단계: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{(ab)}$ 성질 적용. $\sqrt{6} \times \sqrt{8} = \sqrt{48}$. 2단계: $48 = 16 \times 3$이므로 $\sqrt{48} = \sqrt{(16 \times 3)} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$. 따라서 정답은 ①.

💡 근호 안의 수를 '가장 작은 자연수가 되도록' 빼내는 것이 근호 계산의 기본 규칙이에요.

Q44 다항식 곱셈과 인수분해

$(x - 2)(x + 5)$를 전개한 식은?

①) ① $x^2 + 3x - 10$

②) ② $x^2 - 3x - 10$

③) ③ $x^2 + 7x + 10$

④) ④ $x^2 - 7x + 10$

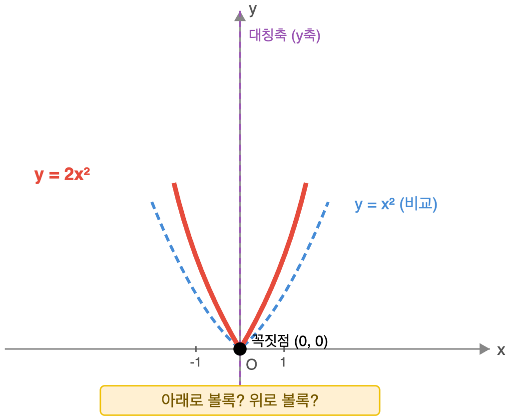
🎯 **정답: ① $x^2 + 3x - 10$**

📖 1단계: 곱셈공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 적용. 2단계: $a = -2$, $b = 5$이므로 $a+b = 3$, $ab = -10$. 3단계: $(x-2)(x+5) = x^2 + 3x - 10$. 따라서 정답은 ①.

💡 이 공식은 곱셈 결과의 일차항 계수가 '두 수의 합', 상수항이 '두 수의 곱'이 된다는 점에서 인수분해할 때도 그대로 거꾸로 쓰입니다.

Q45 이차함수

이차함수 $y = 2x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



①) ① 아래로 볼록한 포물선이다

②) ② 꼭짓점은 (0, 2)이다

③) ③ x축에 대칭인 그래프이다

④) ④ $y = x^2$보다 폭이 넓다

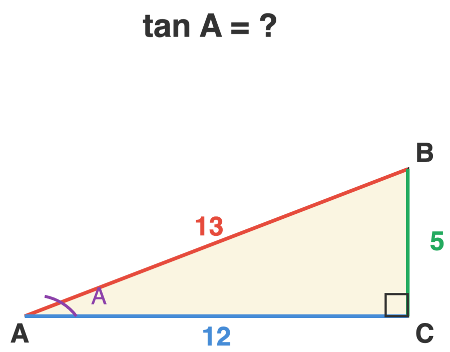
🎯 **정답: ① 아래로 볼록한 포물선이다**

📖 1단계: $y = ax^2$ 꼴에서 $a = 2 > 0$이므로 그래프는 아래로 볼록. 2단계: 꼭짓점은 원점 (0, 0). 3단계: 대칭축은 y축. 4단계: $|a|$가 클수록 폭은 좁아지므로 $y = x^2$보다 폭이 좁다. 따라서 옳은 설명은 ①.

💡 a의 절댓값은 포물선의 '날카로움'을 결정해요. $|a|$가 크면 좁고 날카롭고, 작으면 넓게 퍼진 모양이에요.

Q46 삼각비

오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC에서 tan A의 값은?



①) ① 5/12

②) ② 5/13

③) ③ 12/13

④) ④ 12/5

🎯 **정답: ① 5/12**

📖 1단계: 각 A 기준으로 대변은 BC = 5, 이웃변(밑변)은 AC = 12. 2단계: tan A = (대변)/(이웃변) = BC / AC = 5/12. 따라서 정답은 ①.

💡 tan은 경사의 '기울기'를 그대로 나타내요. 도로의 '경사 10%'라는 표지판이 바로 tan 값을 백분율로 쓴 거예요.

Q47 제곱근과 실수

√(7 + 4√3)을 간단히 하면?

①) ① 2 + √3

②) ② 1 + 2√3

③) ③ 2 - √3

④) ④ √3 + √7

🎯 **정답: ① 2 + √3**

📖 1단계: 근호 안을 완전제곱꼴로 변형한다. 7 + 4√3 = 4 + 2·2·√3 + 3 = 2² + 2·2·√3 + (√3)² = (2 + √3)². 2단계: 2 + √3 > 0이므로 √(2+√3)² = 2 + √3. 따라서 정답은 ①.

💡 이중근호를 풀 때는 √(a + 2√b)를 '합이 a, 곱이 b인 두 수'를 찾는 퍼즐처럼 생각하면 쉬워요.

Q48 근호 계산

$\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$의 분모에 근호가 없도록 정리하면?

①) ① √5 - √2

②) ② √5 + √2

③) ③ 3(√5 - √2)

④) ④ (√5 - √2)/3

🎯 **정답: ① √5 - √2**

📖 1단계: 분모의 켤레식 (√5 - √2)를 분모와 분자에 곱한다. 2단계: 분모는 합차공식으로 (√5+√2)(√5-√2) = 5 - 2 = 3. 3단계: $\frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{3} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$. 따라서 정답은 ①.

💡 '켤레식'은 마치 짝꿍 같은 존재여서, 서로 곱하면 근호가 사라지고 유리수만 남아요.

Q49 다항식 곱셈과 인수분해

다음 식을 인수분해하시오: $3x^3 - 12x$

🎯 **정답: 3x(x + 2)(x - 2)**

📖 1단계: 공통인수 3x를 묶는다. $3x^3 - 12x = 3x(x^2 - 4)$. 2단계: $x^2 - 4 = x^2 - 2^2$이므로 합차공식 적용. $x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$. 3단계: 모두 합치면 $3x^3 - 12x = 3x(x + 2)(x - 2)$.

💡 인수분해의 첫걸음은 항상 '공통인수 묶기'에요. 이걸 놓치면 뒤 공식이 안 보일 때가 많아요.

Q50 이차함수

이차함수 $y = x^2$의 그래프를 x축 방향으로 3만큼, y축 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은?

①) ① $y = (x - 3)^2 - 2$

②) ② $y = (x + 3)^2 - 2$

③) ③ $y = (x - 3)^2 + 2$

④) ④ $y = (x + 3)^2 + 2$

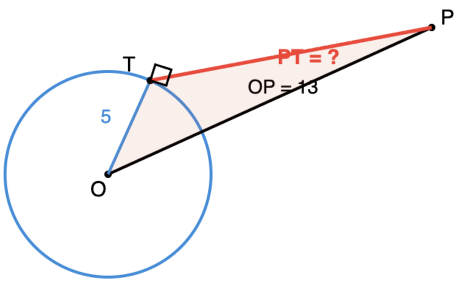
🎯 **정답: ① $y = (x - 3)^2 - 2$**

📖 1단계: $y = x^2$를 x축 방향으로 p, y축 방향으로 q만큼 평행이동하면 $y = (x - p)^2 + q$. 2단계: $p = 3$, $q = -2$ 대입. $y = (x - 3)^2 + (-2) = (x - 3)^2 - 2$. 따라서 정답은 ①.

💡 x축 방향 이동은 식에서 부호가 '반대'로, y축 방향 이동은 '그대로' 들어가요. 헷갈리기 쉬운 포인트예요.

Q51 원의 성질

원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 접선의 접점을 T라 하자. OP = 13, 원의 반지름이 5일 때, 접선 PT의 길이는?



①) ① 8

②) ② 10

③) ③ 12

④) ④ 14

🎯 **정답: ③ 12**

📖 1단계: 접선은 접점에서 반지름과 수직이므로 $\angle OTP = 90°$. 2단계: 직각삼각형 OTP에서 피타고라스 정리 $PT^2 + OT^2 = OP^2$. 3단계: $PT^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$. 4단계: $PT = \sqrt{144} = 12$. 따라서 정답은 ③.

💡 원의 접선은 접점을 지나는 반지름과 '항상' 직각을 이룬다는 성질은 원 관련 문제의 출발점이 되는 핵심 사실이에요.

Q52 근호 계산

$\sqrt{75} + \sqrt{48} - 3\sqrt{12}$를 간단히 하면?

🎯 **정답: $3\sqrt{3}$**

📖 1단계: 각 항을 $\sqrt{3}$ 꼴로 정리. $\sqrt{75} = \sqrt{(25 \cdot 3)} = 5\sqrt{3}$. 2단계: $\sqrt{48} = \sqrt{(16 \cdot 3)} = 4\sqrt{3}$. 3단계: $3\sqrt{12} = 3 \cdot \sqrt{(4 \cdot 3)} = 3 \cdot 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$. 4단계: 동류근호끼리 계수를 계산. $5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = (5 + 4 - 6)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

💡 서로 같은 근호를 가진 항끼리만 더하고 뺄 수 있는 건 마치 '같은 단위끼리만 더할 수 있다'는 물리 법칙과 비슷해요.

Q53 다항식 곱셈과 인수분해

$x = \sqrt{5} + 2$일 때, $x^2 - 4x - 1$의 값은?

①) ① 0

②) ② -1

③) ③ 1

④) ④ 2

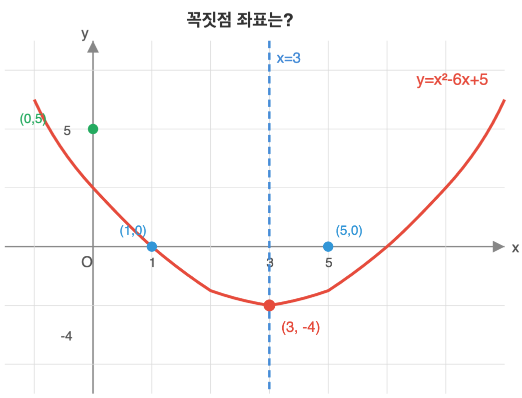
🎯 **정답: ① 0**

📖 1단계: 근호가 있는 항을 한쪽으로 모은다. $x - 2 = \sqrt{5}$. 2단계: 양변을 제곱. $(x - 2)^2 = 5$, 즉 $x^2 - 4x + 4 = 5$. 3단계: 이항하여 $x^2 - 4x = 1$. 4단계: 구하는 식에 대입. $x^2 - 4x - 1 = 1 - 1 = 0$. 따라서 정답은 ①.

💡 무리수 값을 그대로 제곱하는 대신 '이항 후 제곱'하면 계산이 훨씬 간단해집니다. 중등 대수의 중요한 테크닉이에요.

Q54 이차함수

이차함수 $y = x^2 - 6x + 5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는?



①) ① (3, -4)

②) ② (-3, -4)

③) ③ (3, 4)

④) ④ (6, 5)

🎯 **정답: ① (3, -4)**

📖 1단계: $y = x^2 - 6x + 5$를 $(x - p)^2 + q$ 꼴로 변형한다. 2단계: $x^2 - 6x = (x^2 - 6x + 9) - 9 = (x - 3)^2 - 9$. 3단계: $y = (x - 3)^2 - 9 + 5 = (x - 3)^2 - 4$. 4단계: 꼭짓점은 $(p, q) = (3, -4)$. 따라서 정답은 ①.

💡 $y = ax^2 + bx + c$ 꼴의 일반형은 $(x - p)^2 + q$ 꼴로 변형해야 꼭짓점이 한눈에 보여요. 이 변형 과정을 '표준형으로 고친다'고 해요.

Q55 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 상수 k의 값의 범위는?

①) ① $k < 4$

②) ② $k > 4$

③) ③ $k \le 4$

④) ④ $k \ge 4$

🎯 **정답: ① $k < 4$**

📖 1단계: 서로 다른 두 실근 조건은 판별식 $D > 0$. 2단계: $D = b^2 - 4ac$. $a = 1$, $b = -4$, $c = k$를 대입. $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot k = 16 - 4k$. 3단계: $16 - 4k > 0$을 풀면 $-4k > -16$, 즉 $k < 4$. 따라서 정답은 ①.

💡 판별식 D는 근의 '성격'을 알려주는 신호등이에요. $D > 0$: 서로 다른 두 실근, $D = 0$: 중근, $D < 0$: 실근 없음.

Q56 제곱근과 실수

다음 수들 중에서 무리수는 모두 몇 개인가? $\sqrt{16}$, $\sqrt{3}$, $0.333\cdots$, π, $\sqrt{5}+2$, $\frac{22}{7}$

①) ①1개

②) ②2개

③) ③3개

④) ④4개

🎯 **정답: ③3개**

📖 각 수를 유리수/무리수로 분류합니다.

1) $\sqrt{16} = 4 \rightarrow$ 유리수

2) $\sqrt{3} \rightarrow$ 소수로 표현 시 순환하지 않으므로 무리수 ✓

3) $0.333\cdots = \frac{1}{3} \rightarrow$ 순환소수이므로 유리수

4) $\pi = 3.14159\cdots \rightarrow$ 무리수 ✓

5) $\sqrt{5}+2 \rightarrow \sqrt{5}$ 가 무리수이므로 전체도 무리수 ✓

6) $\frac{22}{7} \rightarrow$ 분수 꼴, 유리수

따라서 무리수는 $\sqrt{3}$, π, $\sqrt{5}+2$ 총 3개입니다.

💡 원주율 π는 무리수일 뿐 아니라 '초월수'이기도 해서, 어떤 정수 계수 방정식의 해도 되지 못해요.

Q57 근호 계산

$\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ 를 간단히 하면?

①) ①2

②) ②4

③) ③$2\sqrt{2}$

④) ④$4\sqrt{2}$

🎯 **정답: ②4**

📖 근호의 곱셈은 근호 안의 수끼리 곱합니다.

$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16}$

$16 = 4^2$ 이므로 $\sqrt{16} = 4$

따라서 값은 4입니다.

💡 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 공식은 a, b가 0 이상일 때만 성립해요. 음수끼리는 다르게 계산해야 합니다.

Q58 다항식 인수분해

$4x^2 - 25$ 를 인수분해하면?

①) ①$(2x+5)(2x-5)$

②) ②$(4x+5)(x-5)$

③) ③$(2x-5)^2$

④) ④$(4x-25)(x+1)$

🎯 **정답: ①$(2x+5)(2x-5)$**

📖 두 항의 차 꼴로 정리하여 공식을 적용합니다.

$4x^2 = (2x)^2$, $25 = 5^2$ 이므로

$4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2$

공식 $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$ 를 적용하면

$(2x)^2 - 5^2 = (2x+5)(2x-5)$

따라서 정답은 ①번입니다.

💡 $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$ 공식을 이용하면 $99 \times 101 = (100-1)(100+1) = 100^2 - 1 = 9999$ 처럼 암산도 쉬워져요.

Q59 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근의 차는?

①) ①1

②) ②2

③) ③3

④) ④5

🎯 **정답: ①1**

📖 인수분해로 두 근을 먼저 구합니다.

합이 5, 곱이 6인 두 수는 2와 3.

$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3) = 0$

$x - 2 = 0$ 또는 $x - 3 = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 3$

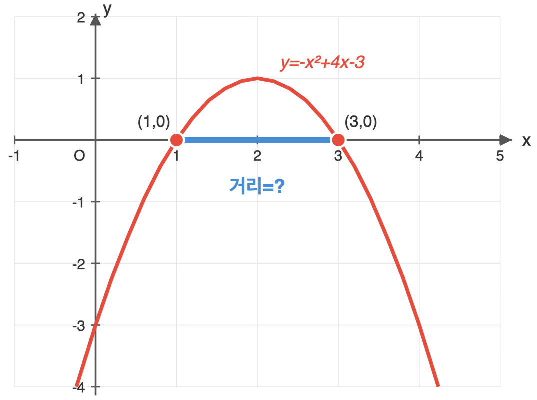
두 근의 차 = $|3-2| = 1$

따라서 정답은 ①번입니다.

💡 두 근의 차는 판별식을 $\sqrt{\ }$ 씌운 값이랑 같아요. $\sqrt{25-24} = \sqrt{1} = 1$ 로도 확인됩니다.

Q60 이차함수

이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리는?



①) ①1

②) ②2

③) ③3

④) ④4

🎯 **정답: ②2**

📖 x축과 만나는 점은 y=0인 x값이므로 방정식을 풉니다.

$-x^2 + 4x - 3 = 0$

양변에 -1을 곱하면 $x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x-1)(x-3) = 0$

$x = 1$ 또는 $x = 3$

두 교점은 $(1, 0),\ (3, 0)$

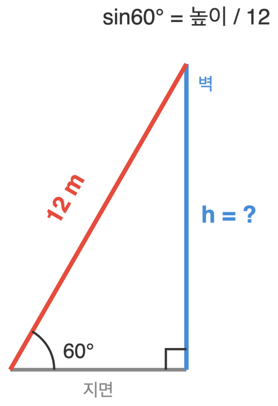
거리 = $|3 - 1| = 2$

따라서 정답은 ②번입니다.

💡 이차함수 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표는 해당 이차방정식의 실근과 똑같아요. 함수와 방정식은 동전의 양면이에요.

Q61 삼각비

길이 12m인 사다리를 벽에 기대어 세웠더니 사다리와 지면이 이루는 각이 60°였다. 사다리의 꼭대기가 벽에 닿은 높이는? (단, $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$)



①) ①6m

②) ②$6\sqrt{2}$ m

③) ③$6\sqrt{3}$ m

④) ④12m

🎯 **정답: ③$6\sqrt{3}$ m**

📖 사다리를 빗변, 벽의 높이를 대변으로 보는 직각삼각형입니다.

사다리와 지면의 각이 60°이므로, 그 대변인 '높이'와 빗변 사이에는

$\sin 60° = \frac{\text{높이}}{\text{빗변}} = \frac{h}{12}$

식을 정리하면 $h = 12 \times \sin 60°$

$h = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ (m)

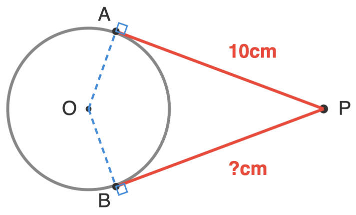
따라서 벽에 닿은 높이는 $6\sqrt{3}$ m 입니다.

💡 소방차 사다리나 건축 현장의 거치대 각도를 설계할 때도 이 삼각비 계산을 그대로 사용해요.

Q62 원의 성질

원 O 외부의 한 점 P에서 원에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 한다. $\overline{PA} = 10\text{cm}$일 때 $\overline{PB}$의 길이는?

외부점에서 그은 두 접선의 길이 관계는?



①) ①5cm

②) ②8cm

③) ③10cm

④) ④20cm

🎯 **정답: ③10cm**

📖 원 외부의 한 점에서 그은 두 접선은 길이가 같다는 성질을 이용합니다.

이 성질의 이유:

1) 직각삼각형 OAP와 OBP를 생각합니다.

2) $\overline{OA} = \overline{OB}$ (둘 다 반지름)

3) $\overline{OP}$는 공통

4) $\angle OAP = \angle OBP = 90°$ (접선은 접점에서 반지름에 수직)

따라서 두 직각삼각형은 합동(RHS)이므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$

$\overline{PA} = 10\text{cm}$ 이므로 $\overline{PB} = 10\text{cm}$ 입니다.

💡 축구공이나 당구공처럼 구에 접하는 여러 접선이 있는 상황에서도 이 '외부점 두 접선의 길이는 같다'는 성질이 그대로 적용돼요.

Q63 통계

자료 {3, 8, 5, 11, 7, 9}의 중앙값은?

①) ①6

②) ②7

③) ③7.5

④) ④8

🎯 **정답: ③7.5**

📖 중앙값은 자료를 크기 순으로 정렬했을 때 한가운데 위치한 값입니다.

1) 정렬: 3, 5, 7, 8, 9, 11

2) 자료의 개수가 6개(짝수)이므로 3번째와 4번째 값의 평균이 중앙값.

3) 3번째 값 = 7, 4번째 값 = 8

4) 중앙값 = $\frac{7+8}{2} = 7.5$

따라서 정답은 ③번입니다.

💡 자료의 개수가 홀수면 정가운데 한 값이 그대로 중앙값이지만, 짝수면 가운데 두 값의 평균으로 구해요.

Q64 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 과일 5개 중에서 2개를 고르는 방법의 수는? (뽑는 순서는 구별하지 않음)

①) ①5가지

②) ②10가지

③) ③15가지

④) ④20가지

🎯 **정답: ②10가지**

📖 순서를 구별하지 않고 뽑는 경우이므로 조합을 이용합니다.

5개 중에서 2개를 뽑는 조합의 수:

$_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = \frac{20}{2} = 10$

확인(순서까지 세면): $_5P_2 = 5 \times 4 = 20$가지.

하지만 (사과, 배)와 (배, 사과)는 같은 조합이므로 2로 나누어 10가지.

따라서 정답은 ②번입니다.

💡 로또는 45개 숫자 중에서 6개를 고르는 '조합' 문제예요. $_{45}C_6$ 은 약 814만 가지라서 당첨 확률이 매우 낮아요.

Q65 이차방정식

연속한 두 자연수의 제곱의 합이 85일 때, 두 자연수 중 큰 수는?

①) ①6

②) ②7

③) ③8

④) ④9

🎯 **정답: ②7**

📖 두 수를 미지수로 두고 식을 세웁니다.

1) 연속한 두 자연수를 $n,\ n+1$로 놓음 (n은 자연수).

2) 제곱의 합 조건:

$n^2 + (n+1)^2 = 85$

3) 전개: $n^2 + n^2 + 2n + 1 = 85$

$2n^2 + 2n + 1 = 85$

$2n^2 + 2n - 84 = 0$

$n^2 + n - 42 = 0$

4) 인수분해: 곱이 -42, 합이 1인 두 수는 7과 -6.

$(n-6)(n+7) = 0$

$n = 6$ 또는 $n = -7$

5) 자연수 조건에서 $n = 6$.

6) 두 수는 6, 7이고 큰 수는 7.

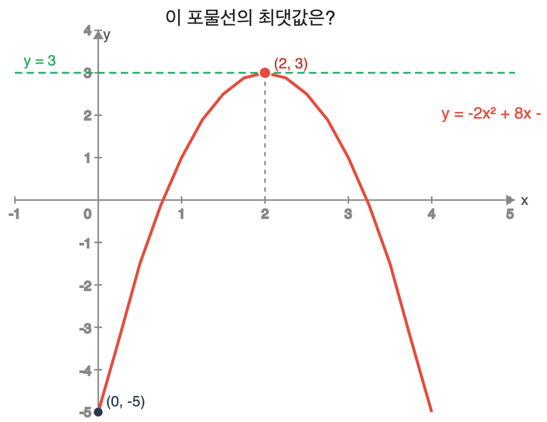
확인: $6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$ ✓

따라서 정답은 ②번입니다.

💡 '두 제곱수의 합'을 연구한 피에르 드 페르마는 이런 조건을 만족하는 자연수가 언제 존재하는지 정리로 남겼어요.

Q66 이차함수

이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 5$ 의 최댓값은?



①) ①1

②) ②2

③) ③3

④) ④5

🎯 **정답: ③3**

📖 계수가 음수이므로 위로 볼록, 최댓값이 존재합니다. 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 꼴로 바꿔 최댓값을 찾습니다.

1) $y = -2x^2 + 8x - 5$

2) x 항의 계수 -2로 묶기:

$y = -2(x^2 - 4x) - 5$

3) 괄호 안에서 x 계수의 절반 -2의 제곱 4를 더하고 빼기:

$y = -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 5$

$= -2\{(x-2)^2 - 4\} - 5$

4) 괄호 풀기:

$= -2(x-2)^2 + 8 - 5$

$= -2(x-2)^2 + 3$

5) $(x-2)^2 \geq 0$ 이고 앞에 -2가 곱해져 있으므로 $-2(x-2)^2 \leq 0$.

6) 따라서 $y \leq 3$, 등호는 $x = 2$일 때 성립.

최댓값은 3입니다.

💡 포물선은 '공을 던진 궤적'이나 '분수의 물줄기' 모양이에요. 최대 높이를 구하는 문제도 이차함수 최댓값 계산으로 풀려요.

Q67 통계

자료 {4, 6, 8, 10, 12}의 분산은?

①) ①4

②) ②6

③) ③8

④) ④10

정답: ③8

분산은 (편차)^{2}의 평균입니다.

1) 평균 구하기:

$\bar{x} = \frac{4+6+8+10+12}{5} = \frac{40}{5} = 8$

2) 각 변량의 편차 = 변량 - 평균:

$4-8 = -4,\ 6-8 = -2,\ 8-8 = 0,\ 10-8 = 2,\ 12-8 = 4$

3) 편차의 제곱:

$(-4)^2 = 16,\ (-2)^2 = 4,\ 0^2 = 0,\ 2^2 = 4,\ 4^2 = 16$

4) 편차제곱의 합:

$16+4+0+4+16 = 40$

5) 분산 = 편차제곱의 합 ÷ 자료의 개수:

$\frac{40}{5} = 8$

따라서 분산은 8입니다.

분산이 크다는 것은 자료가 평균에서 많이 퍼져 있다는 뜻이에요. 시험 점수 분포가 넓게 흩어졌는지 좁게 모였는지 비교할 때 씁니다.

Q68 경우의 수와 확률 심화

3개의 동전을 동시에 던질 때, 적어도 한 개의 앞면이 나올 확률은?

①) ①$\frac{1}{2}$

②) ②$\frac{5}{8}$

③) ③$\frac{3}{4}$

④) ④$\frac{7}{8}$

정답: ④$\frac{7}{8}$

'적어도 한 개'의 반대는 '하나도 없는' 경우입니다. 여사건을 이용하면 빠릅니다.

1) 전체 경우의 수: 동전 1개마다 앞/뒤 2가지이므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$가지.

2) 여사건 = '앞면이 하나도 없는 경우' = '모두 뒷면'.

- 모두 뒷면: (뒤, 뒤, 뒤) 1가지.

3) 여사건의 확률:

$P(\text{모두 뒷면}) = \frac{1}{8}$

4) 구하는 확률:

$P(\text{적어도 한 개 앞면}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

따라서 정답은 ④번입니다.

'적어도'라는 말이 나오면 대부분 여사건을 이용하는 게 빨라요. 직접 세면 '앞 1개, 앞 2개, 앞 3개' 세 가지를 일일이 구해야 하거든요.

Q69 근호 계산

$\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ 의 값을 구하시오.

①) ① $\sqrt{15}$

②) ② 6

③) ③ $2\sqrt{3}$

④) ④ 12

🎯 **정답: ② 6**

📖 근호의 곱셈 법칙 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{(ab)}$ 를 이용한다.

방법1: $\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{(12\times3)} = \sqrt{36} = 6$

방법2: $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 이므로 $2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2 \times 3 = 6$

두 방법 모두 답은 6 이다.

💡 곱한 뒤 근호 안이 완전제곱수가 되면 근호를 벗길 수 있다는 점을 기억하면 계산이 빨라진다.

Q70 제곱근과 실수

$\frac{3}{\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화한 결과는?

①) ① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

②) ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$

③) ③ $3\sqrt{2}$

④) ④ $\frac{3}{2}$

🎯 **정답: ① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$**

📖 분모에 $\sqrt{2}$가 있으므로 분자와 분모에 $\sqrt{2}$를 곱해 분모를 유리수로 만든다.

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

분모가 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 로 유리수가 되었다.

💡 계산기가 없던 시절, 분모에 근호가 있으면 값을 어림하기 어려웠기에 유리화는 필수 기술이었다.

Q71 다항식 곱셈과 인수분해

$(x + 3)^2$ 을 전개하면?

①) ① $x^2 + 9$

②) ② $x^2 + 6x + 9$

③) ③ $x^2 + 3x + 9$

④) ④ $x^2 + 9x + 6$

🎯 **정답: ② $x^2 + 6x + 9$**

📖 완전제곱 곱셈공식 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 을 적용한다.

a = x, b = 3 이므로

$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

중간항의 계수 2ab = 6x 를 빠뜨리지 않도록 주의한다.

💡 $(x + 3)^2 \neq x^2 + 9$ 는 중학생이 가장 자주 저지르는 실수 1위로 꼽히는 오류이다.

Q72 다항식 곱셈과 인수분해

다항식 $3x^2y - 6xy^2$ 을 인수분해하면?

①) ① $3xy(x - 2y)$

②) ② $3x(xy - 2y^2)$

③) ③ $xy(3x - 6y)$

④) ④ $3(x^2y - 2xy^2)$

🎯 **정답:** ① $3xy(x - 2y)$

📖 각 항에서 공통으로 들어 있는 인수를 최대한 묶어낸다.
계수의 공통인수: 3과 6의 최대공약수는 3
문자의 공통인수: x^2y 와 xy^2 에서 공통인 것은 xy
따라서 공통인수는 3xy 이다.
$3x^2y - 6xy^2 = 3xy(x - 2y)$
③, ④는 공통인수를 끝까지 뽑지 않은 미완성 형태라 정답이 아니다.

💡 인수분해는 '공통인수 먼저, 곱셈공식 나중' 순서로 접근하면 실수가 줄어든다.

Q73 다항식 곱셈과 인수분해

$x^2 - 8x + 16$ 을 인수분해한 결과는?

①) ① $(x - 4)^2$

②) ② $(x + 4)^2$

③) ③ $(x - 4)(x + 4)$

④) ④ $(x - 8)(x + 2)$

🎯 **정답:** ① $(x - 4)^2$

📖 완전제곱식 판별: $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ 형태인지 확인한다.
$x^2 - 8x + 16$ 에서
- 첫째 항 $x^2 = x \cdot x$
- 셋째 항 $16 = 4^2$
- 중간항 $-8x = -2 \cdot x \cdot 4$ (부호 음수)
세 조건을 모두 만족하므로 $(x - 4)^2$ 이다.
③ $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16$ 으로 다름, ④ $(x - 8)(x + 2) = x^2 - 6x - 16$ 으로 다름.

💡 완전제곱식 형태는 이차방정식 풀이에서 '평방완성법'의 핵심 도구로도 쓰인다.

Q74 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 해를 근의 공식으로 구하면?

①) ① $x = 2 \pm \sqrt{3}$

②) ② $x = 2 \pm \sqrt{5}$

③) ③ $x = -2 \pm \sqrt{3}$

④) ④ $x = 4 \pm \sqrt{3}$

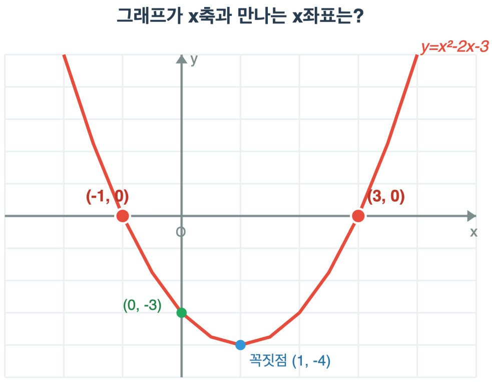
🎯 **정답:** ① $x = 2 \pm \sqrt{3}$

📖 근의 공식 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 에 a=1, b=-4, c=1 을 대입한다.
판별식: $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 16 - 4 = 12$
$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{12}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$
분자와 분모를 2로 약분하는 과정이 핵심이다.

💡 √12 = 2√3 으로 간단히 하지 않으면 답이 지저분해 보여 오답 같은 착각에 빠지기 쉽다.

Q75 이차함수

이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표를 모두 구하시오.



①) ① $x = -1, 3$

②) ② $x = 1, 3$

③) ③ $x = -3, 1$

④) ④ $x = -2, 3$

🎯 **정답:** ① $x = -1, 3$

📖 그래프가 x축과 만나는 점은 y=0 인 점, 즉 이차방정식의 해이다.

$x^2 - 2x - 3 = 0$

인수분해: 곱이 -3, 합이 -2 인 두 수는 -3 과 1

$(x-3)(x+1) = 0$

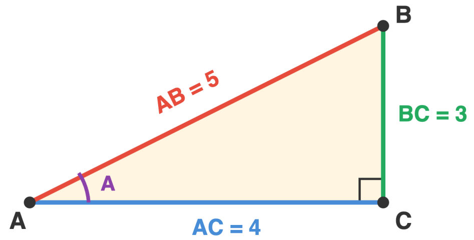
따라서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

x축과 만나는 두 점은 (-1, 0) 과 (3, 0) 이다.

💡 x절편의 평균은 대칭축의 x좌표와 같다. 여기서 (-1+3)/2 = 1 이 대칭축 x=1 과 일치한다.

Q76 삼각비

직각삼각형 ABC 에서 ∠C = 90°, AC = 4, BC = 3 일 때, tan A 의 값은?



tan A = 대변/인접변 = BC/AC

①) ① $\frac{3}{5}$

②) ② $\frac{4}{5}$

③) ③ $\frac{3}{4}$

④) ④ $\frac{4}{3}$

🎯 **정답: ③ $\frac{3}{4}$**

📖 직각삼각형에서 각 A 를 기준으로

- 대변(각 A 의 맞은편): BC = 3
- 인접변(각 A 옆에 붙은 변): AC = 4
- 빗변: AB

BC = 3, AC = 4 이므로 피타고라스 정리로 AB = $\sqrt{(3^2 + 4^2)}$ = $\sqrt{25}$ = 5.

tan A = (대변)/(인접변) = BC / AC = 3/4.

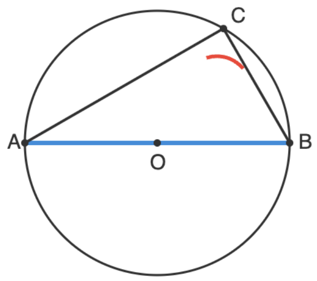
참고: sin A = 3/5, cos A = 4/5.

💡 변의 길이가 3, 4, 5 인 직각삼각형은 가장 유명한 '피타고라스 수'로, 고대부터 직각을 만드는 데 쓰였다.

Q77 원의 성질

원 O 에서 AB 가 지름이고, 점 C 가 원 위의 한 점일 때, ∠ACB 의 크기는?

반원의 원주각은?



①) ① 45°

②) ② 60°

③) ③ 90°

④) ④ 120°

🎯 **정답:** ③ 90°

📖 ‘반원에 대한 원주각은 직각이다’ 라는 성질을 이용한다.

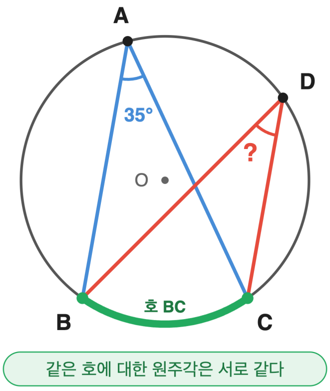
이유: AB 가 지름이면 호 AB 에 대한 중심각은 180° 이고, 원주각은 중심각의 절반이므로 180° / 2 = 90°.

따라서 ∠ACB = 90° 이며, 삼각형 ACB 는 항상 직각삼각형이 된다.

💡 이 성질은 고대 그리스 수학자 탈레스가 증명했다 하여 ‘탈레스의 정리’라고 불린다.

Q78 원의 성질

원 위의 네 점 A, B, C, D 에 대하여 같은 호 BC 에 대한 원주각 ∠BAC = 35° 일 때, 같은 호 BC 에 대한 또 다른 원주각 ∠BDC 의 크기는?



①) ① 35°

②) ② 55°

③) ③ 70°

④) ④ 145°

🎯 **정답:** ① 35°

📖 원에서 같은 호에 대한 원주각은 모두 크기가 같다.

호 BC 에 대한 원주각 ∠BAC 와 ∠BDC 는 같은 호를 바라보고 있으므로

∠BDC = ∠BAC = 35°

추가로 호 BC 에 대한 중심각은 원주각의 2배인 70° 가 된다.

💡 '같은 호에 대한 원주각은 모두 같다' 는 원주각의 핵심 성질로, 원주 위 어디에서 봐도 호를 같은 각으로 바라본다는 뜻이다.

Q79 통계

다음 자료의 최빈값을 구하시오.

3, 5, 7, 5, 8, 5, 9, 7

①) ① 5

②) ② 6

③) ③ 7

④) ④ 8

🎯 **정답:** ① 5

📖 최빈값은 자료에서 가장 자주 나온 값이다. 각 값의 빈도를 세어 본다.

- 3: 1번
- 5: 3번 (가장 많음)
- 7: 2번
- 8: 1번
- 9: 1번

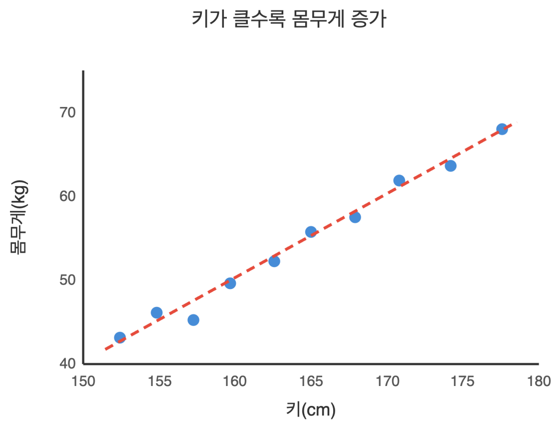
따라서 최빈값은 5 이다.

참고: 평균 = (3+5+7+5+8+5+9+7)/8 = 49/8 ≈ 6.1, 중앙값은 자료를 작은 수부터 정렬(3, 5, 5, 5, 7, 7, 8, 9)한 뒤 가운데 두 값인 4번째 5와 5번째 7의 평균 (5+7)/2 = 6 이다. 이처럼 세 대푯값(최빈값 5, 중앙값 6, 평균 ≈ 6.1)이 모두 다를 수 있음을 확인할 수 있다.

💡 최빈값은 옷 사이즈, 가장 많이 팔린 상품처럼 '가장 자주'가 중요한 자료에서 특히 유용한 대푯값이다.

Q80 통계

어느 반 학생들의 키(x)와 몸무게(y)를 산점도로 나타냈더니, 키가 클수록 몸무게가 대체로 증가하는 경향이 나타났다. 이 두 변량 사이의 상관관계는?



①) ① 양의 상관관계

②) ② 음의 상관관계

③) ③ 상관관계가 없다

④) ④ 완전한 함수관계

🎯 **정답: ① 양의 상관관계**

📖 산점도에서 두 변량의 관계는 점들의 분포 모양으로 판별한다.

- 한 변량이 커질수록 다른 변량도 커지는 경향: 양의 상관관계 (오른쪽 위로 향하는 띠)
- 한 변량이 커질수록 다른 변량이 작아지는 경향: 음의 상관관계 (오른쪽 아래로 향하는 띠)
- 일정한 경향 없이 흩어져 있음: 상관관계 없음

문제에서 ‘키가 클수록 몸무게가 증가’ 하는 경향이므로 ‘양의 상관관계’ 이다.

④ 완전한 함수관계는 점들이 직선 위에 모두 놓일 때를 말하므로 오답.

💡 산점도는 1800년대 후반 영국의 프랜시스 골턴이 부모와 자녀의 키를 비교하는 연구에서 처음 널리 사용한 도구라고 한다.

📝 중3 수학 일반

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q81 근호 계산

$\sqrt{48} \div \sqrt{3}$ 의 값은?

①) ① 2
②) ② 4
③) ③ $2\sqrt{3}$
④) ④ 16

🎯 **정답: ② 4**

📖 1단계: 근호의 나눗셈 성질 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a/b}$ 를 쓴다. 2단계: $\sqrt{48} \div \sqrt{3} = \sqrt{48/3} = \sqrt{16}$. 3단계: $\sqrt{16} = 4$. 따라서 정답은 ②.

💡 근호를 먼저 나눠서 정수의 제곱수를 만드는 것은 계산 실수를 줄이는 좋은 전략이다.

Q82 다항식 곱셈과 인수분해

$(2x-3)(2x+3)$ 을 전개한 결과는?

①) ① $4x^2-9$
②) ② $4x^2+9$
③) ③ $4x^2-6x+9$
④) ④ $2x^2-9$

🎯 **정답: ① $4x^2-9$**

📖 1단계: 합차의 꼴 $(A-B)(A+B)=A^2-B^2$ 을 적용한다. 2단계: $A=2x, B=3$ 이므로 $A^2=(2x)^2=4x^2, B^2=9$. 3단계: 따라서 $(2x-3)(2x+3)=4x^2-9$.

💡 a^2-b^2 는 두 제곱수의 차를 나타내는 형태로, 인수분해할 때 가장 먼저 점검해 볼 패턴이다.

Q83 이차방정식

이차방정식 $(x+1)^2=16$ 의 해는?

①) ① $x=3$ 또는 $x=-5$
②) ② $x=-3$ 또는 $x=5$
③) ③ $x=4$ 또는 $x=-4$
④) ④ $x=15$ 또는 $x=-17$

🎯 **정답: ① $x=3$ 또는 $x=-5$**

📖 1단계: 양변에 제곱근을 취하면 $x+1=\pm\sqrt{16}=\pm 4$. 2단계: $x+1=4$ 일 때 $x=3$. 3단계: $x+1=-4$ 일 때 $x=-5$. 따라서 해는 $x=3$ 또는 $x=-5$.

💡 $(x-p)^2=q$ 꼴의 방정식은 전개하지 않고 제곱근을 바로 씌우는 것이 가장 빠른 풀이다.

Q84 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 책 4권을 책꽂이에 일렬로 나란히 꽂는 방법의 수는?

①) ① 12

②) ② 16

③) ③ 24

④) ④ 48

정답: ③ 24

1단계: 서로 다른 n개를 일렬로 배열하는 방법 수는 $n!$ 이다. 2단계: 첫 번째 자리 4가지, 두 번째 자리 3가지, 세 번째 자리 2가지, 네 번째 자리 1가지. 3단계: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. 따라서 정답은 ③.

5권이면 120가지, 6권이면 720가지로 권수가 하나 늘 때마다 경우의 수는 급격히 늘어난다.

Q85 제곱근과 실수

세 수 $3, \sqrt{10}$, $2\sqrt{2}$ 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

①) ① $\sqrt{10} < 2\sqrt{2} < 3$

②) ② $2\sqrt{2} < 3 < \sqrt{10}$

③) ③ $3 < \sqrt{10} < 2\sqrt{2}$

④) ④ $2\sqrt{2} < \sqrt{10} < 3$

정답: ② $2\sqrt{2} < 3 < \sqrt{10}$

1단계: 양수끼리는 제곱해서 크기를 비교한다. 2단계: $3^2 = 9, (\sqrt{10})^2 = 10, (2\sqrt{2})^2 = 4 \times 2 = 8$. 3단계: $8 < 9 < 10$ 이므로 $2\sqrt{2} < 3 < \sqrt{10}$. 따라서 정답은 ②.

양수의 대소 비교는 제곱값으로 판단해도 결과가 같다는 사실이 근호 계산에서 매우 유용하게 쓰인다.

Q86 근호 계산

$\sqrt{2} \times \sqrt{6} - \sqrt{3}$ 을 간단히 한 값은?

①) ① $\sqrt{3}$

②) ② $2\sqrt{3}$

③) ③ $3\sqrt{3}$

④) ④ 3

정답: ① $\sqrt{3}$

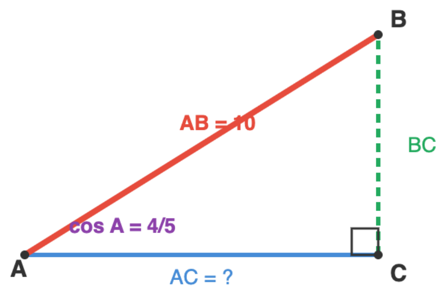
1단계: $\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 6} = \sqrt{12}$. 2단계: $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$. 3단계: $2\sqrt{3} - \sqrt{3} = (2-1)\sqrt{3} = \sqrt{3}$. 따라서 정답은 ①.

근호 계산은 곱셈 먼저, 제곱인수 밖으로 빼내기, 동류 정리의 순서로 하면 깔끔하다.

Q87 삼각비

직각삼각형 ABC 에서 ∠C = 90° 이고 빗변 AB = 10 이다. ∠A 의 코사인 값이 $\frac{4}{5}$ 일 때, 밑변 AC 의 길이는?

밑변 AC의 길이는?



①) ① 6
②) ② 7
③) ③ 8
④) ④ 9

정답: ③ 8

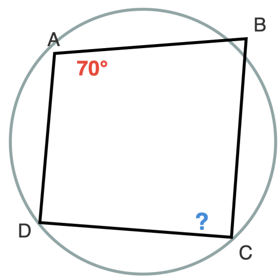
1단계: 직각삼각형에서 코사인의 정의는 $\cos A = \frac{\text{밑변}(\angle A\text{와 이웃한 변})}{\text{빗변}}$. 2단계: $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$ 이고 빗변 $AB = 10$. 3단계: $\frac{AC}{10} = \frac{4}{5}$ 이므로 $AC = 10 \times \frac{4}{5} = 8$.

빗변, 밑변, 높이가 4:3:5 비율인 삼각형은 고대 이집트에서도 직각을 만드는 도구로 사용되었다.

Q88 원의 성질

원에 내접하는 사각형 ABCD 에서 ∠A = 70° 일 때, ∠C 의 크기는?

∠C의 크기는?



①) ① 90°
②) ② 100°
③) ③ 110°
④) ④ 120°

정답: ③ 110°

1단계: 원에 내접하는 사각형의 마주보는 두 내각의 합은 항상 $180°$ 이다. 2단계: ∠A 와 ∠C 는 마주보므로 $\angle A + \angle C = 180°$. 3단계: $\angle C = 180° - 70° = 110°$. 따라서 정답은 ③.

이 성질은 원주각의 크기가 같은 호를 바라보는 각의 합을 생각하면 자연스럽게 유도된다.

Q89 근호 계산

$\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ 을 간단히 한 값은?

①) ① $\sqrt{5}$

②) ② $2\sqrt{5}$

③) ③ $\sqrt{3}$

④) ④ $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

🎯 **정답: ① $\sqrt{5}$**

📖 1단계: 첫째 항의 분모에 켤레인 $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ 을 곱해 유리화한다. $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$. 2단계: 둘째 항도 같은 방식으로 $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$ 로 바꾼다. 3단계: 두 항을 더하면 $\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})+(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$. 따라서 정답은 ①.

💡 켤레를 활용하면 근호 두 개가 들어간 복잡한 분모도 순식간에 정수 분모로 바뀐다.

Q90 경우의 수와 확률 심화

남학생 5명과 여학생 4명으로 이루어진 모임에서 대표 2명을 임의로 뽑을 때, 남학생 1명과 여학생 1명이 뽑힐 확률은?

①) ① $\frac{1}{3}$

②) ② $\frac{4}{9}$

③) ③ $\frac{5}{9}$

④) ④ $\frac{2}{3}$

🎯 **정답: ③ $\frac{5}{9}$**

📖 1단계: 전체 9명 중 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_9C_2=\frac{9\times 8}{2}=36$. 2단계: 남학생 5명 중 1명 뽑는 방법 ${}_5C_1=5$, 여학생 4명 중 1명 뽑는 방법 ${}_4C_1=4$. 곱의 법칙으로 $5\times 4=20$. 3단계: 확률 $=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$. 따라서 정답은 ③.

💡 두 집단에서 각각 한 명씩 뽑는 상황은 일상의 팀 구성이나 짝 짓기에서 자주 등장한다.

Q91 통계

다섯 개의 자료 $3, 5, 7, 5, 5$ 의 분산을 구하시오.

①) ① 1.2

②) ② 1.6

③) ③ 2.0

④) ④ 2.4

🎯 **정답: ② 1.6**

📖 1단계: 평균을 구한다. $\frac{3+5+7+5+5}{5}=\frac{25}{5}=5$. 2단계: 각 자료의 편차(자료-평균)를 구하면 $-2, 0, 2, 0, 0$. 편차의 제곱은 $4, 0, 4, 0, 0$. 3단계: 분산은 편차 제곱의 평균이므로 $\frac{4+0+4+0+0}{5}=\frac{8}{5}=1.6$. 따라서 정답은 ②.

💡 분산이 작을수록 자료가 평균 주변에 몰려 있고, 클수록 자료가 평균에서 멀리 흩어져 있다.

Q92 제곱근과 실수

49의 음의 제곱근과 16의 양의 제곱근의 합을 구하시오.

①) ① -11

②) ② -3

③) ③ 3

④) ④ 11

🎯 **정답: ② -3**

📖 1단계: 49의 음의 제곱근은 -√49 = -7 이다. (제곱해서 49가 되는 수 중 음수)

2단계: 16의 양의 제곱근은 √16 = 4 이다.

3단계: 두 값을 더하면 (-7) + 4 = -3 이다.

💡 양수 a의 제곱근은 항상 두 개(+√a, -√a)가 존재하지만 0의 제곱근은 0 하나뿐입니다.

Q93 근호 계산

$\sqrt{3}\,(\sqrt{12}\ +\sqrt{27}\ )$ 의 값을 구하시오.

①) ① 15

②) ② 6√3

③) ③ 3√5

④) ④ 9

🎯 **정답: ① 15**

📖 1단계: 분배법칙을 적용한다. √3·√12 + √3·√27.

2단계: √a·√b = √(ab) 이므로 √3·√12 = √36 = 6 이다.

3단계: 마찬가지로 √3·√27 = √81 = 9 이다.

4단계: 두 값을 더하면 6 + 9 = 15 이다.

💡 근호 안의 곱이 완전제곱수가 되면 유리수로 깔끔하게 떨어집니다.

Q94 다항식 곱셈과 인수분해

(2x - 3)(2x + 5) 를 전개하시오.

①) ① $4x^2$ - 4x - 15

②) ② $4x^2$ + 4x - 15

③) ③ $4x^2$ + 10x - 15

④) ④ $4x^2$ - 10x + 15

🎯 **정답: ② $4x^2$ + 4x - 15**

📖 1단계: FOIL로 전개한다. (2x)(2x) + (2x)(5) + (-3)(2x) + (-3)(5).

2단계: 각 항을 계산하면 $4x^2$ + 10x - 6x - 15 이다.

3단계: 동류항 10x와 -6x를 모으면 4x 이다.

4단계: 따라서 $4x^2$ + 4x - 15 이다.

💡 (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab 공식을 확장하면 (kx+a)(kx+b) = k^2x^2 + k(a+b)x + ab가 됩니다.

Q95 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 5권의 책 중에서 2권을 고르는 경우의 수를 구하시오.

①) ① 5

②) ② 10

③) ③ 20

④) ④ 25

🎯 **정답: ② 10**

📖 1단계: '순서 없이 고르는' 것이므로 조합을 사용한다. C(5,2).

2단계: C(5,2) = (5·4) / (2·1) = 20/2 = 10 이다.

3단계: 만약 순서까지 고려한 순열이라면 5·4 = 20이 되지만, 여기서는 두 권을 구분하지 않으므로 2!로 나눠 10이 된다.

💡 조합은 순열에서 중복된 순서를 제거한 개념으로, 로또·반장 선출 등 '뽑기' 문제에 쓰입니다.

Q96 이차방정식

이차방정식 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 근의 공식을 이용하여 구하시오.

①) ① $(3 \pm \sqrt{17})/4$

②) ② $(-3 \pm \sqrt{17})/4$

③) ③ $(3 \pm \sqrt{7})/4$

④) ④ $(3 \pm \sqrt{5})/2$

🎯 **정답: ① $(3 \pm \sqrt{17})/4$**

📖 1단계: 계수는 a=2, b=-3, c=-1 이다.

2단계: 판별식 $D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9 + 8 = 17$.

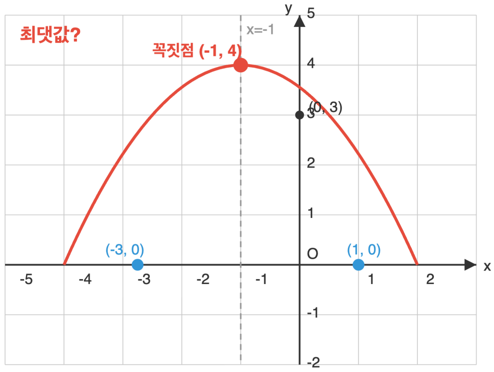
3단계: 근의 공식 $x = (-b \pm \sqrt{D})/(2a)$ 에 대입하면 $x = (3 \pm \sqrt{17})/4$.

4단계: 판별식이 양수이므로 서로 다른 두 실근(무리수)이 나온다.

💡 판별식 D의 부호로 근의 개수와 성질(유리/무리)을 한눈에 알 수 있어 '운명을 가르는 수'라 불립니다.

Q97 이차함수

이차함수 $y = -(x+1)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표와 최댓값을 구하시오.



①) ① 꼭짓점 (1, 4), 최댓값 4

②) ② 꼭짓점 (-1, 4), 최댓값 4

③) ③ 꼭짓점 (-1, -4), 최솟값 -4

④) ④ 꼭짓점 (1, -4), 최댓값 -4

🎯 **정답: ② 꼭짓점 (-1, 4), 최댓값 4**

📖 1단계: 꼭짓점형 $y = a(x - p)^2 + q$ 에서 꼭짓점은 (p, q) 이다.

2단계: $y = -(x+1)^2 + 4 = -(x - (-1))^2 + 4$ 이므로 $p = -1$, $q = 4$.

3단계: 따라서 꼭짓점 좌표는 (-1, 4).

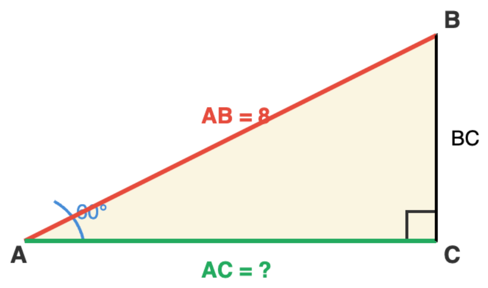
4단계: x^2의 계수 $a = -1 < 0$ 이므로 위로 볼록, 꼭짓점의 y좌표가 최댓값이 된다. 최댓값 = 4.

💡 꼭짓점의 y좌표는 a의 부호에 따라 최댓값($a<0$)이거나 최솟값($a>0$)이 됩니다.

Q98 삼각비

아래 직각삼각형에서 ∠A = 60°, ∠C = 90°, 빗변 AB = 8 일 때, 밑변 AC의 길이를 구하시오.

cos 60° 이용



①) ① 2

②) ② 4

③) ③ 4√3

④) ④ 8√3

🎯 **정답: ② 4**

📖 1단계: 각 A에서 밑변 AC는 이웃변, 빗변은 AB 이다.

2단계: cos A = 이웃변/빗변 = AC/AB 이므로 AC = AB·cos A.

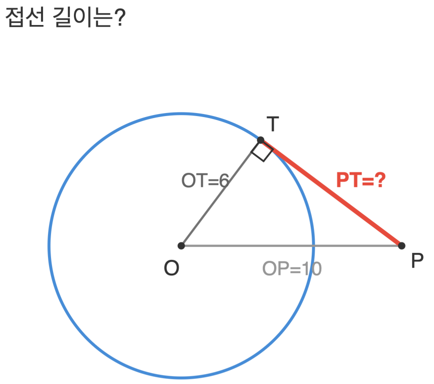
3단계: cos 60° = 1/2 을 대입하면 AC = 8 · (1/2) = 4.

4단계: 참고로 BC = AB·sin 60° = 8·(√3/2) = 4√3 이다.

💡 30°·60°·90° 직각삼각형의 세 변 비는 1 : √3 : 2 로 외우면 어떤 크기든 바로 구할 수 있습니다.

Q99 원의 성질

원 O의 반지름이 6 이고, 외부의 점 P에서 OP = 10 이다. P에서 원에 그은 접선의 접점을 T라 할 때, 접선 PT의 길이를 구하시오.



①) ① 4

②) ② 6

③) ③ 8

④) ④ $2\sqrt{34}$

🎯 **정답: ③ 8**

📖 1단계: 원의 접선은 접점에서 반지름과 수직이다. 즉 $\angle OTP = 90°$.

2단계: 따라서 삼각형 OTP는 직각삼각형이고, OP가 빗변이다.

3단계: 피타고라스 정리로 $PT^2 = OP^2 - OT^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$.

4단계: 따라서 $PT = \sqrt{64} = 8$.

💡 한 외부점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 항상 같습니다(접선 길이의 정리).

Q100 통계

다음 다섯 수의 표준편차를 구하시오. 2, 3, 4, 5, 6

①) ① 1

②) ② $\sqrt{2}$

③) ③ 2

④) ④ $\sqrt{10}$

🎯 **정답: ② $\sqrt{2}$**

📖 1단계: 평균 = (2 + 3 + 4 + 5 + 6) / 5 = 20/5 = 4.

2단계: 각 값의 편차(값 - 평균): -2, -1, 0, 1, 2.

3단계: 편차의 제곱: 4, 1, 0, 1, 4 의 합은 10.

4단계: 분산 = 편차제곱의 합 / 자료 수 = 10 / 5 = 2.

5단계: 표준편차 = $\sqrt{분산} = \sqrt{2}$.

💡 표준편차는 '평균에서 떨어진 평균 거리' 같은 의미로, 자료가 얼마나 흩어져 있는지를 나타냅니다.

Q101 경우의 수와 확률 심화

주머니에 흰 공 3개, 검은 공 2개가 들어 있다. 한 개를 꺼내 색을 확인한 뒤 다시 넣고 또 한 개를 꺼낸다. 두 번 모두 흰 공이 나올 확률을 구하시오.

①) ① 3/25
②) ② 6/25
③) ③ 9/25
④) ④ 3/10

🎯 **정답: ③ 9/25**

📖 1단계: 전체 공의 수는 3 + 2 = 5 개이다.
2단계: 한 번에 흰 공이 나올 확률은 3/5.
3단계: '복원추출'이므로 두 번째 시행도 조건이 같고, 두 사건은 독립이다.
4단계: 확률의 곱셈정리: (3/5) × (3/5) = 9/25.

💡 복원추출에서 각 시행은 서로 독립이어서 확률이 변하지 않지만, 비복원추출에서는 확률이 매번 달라집니다.

Q102 근호 계산

$\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ 을 간단히 하시오.

①) ① √3 + 1
②) ② 2 + √3
③) ③ 2 - √3
④) ④ √7 + 2

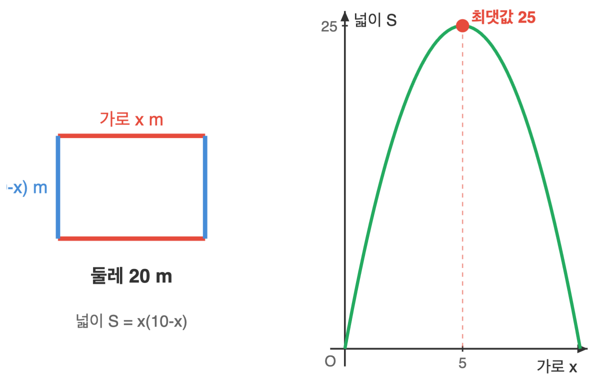
🎯 **정답: ② 2 + √3**

📖 1단계: 근호 안의 식을 $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 꼴로 맞춘다.
2단계: 4√3 = 2·(2·√3) 이므로 ab = 2√3, 그리고 $a^2 + b^2 = 7$ 이 되는 a, b 를 찾는다.
3단계: a = 2, b = √3 으로 두면 $a^2 + b^2 = 4 + 3 = 7$ ✓, 2ab = 4√3 ✓.
4단계: 따라서 $7 + 4\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^2$ 이고, $\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = 2 + \sqrt{3}$ (양수이므로 절댓값 그대로).

💡 이중근호를 푸는 핵심은 '합과 곱이 맞는 두 수'를 찾는 것, 이차방정식의 근과 계수 아이디어와 같은 원리입니다.

Q103 이차함수

둘레의 길이가 20 m인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 넓이가 가질 수 있는 최댓값을 구하시오.



①) ① 20 m²
②) ② 25 m²
③) ③ 50 m²
④) ④ 100 m²

🎯 **정답: ② 25 m²**

📖 1단계: 가로를 x m 라 하면 (가로+세로) = 10 이므로 세로는 $(10 - x)$ m 이다.
2단계: 넓이 $S = x(10 - x) = -x^2 + 10x$.
3단계: 완전제곱식으로 정리한다. $S = -(x^2 - 10x) = -(x^2 - 10x + 25) + 25 = -(x - 5)^2 + 25$.
4단계: x^2 계수가 음수이므로 꼭짓점에서 최댓값을 가진다. $x = 5$ 일 때 S 최댓값 = 25 m².
5단계: 이때 가로=세로=5 m 로 정사각형이 된다.
💡 둘레가 일정한 사각형 중에서 넓이가 최대인 것은 '정사각형'이라는 사실의 대수적 증명입니다.

Q104 이차방정식

어떤 수의 제곱이 그 수의 5배보다 6만큼 크다. 이 수를 모두 구하시오.

①) ① -1, 6
②) ② 1, -6
③) ③ 1, 6
④) ④ -1, -6

🎯 **정답: ① -1, 6**

📖 1단계: 구하는 수를 x 라 하면 문제는 '$x^2 = 5x + 6$' 으로 쓸 수 있다.
2단계: 한쪽으로 모두 이항한다. $x^2 - 5x - 6 = 0$.
3단계: 곱이 -6, 합이 -5 인 두 수는 -6 과 1 이다. 따라서 $(x - 6)(x + 1) = 0$.
4단계: $x - 6 = 0$ 또는 $x + 1 = 0$ 이므로 $x = 6$ 또는 $x = -1$.
5단계: 두 해 모두 문제 조건을 만족한다(검산: $36 = 30+6$ ✓, $1 = -5+6$ ✓).
💡 문장제에서 '어떤 수'에 양수 조건이 붙지 않으면 음수 해도 함께 검토해야 합니다.

Q105 경우의 수와 확률 심화

주머니에 빨간 공 3개, 파란 공 2개가 들어 있다. 공을 한 개씩 두 번 꺼내는데, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다. 첫 번째에 빨간 공, 두 번째에 파란 공이 나올 확률을 구하시오.

①) ① 1/5
②) ② 6/25
③) ③ 3/10
④) ④ 2/5

🎯 **정답: ③ 3/10**

📖 1단계: 첫 번째 시행에서 빨간 공을 뽑을 확률은 3/5 (전체 5개 중 빨강 3개).
2단계: 꺼낸 공을 다시 넣지 않으므로 남은 공은 4개(빨강 2개, 파랑 2개) 이다.
3단계: 두 번째 시행에서 파란 공을 뽑을 확률은 2/4 = 1/2.
4단계: 두 사건이 연속으로 일어날 확률(곱셈정리): (3/5) × (1/2) = 3/10.

💡 비복원추출은 뒤에 올 시행의 조건을 바꾸므로 '조건부 확률'의 대표적인 예입니다.

Q106 제곱근과 실수

다음 중 무리수인 것을 모두 고른 것은?

㉠ √16 ㉡ √7 ㉢ 0.121212... ㉣ π ㉤ -√25

①) ① ㉠, ㉡
②) ② ㉡, ㉣
③) ③ ㉡, ㉢, ㉣
④) ④ ㉠, ㉣, ㉤

🎯 **정답: ② ㉡, ㉣**

📖 무리수는 순환하지 않는 무한소수, 즉 분수 꼴로 나타낼 수 없는 수이다.
㉠ √16 = 4 → 유리수(정수)
㉡ √7 → 7은 제곱수가 아니므로 무리수
㉢ 0.121212... → 순환소수이므로 유리수
㉣ π = 3.14159... → 순환하지 않는 무한소수, 무리수
㉤ -√25 = -5 → 유리수(정수)
따라서 무리수는 ㉡, ㉣이다.

💡 π가 무리수임은 1761년 람베르트가 증명했어요. 소수점 아래 자리가 끝없이 이어져도 패턴이 없답니다.

Q107 근호 계산

$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{8}$ 의 값을 간단히 하시오.

①) ① 2√2
②) ② 3√2
③) ③ 4√2
④) ④ 5√2

🎯 **정답: ③ 4√2**

📖 각 근호를 가장 간단한 꼴로 바꾼다.
√50 = √(25·2) = 5√2
√18 = √(9·2) = 3√2
√8 = √(4·2) = 2√2
따라서 5√2 - 3√2 + 2√2 = (5 - 3 + 2)√2 = 4√2.

💡 근호 안의 수에서 제곱수를 밖으로 빼내는 작업을 '근호의 간단화'라고 해요. √2를 동류항처럼 묶을 수 있게 되죠.

Q108 다항식 곱셈과 인수분해

$x^2 - 9$를 인수분해하시오.

①) ① $(x-3)^2$

②) ② $(x+3)^2$

③) ③ (x+3)(x-3)

④) ④ (x+9)(x-1)

🎯 **정답: ③ (x+3)(x-3)**

📖 합차공식 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$를 이용한다.

$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x+3)(x-3)$

전개로 확인: $(x+3)(x-3) = x^2 - 3x + 3x - 9 = x^2 - 9$. ✓

💡 합차공식은 두 수의 곱셈을 빠르게 계산할 때도 쓰여요. 예: 27×33 = (30-3)(30+3) = 900-9 = 891.

Q109 통계

다음은 학생 5명의 수학 점수이다: 70, 80, 75, 90, 85.
이 자료의 평균을 구하시오.

①) ① 78점

②) ② 80점

③) ③ 82점

④) ④ 85점

🎯 **정답: ② 80점**

📖 평균 = (모든 자료 값의 합) ÷ (자료의 개수)

합: 70 + 80 + 75 + 90 + 85 = 400

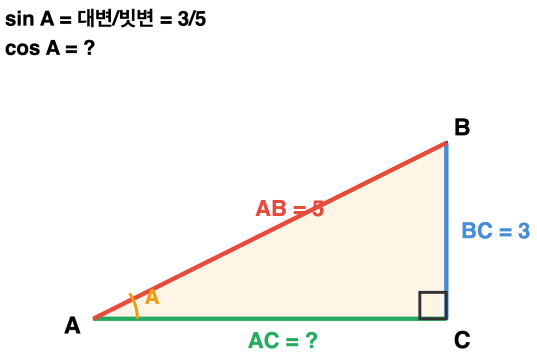
개수: 5

평균: 400 ÷ 5 = 80(점)

💡 평균은 모든 값의 영향을 받기 때문에 극단값(아주 크거나 작은 값)이 있으면 크게 흔들려요. 그래서 중앙값과 함께 보는 것이 좋답니다.

Q110 삼각비

직각삼각형 ABC에서 ∠C = 90°이고 sin A = 3/5일 때, cos A의 값을 구하시오.



①) ① 3/5

②) ② 4/5

③) ③ 3/4

④) ④ 5/4

🎯 **정답: ② 4/5**

📖 sin A = (각 A의 대변)/(빗변) = BC/AB = 3/5이므로 BC = 3, AB = 5로 잡을 수 있다.

피타고라스 정리로 밑변 AC를 구한다:

$AC^2 + BC^2 = AB^2$

$AC^2 + 3^2 = 5^2$

$AC^2 = 25 - 9 = 16$

AC = 4

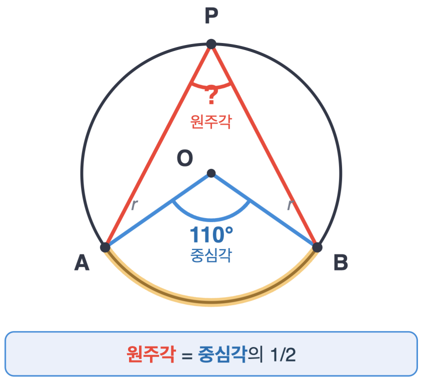
따라서 cos A = (이웃변)/(빗변) = AC/AB = 4/5.

참고: $\sin^2 A + \cos^2 A = (3/5)^2 + (4/5)^2 = 9/25 + 16/25 = 1$. ✓

💡 3-4-5는 가장 작은 정수 피타고라스 수예요. 고대 이집트 사람들도 이 비율로 직각을 만들었다고 해요.

Q111 원의 성질

원 O에서 호 AB에 대한 중심각 ∠AOB = 110°일 때, 호 AB에 대한 원주각 ∠APB의 크기를 구하시오. (단, 점 P는 호 AB 위에 있지 않은 원 위의 점)



①) ① 45°
②) ② 55°
③) ③ 65°
④) ④ 110°

🎯 **정답: ② 55°**
📖 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 절반이다.
∠APB = (1/2) × ∠AOB
∠APB = (1/2) × 110° = 55°
💡 같은 호 위에 있는 모든 원주각은 크기가 같아요. 그래서 점 P가 호 위에서 어디로 움직여도 ∠APB는 항상 55°를 유지한답니다.

Q112 경우의 수와 확률 심화

5명의 학생 중에서 회장 1명과 부회장 1명을 뽑는 경우의 수를 구하시오. (회장과 부회장은 서로 다른 사람)

①) ① 10가지
②) ② 15가지
③) ③ 20가지
④) ④ 25가지

🎯 **정답: ③ 20가지**
📖 회장과 부회장은 역할이 다르므로 순서가 있는 선택, 즉 순열이다.
회장을 뽑는 경우: 5명 중 1명 → 5가지
부회장을 뽑는 경우: 회장으로 뽑힌 사람을 제외한 4명 중 1명 → 4가지
곱의 법칙에 의해: 5 × 4 = 20(가지)
기호로 쓰면 ${}_5P_2 = 5 \times 4 = 20$.
💡 만약 단순히 '대표 2명'을 뽑는다면 순서 구분이 없어 10가지(조합)예요. 역할이 다른지 같은지에 따라 답이 달라지죠.

Q113 제곱근과 실수

$\sqrt{72n}$ 이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 n의 값을 구하시오.

①) ① 2

②) ② 3

③) ③ 6

④) ④ 8

🎯 **정답: ① 2**

📖 근호 안의 수가 어떤 자연수의 제곱이 되어야 √72n이 자연수가 된다.

먼저 72를 소인수분해한다: $72 = 2^3 \times 3^2$

따라서 $72n = 2^3 \times 3^2 \times n$.

전체가 제곱수가 되려면 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다.

3^2은 이미 짝수, 2^3은 홀수이므로 n에 2를 한 번 더 곱해서 2^4로 만들면 된다.

가장 작은 n = 2.

확인: $72 \times 2 = 144 = 12^2$. $\sqrt{144} = 12$ (자연수). ✓

💡 제곱수의 소인수분해는 모든 지수가 짝수예요. 이 성질은 약수의 개수, 완전제곱수 판정 등 다양한 곳에 쓰인답니다.

Q114 다항식 곱셈과 인수분해

$x^2 - 4x + 4 - y^2$을 인수분해하시오.

①) ① (x-2-y)(x-2+y)

②) ② (x+2-y)(x+2+y)

③) ③ (x-2-y)(x+2+y)

④) ④ (x-y-2)(x-y+2)

🎯 **정답: ① (x-2-y)(x-2+y)**

📖 4개 항을 그룹지어 묶는 인수분해를 사용한다.

앞 세 항 $x^2 - 4x + 4$를 완전제곱식으로 묶는다:

$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$

원식 = $(x-2)^2 - y^2$

이는 합차공식 $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$ 꼴이다. (A = x-2, B = y)

= $\{(x-2)+y\}\{(x-2)-y\}$

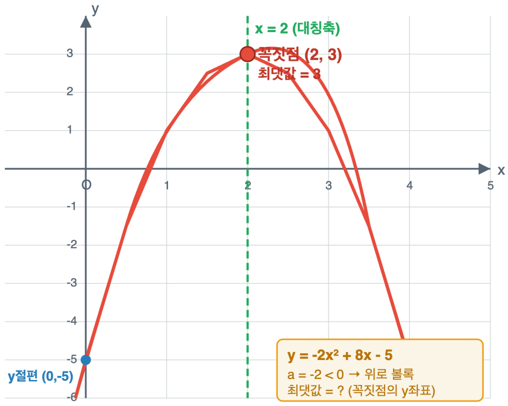
= $(x-2+y)(x-2-y)$

= $(x-2-y)(x-2+y)$

💡 이런 '3+1 묶기' 패턴은 완전제곱식과 합차공식을 결합해야 보여요. 항이 4개일 때는 어떻게 묶을지 먼저 살펴보는 습관이 중요하답니다.

Q115 이차함수

이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 5$의 최댓값을 구하시오.



①) ① -3

②) ② 1

③) ③ 3

④) ④ 5

🎯 정답: ③ 3

📖 $y = ax^2 + bx + c$를 표준형 $y = a(x-p)^2 + q$로 고친다.

$y = -2x^2 + 8x - 5$

$= -2(x^2 - 4x) - 5$

$= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 5$

$= -2\{(x-2)^2 - 4\} - 5$

$= -2(x-2)^2 + 8 - 5$

$= -2(x-2)^2 + 3$

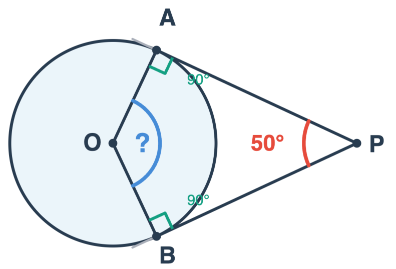
a = -2 < 0이므로 위로 볼록하며, 꼭짓점 (2, 3)에서 최댓값을 가진다.

따라서 최댓값은 3.

💡 이차함수의 최대·최소는 a의 부호로 판단해요. a > 0이면 최솟값, a < 0이면 최댓값을 꼭짓점에서 가진답니다.

Q116 원의 성질

원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하자. ∠APB = 50°일 때, ∠AOB의 크기를 구하시오.



①) ① 100°

②) ② 120°

③) ③ 130°

④) ④ 140°

🎯 **정답: ③ 130°**

📖 접선의 성질: 원 밖의 점에서 그은 접선과 접점에 그은 반지름은 서로 수직이다.

따라서 ∠OAP = ∠OBP = 90°.

사각형 OAPB의 내각의 합은 360°이므로

∠AOB + ∠APB + ∠OAP + ∠OBP = 360°

∠AOB + 50° + 90° + 90° = 360°

∠AOB + 230° = 360°

∠AOB = 130°

💡 외부 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 항상 같아요(PA = PB). 그래서 △OAP ≡ △OBP(RHS합동)가 되고, ∠AOB와 ∠APB의 합이 180°라는 사실도 따라온답니다.

Q117 통계

4개의 변량 2, 4, 6, 8의 분산을 구하시오.

①) ① 2
②) ② 4
③) ③ 5
④) ④ 8

🎯 **정답: ③ 5**

📖 분산 = (편차)^2 의 평균.
① 평균 구하기: (2 + 4 + 6 + 8) ÷ 4 = 20 ÷ 4 = 5
② 각 편차(변량 - 평균) 구하기:
2 - 5 = -3
4 - 5 = -1
6 - 5 = 1
8 - 5 = 3
③ 편차의 제곱:
$(-3)^2 = 9$, $(-1)^2 = 1$, $1^2 = 1$, $3^2 = 9$
④ 편차 제곱의 합: 9 + 1 + 1 + 9 = 20
⑤ 분산 = 편차 제곱의 합 ÷ 자료의 개수 = 20 ÷ 4 = 5
참고: 표준편차 = √분산 = √5.

💡 편차의 합은 항상 0이에요(-3 -1 +1 +3 = 0). 그래서 단순 평균이 아닌 '제곱의 평균'을 써서 흩어진 정도를 측정한답니다.

Q118 제곱근과 실수

16의 양의 제곱근을 A, 49의 음의 제곱근을 B라 할 때, A+B의 값은?

①) ①-11
②) ②-3
③) ③3
④) ④11

🎯 **정답: ②-3**

📖 1단계: 16의 양의 제곱근은 √16=4이므로 A=4.
2단계: 49의 음의 제곱근은 -√49=-7이므로 B=-7.
3단계: A+B=4+(-7)=-3.

💡 양수는 제곱근이 양과 음 두 개이지만 '제곱근' 기호 √는 항상 양의 값만 나타냅니다.

Q119 근호 계산

√72를 a√b 꼴로 나타낼 때, 자연수 a, b의 합 a+b의 값은? (단, b는 가장 작은 자연수)

①) ①6
②) ②7
③) ③8
④) ④10

🎯 **정답: ③8**

📖 1단계: 72를 소인수분해하면 $72=2^3\times3^2=36\times2$.
2단계: √72=√(36×2)=√36×√2=6√2.
3단계: a=6, b=2이므로 a+b=6+2=8.

💡 근호 안을 가장 작게 만들려면 제곱수(4, 9, 16, 25, 36...)를 밖으로 꺼내면 됩니다.

Q120 다항식 곱셈과 인수분해

(x+4)(x-4) - (x-1)(x+3)을 간단히 하면?

①) ①-2x-19

②) ②-2x-13

③) ③2x-13

④) ④-2x+13

🎯 **정답: ②-2x-13**

📖 1단계: 합차공식으로 $(x+4)(x-4)=x^2-16$.

2단계: 전개하면 $(x-1)(x+3)=x^2+2x-3$.

3단계: 두 식을 빼면 $(x^2-16)-(x^2+2x-3)=x^2-16-x^2-2x+3=-2x-13$.

💡 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$는 '합차공식'이라 불리며 가장 자주 쓰이는 곱셈공식입니다.

📝 중3 수학 일반

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q121 이차방정식

이차방정식 $x^2+5x-6=0$의 두 근은?

①) ①x=-6, x=1

②) ②x=6, x=-1

③) ③x=-2, x=3

④) ④x=2, x=-3

🎯 **정답: ①x=-6, x=1**

📖 1단계: 곱이 -6이고 합이 5인 두 수를 찾으면 6과 -1.
2단계: 인수분해하면 (x+6)(x-1)=0.
3단계: x+6=0 또는 x-1=0이므로 x=-6 또는 x=1.

💡 인수분해로 풀 수 없는 이차방정식은 근의 공식 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$로 풉니다.

Q122 제곱근과 실수

√(48a)가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a의 값은?

①) ①2

②) ②3

③) ③4

④) ④6

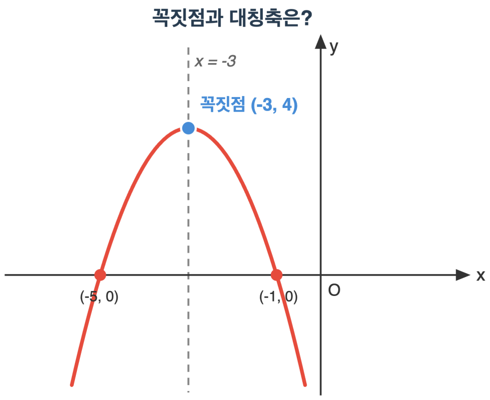
🎯 **정답: ②3**

📖 1단계: 48을 소인수분해하면 $48=2^4\times3$.
2단계: $48a=2^4\times3\times a$가 제곱수가 되려면 3×a가 제곱수여야 함.
3단계: 3×a가 제곱수가 되는 가장 작은 자연수는 a=3.
4단계: 확인: $48\times3=144=12^2$, √144=12 (자연수). 따라서 a=3.

💡 어떤 수의 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 제곱수입니다.

Q123 이차함수

이차함수 $y=-(x+3)^2+4$의 그래프에서 꼭짓점의 좌표와 대칭축의 방정식을 바르게 짝지은 것은?



①) ①꼭짓점 (3, 4), 대칭축 x=3

②) ②꼭짓점 (-3, 4), 대칭축 x=-3

③) ③꼭짓점 (-3, -4), 대칭축 x=-3

④) ④꼭짓점 (3, -4), 대칭축 x=3

🎯 **정답: ②꼭짓점 (-3, 4), 대칭축 x=-3**

📖 1단계: $y=a(x-p)^2+q$ 꼴에서 꼭짓점은 (p, q)이고 대칭축은 x=p.

2단계: $y=-(x+3)^2+4$를 $y=-(x-(-3))^2+4$로 보면 p=-3, q=4.

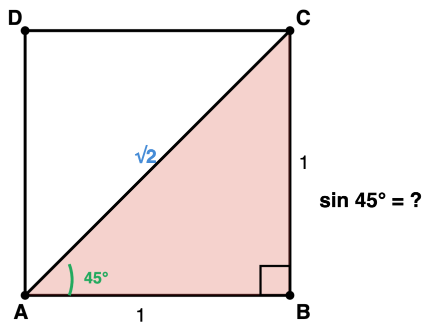
3단계: 따라서 꼭짓점은 (-3, 4)이고 대칭축은 x=-3.

4단계: x^2 계수가 -1로 음수이므로 그래프는 위로 볼록하여 y=4가 최댓값이다.

💡 이차함수 그래프의 꼭짓점은 최댓값 또는 최솟값이 되는 지점입니다.

Q124 삼각비

한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서 대각선 AC를 그었을 때, 삼각형 ABC에 대하여 sin 45°의 값은?



①) ①$\frac{1}{2}$
②) ②$\frac{\sqrt{2}}{2}$
③) ③$\frac{\sqrt{3}}{2}$
④) ④1

🎯 **정답:** ②$\frac{\sqrt{2}}{2}$

📖 1단계: 정사각형의 대각선 길이는 피타고라스 정리로 AC=$\sqrt{(1^2+1^2)}$=$\sqrt{2}$.

2단계: 삼각형 ABC는 ∠B=90°인 직각삼각형이고 ∠BAC=45°.

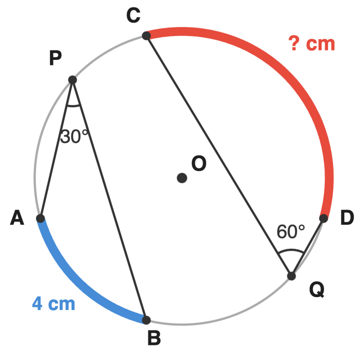
3단계: sin 45°는 각 A의 대변 BC를 빗변 AC로 나눈 값.

4단계: sin 45° = BC/AC = 1/$\sqrt{2}$ = $\sqrt{2}$/2.

💡 45°의 삼각비는 한 변이 1인 정사각형의 대각선에서 자연스럽게 유도됩니다.

Q125 원의 성질

한 원에서 호 AB에 대한 원주각의 크기는 30°이고, 호 CD에 대한 원주각의 크기는 60°이다. 호 AB의 길이가 4cm일 때, 호 CD의 길이는?



①) ①6 cm

②) ②8 cm

③) ③10 cm

④) ④12 cm

🎯 **정답: ②8 cm**

📖 1단계: 한 원에서 원주각의 크기는 그 원주각이 서는 호의 길이에 정비례한다.

2단계: (호 AB의 원주각):(호 CD의 원주각) = (호 AB의 길이):(호 CD의 길이).

3단계: 30°:60° = 4:x, 즉 1:2 = 4:x.

4단계: x = 4×2 = 8. 따라서 호 CD의 길이는 8cm.

💡 같은 원에서는 호의 길이, 중심각의 크기, 원주각의 크기가 서로 정비례합니다.

Q126 통계

다섯 개의 변량 1, 3, 5, 7, 9의 분산을 구하시오.

①) ①4

②) ②6

③) ③8

④) ④10

🎯 **정답: ③8**

📖 1단계: 평균 = (1+3+5+7+9)/5 = 25/5 = 5.

2단계: 각 편차 = 변량 - 평균. 편차는 -4, -2, 0, 2, 4.

3단계: 편차의 제곱은 16, 4, 0, 4, 16이고, 합은 40.

4단계: 분산 = (편차)^2 의 평균 = 40/5 = 8.

💡 표준편차는 분산의 양의 제곱근이며, 이 자료의 표준편차는 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$입니다.

Q127 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 5가지 색이 있다. 이 중 2가지 색을 골라 이층 케이크의 위층과 아래층을 서로 다른 색으로 칠하는 방법의 수는? (위층과 아래층은 구별된다)

①) ①10

②) ②15

③) ③20

④) ④25

🎯 **정답: ③20**

📖 1단계: 위층과 아래층이 구별되므로 순서가 있는 선택, 즉 순열을 사용한다.
2단계: 위층에 칠할 색을 고르는 방법은 5가지.
3단계: 아래층에는 위층에 쓰지 않은 색을 칠해야 하므로 4가지.
4단계: 전체 방법 수 = $5\times4 = 20$가지.

💡 순서가 있는 선택은 순열(P), 순서가 없는 선택은 조합(C)으로 구분합니다.

Q128 이차방정식

이차방정식 $x^2-6x+k=0$이 중근을 가질 때, 상수 k의 값을 구하시오.

①) ①6

②) ②9

③) ③12

④) ④-9

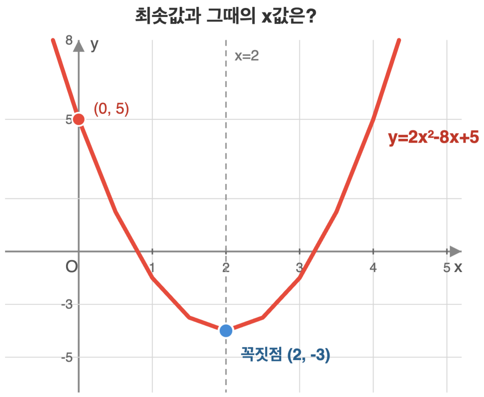
🎯 **정답: ②9**

📖 1단계: 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 가지려면 판별식 $D = b^2-4ac = 0$.
2단계: $a=1$, $b=-6$, $c=k$이므로 $D = (-6)^2 - 4\times1\times k = 36 - 4k$.
3단계: 중근 조건 $36 - 4k = 0$, 따라서 $k = 9$.
4단계: 확인: $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$, 중근 $x=3$ (중근임을 확인).

💡 판별식 $D>0$이면 서로 다른 두 실근, $D=0$이면 중근, $D<0$이면 실근이 없습니다.

Q129 이차함수

이차함수 y=2x²-8x+5의 최솟값과 그때의 x의 값을 구하면?



①) ①최솟값 5, x=0

②) ②최솟값 3, x=2

③) ③최솟값 -3, x=-2

④) ④최솟값 -3, x=2

🎯 **정답: ④최솟값 -3, x=2**

📖 1단계: $y=2x^2-8x+5$를 완전제곱꼴로 고친다. 2로 묶으면 $y=2(x^2-4x)+5$.

2단계: $x^2-4x = (x-2)^2 - 4$이므로 $y = 2\{(x-2)^2 - 4\} + 5$.

3단계: 전개하면 $y = 2(x-2)^2 - 8 + 5 = 2(x-2)^2 - 3$.

4단계: x^2 계수가 양수이므로 아래로 볼록, 꼭짓점 (2, -3)에서 최솟값을 갖는다.

5단계: 따라서 x=2일 때 최솟값 -3.

💡 완전제곱꼴 $y=a(x-p)^2+q$에서 $a>0$이면 q가 최솟값, $a<0$이면 q가 최댓값입니다.

Q130 다항식 곱셈과 인수분해

다항식 $(x+y)^2-4(x+y)+4$를 인수분해하시오.

①) ①$(x + y + 2)^2$

②) ②$(x + y - 2)^2$

③) ③$(x - y - 2)^2$

④) ④$(x + y - 2)(x + y + 2)$

🎯 **정답: ②$(x + y - 2)^2$**

📖 1단계: 반복되는 (x+y)를 한 문자로 치환한다. t = x+y로 놓는다.

2단계: 식은 $t^2 - 4t + 4$가 된다.

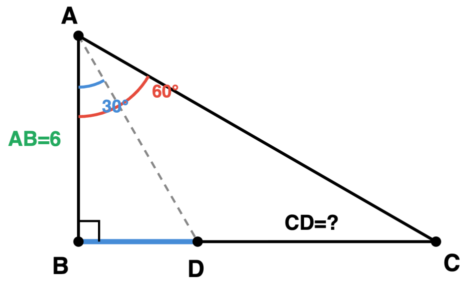
3단계: $t^2 - 4t + 4 = (t-2)^2$ (완전제곱식).

4단계: t를 다시 x+y로 되돌리면 $(x+y-2)^2$.

💡 복잡한 다항식에서 반복되는 덩어리를 하나의 문자로 치환하면 구조가 단순해집니다.

Q131 삼각비

$\angle B=90°$인 직각삼각형 ABC에서 변 BC 위의 점 D가 $\angle BAD=30°$, $\angle BAC=60°$를 만족한다. $AB=6$일 때, 선분 CD의 길이는?



①) ①$2\sqrt{3}$
②) ②$3\sqrt{3}$
③) ③$4\sqrt{3}$
④) ④$6\sqrt{3}$

🎯 **정답: ③$4\sqrt{3}$**
📖 1단계: 직각삼각형 ABD에서 $\angle ABD=90°$, $\angle BAD=30°$, $AB=6$.
2단계: $\tan 30° = BD/AB$ 이므로 $BD = 6 \times \tan 30° = 6 \times (\sqrt{3}/3) = 2\sqrt{3}$.
3단계: 직각삼각형 ABC에서 $\angle ABC=90°$, $\angle BAC=60°$, $AB=6$.
4단계: $\tan 60° = BC/AB$ 이므로 $BC = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.
5단계: 점 D가 선분 BC 위에 있으므로 $CD = BC - BD = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.
💡 한 직각삼각형을 두 개의 직각삼각형으로 나누어 각각 삼각비를 적용하면 복잡한 길이도 구할 수 있습니다.

Q132 제곱근과 실수

81의 양의 제곱근을 a, 9의 음의 제곱근을 b라 할 때, a+b의 값을 구하시오.

①) ① 3
②) ② 6
③) ③ 9
④) ④ 12

🎯 **정답: ② 6**
📖 1단계: 양수 x의 제곱근은 $\pm\sqrt{x}$ 두 개이다.
2단계: 81의 양의 제곱근은 $\sqrt{81} = 9$ 이므로 $a = 9$.
3단계: 9의 음의 제곱근은 $-\sqrt{9} = -3$ 이므로 $b = -3$.
4단계: $a + b = 9 + (-3) = 6$.
💡 '제곱근'은 '제곱해서 원래 수가 되는 수'라는 뜻이며, 양수는 항상 두 개(양·음)를 가진다.

Q133 근호 계산

$\sqrt{3} \times \sqrt{27}$ 의 값을 구하시오.

①) ① 3
②) ② 6
③) ③ 9
④) ④ 12

🎯 **정답: ③ 9**

📖 1단계: 근호의 곱셈 공식 √a × √b = √(ab) 를 이용한다.
2단계: √3 × √27 = √(3×27) = √81.
3단계: √81 = 9 (81이 완전제곱수이므로 근호가 벗겨진다).
💡 두 수의 곱이 완전제곱수가 되면 √가 자연수로 딱 떨어진다.

Q134 다항식 곱셈과 인수분해

다항식 $x^2 - 25$ 를 인수분해한 것은?

①) ① $(x - 5)^2$
②) ② $(x + 5)^2$
③) ③ $(x + 5)(x - 5)$
④) ④ $(x + 25)(x - 1)$

🎯 **정답: ③** $(x + 5)(x - 5)$

📖 1단계: 합차공식 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 를 떠올린다.
2단계: $x^2 - 25 = x^2 - 5^2$ 이므로 a=x, b=5에 해당한다.
3단계: 따라서 $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$.
💡 제곱의 차는 언제나 두 일차식의 곱으로 깔끔하게 갈라진다.

Q135 통계

자료 3, 7, 2, 9, 5, 4, 8의 중앙값을 구하시오.

①) ① 4
②) ② 5
③) ③ 6
④) ④ 7

🎯 **정답: ② 5**

📖 1단계: 자료를 크기순으로 정렬한다 → 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9.
2단계: 자료의 개수가 7(홀수)이므로 중앙값은 가운데에 있는 4번째 값이다.
3단계: 4번째 값은 5 이므로 중앙값 = 5.
💡 자료에 극단값이 섞여 있을 때는 평균보다 중앙값이 더 자료를 잘 대표한다.

Q136 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 구하시오.

①) ① $3 \pm \sqrt{5}$

②) ② $3 \pm 2\sqrt{5}$

③) ③ $-3 \pm \sqrt{5}$

④) ④ $6 \pm \sqrt{5}$

🎯 **정답:** ① $3 \pm \sqrt{5}$

📖 1단계: 근의 공식 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 에 a=1, b=-6, c=4 대입.

2단계: 판별식 $b^2 - 4ac = 36 - 16 = 20 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근.

3단계: $x = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 3 \pm \sqrt{5}$.

💡 인수분해가 안 되는 이차방정식은 근의 공식이 항상 통한다.

Q137 이차함수

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 (3, 18)을 지날 때, 상수 a의 값을 구하시오.

①) ① 1

②) ② 2

③) ③ 3

④) ④ 6

🎯 **정답: ② 2**

📖 1단계: 그래프가 점을 지난다 = 그 점의 좌표를 식에 넣으면 성립한다.

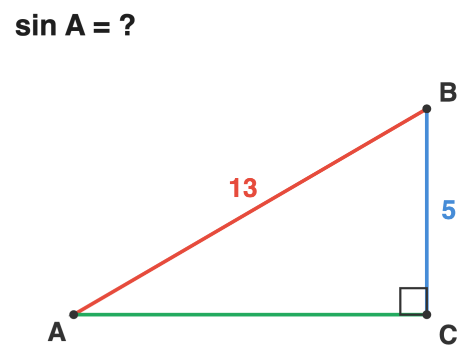
2단계: x=3, y=18을 $y = ax^2$ 에 대입하면 $18 = a \times 3^2 = 9a$.

3단계: $a = 18 \div 9 = 2$.

💡 $y = ax^2$에서 a가 커질수록 포물선은 세로로 더 뾰족해지고, a<0이면 뒤집혀서 아래로 벌어진다.

Q138 삼각비

직각삼각형 ABC에서 $\angle C = 90°$, AB = 13, BC = 5 일 때 sin A 의 값을 구하시오.



①) ① $\frac{5}{13}$
②) ② $\frac{12}{13}$
③) ③ $\frac{5}{12}$
④) ④ $\frac{13}{5}$

🎯 **정답: ① $\frac{5}{13}$**

📖 1단계: 직각삼각형에서 sin A = (각 A의 대변) ÷ (빗변).
2단계: 각 A의 대변은 직각 C를 끼고 A 맞은편에 있는 BC = 5.
3단계: 빗변은 직각의 맞은편 AB = 13.
4단계: 따라서 $\sin A = \frac{5}{13}$.

💡 변의 길이 5, 12, 13은 대표적인 피타고라스 정수쌍으로, 고대 이집트 측량사도 알고 있었다.

Q139 경우의 수와 확률 심화

학생 6명 중에서 청소 당번 2명을 뽑는 경우의 수를 구하시오.

①) ① 10
②) ② 12
③) ③ 15
④) ④ 30

🎯 **정답: ③ 15**

📖 1단계: 청소 당번은 '뽑은 두 명' 자체가 중요하고 순서는 상관없으므로 조합 문제이다.
2단계: 순서를 생각하면 6 × 5 = 30 가지.
3단계: 두 명의 순서를 바꾼 경우(2!=2)는 같은 조이므로 중복이다.
4단계: 따라서 경우의 수 = 30 ÷ 2 = 15.

💡 '순서 상관없이 뽑기'는 조합(Combination)이고, '줄 세우기'는 순열(Permutation)이다. 반드시 구분해서 보아야 한다.

Q140 이차방정식

지면에서 초속 30 m/s로 똑바로 위로 쏘아 올린 공의 t초 후의 높이 h(m)는 $h = 30t - 5t^2$ 이다. 공의 높이가 40 m가 되는 때는 몇 초 후인가?

①) ① 1초 후, 3초 후
②) ② 2초 후, 4초 후
③) ③ 2초 후, 6초 후
④) ④ 3초 후, 5초 후

정답: ② 2초 후, 4초 후

1단계: 조건을 식으로 세우면 $40 = 30t - 5t^2$.
2단계: 정리하면 $5t^2 - 30t + 40 = 0$, 양변을 5로 나누면 $t^2 - 6t + 8 = 0$.
3단계: 인수분해: $(t - 2)(t - 4) = 0$.
4단계: t = 2 또는 t = 4. 두 해가 모두 양수이므로 모두 현실적 의미가 있다(올라갈 때와 내려올 때).
공이 똑같은 높이를 두 번 지나가는 이유: 한 번은 올라가면서, 또 한 번은 내려오면서 지나기 때문이다.

Q141 근호 계산

$\sqrt{\frac{8}{3}} \div \sqrt{\frac{2}{27}}$ 의 값을 구하시오.

①) ① 3
②) ② 6
③) ③ 9
④) ④ 12

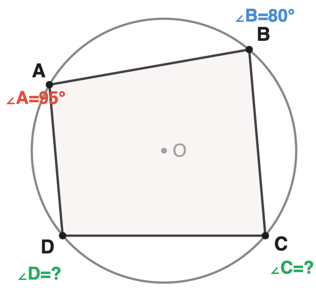
정답: ② 6

1단계: 근호의 나눗셈은 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a/b}$ 로 하나의 근호로 합칠 수 있다.
2단계: $\sqrt{\frac{8}{3}} \div \sqrt{\frac{2}{27}} = \sqrt{\frac{8}{3} \div \frac{2}{27}} = \sqrt{\frac{8}{3} \times \frac{27}{2}}$.
3단계: 분자·분모를 약분: $\frac{8 \times 27}{3 \times 2} = \frac{216}{6} = 36$.
4단계: $\sqrt{36} = 6$.
복잡한 근호식은 먼저 '근호 하나로 합친 뒤 약분'하면 계산이 극적으로 짧아진다.

Q142 원의 성질

원에 내접하는 사각형 ABCD에서 $\angle A = 95°$, $\angle B = 80°$ 일 때 $\angle C + \angle D$ 의 값을 구하시오.

원에 내접하는 사각형의 대각의 관계는?



①) ① 165°

②) ② 175°

③) ③ 185°

④) ④ 195°

🎯 **정답: ③ 185°**

📖 1단계: 원에 내접하는 사각형의 성질: 마주보는 두 각(대각)의 합은 180°이다.

2단계: ∠A + ∠C = 180° → ∠C = 180° - 95° = 85°.

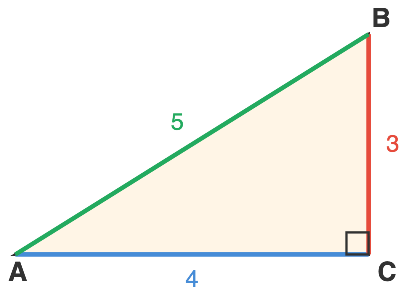
3단계: ∠B + ∠D = 180° → ∠D = 180° - 80° = 100°.

4단계: 따라서 ∠C + ∠D = 85° + 100° = 185°.

💡 사각형의 네 각의 합은 항상 360°. 원에 내접하면 그 360°가 대각끼리 정확히 180°씩 나뉜다.

Q143 삼각비

직각삼각형 ABC에서 $\angle C = 90°$, $\tan A = \frac{3}{4}$ 일 때 $\sin A + \cos A$ 의 값을 구하시오.



①) ① $\frac{5}{7}$
②) ② $\frac{7}{5}$
③) ③ 1
④) ④ $\frac{12}{5}$

🎯 **정답:** ② $\frac{7}{5}$

📖 1단계: tan A = (대변)/(이웃변) = 3/4 이므로 대변 = 3, 이웃변 = 4인 직각삼각형을 그려도 비율이 같다.
2단계: 피타고라스 정리로 빗변 = $\sqrt{3^2 + 4^2}$ = $\sqrt{25}$ = 5.
3단계: sin A = (대변)/(빗변) = 3/5, cos A = (이웃변)/(빗변) = 4/5.
4단계: $\sin A + \cos A = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$.
💡 3-4-5 직각삼각형은 가장 유명한 정수 변 직각삼각형. tan, sin, cos 값이 모두 깔끔한 분수로 떨어진다.

Q144 제곱근과 실수

세 수 4, √18, √20의 대소 관계로 옳은 것은?

①) ① 4 < √18 < √20
②) ② √18 < 4 < √20
③) ③ √20 < √18 < 4
④) ④ √18 < √20 < 4

🎯 **정답:** ①

📖 1단계) 4를 근호 형태로 바꾸면 4 = √16.
2단계) 근호 안의 수가 작을수록 √ 값도 작다 (양수 기준).
3단계) 16 < 18 < 20 이므로 √16 < √18 < √20.
4단계) 따라서 4 < √18 < √20 이 성립한다.
💡 두 양수의 크기를 비교할 때, 제곱해서 비교하거나 같은 근호 형태로 통일하면 편리해.

Q145 근호 계산

$\sqrt{48} \div \sqrt{3}$ 의 값을 구하시오.

①) ① 2

②) ② 4

③) ③ 8

④) ④ 16

🎯 **정답: ②**

📖 1단계) 근호의 나눗셈은 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{(a/b)}$ 성질을 이용한다.

2단계) $\sqrt{48} \div \sqrt{3} = \sqrt{(48/3)} = \sqrt{16}$.

3단계) $\sqrt{16} = 4$.

💡 나눗셈을 분수로 보면 $\sqrt{(a/b)}$로 묶을 수 있어서 계산이 훨씬 간단해져.

Q146 통계

다음 자료의 최빈값을 구하시오.
자료: 3, 5, 7, 5, 8, 5, 9, 7

①) ① 3

②) ② 5

③) ③ 7

④) ④ 9

🎯 **정답: ②**

📖 1단계) 최빈값은 자료에서 가장 많이 나타난 값이다.

2단계) 각 값의 빈도를 세어 보자: 3은 1번, 5는 3번, 7은 2번, 8은 1번, 9는 1번.

3단계) 5가 3번으로 가장 많이 나타났다.

4단계) 따라서 최빈값은 5.

💡 최빈값은 자료가 여러 개일 수도, 없을 수도 있어. 평균/중앙값과 달리 수치 자료가 아닌 색깔·혈액형에도 쓸 수 있어.

Q147 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 의 판별식 D의 값은?

①) ① 4

②) ② 8

③) ③ 16

④) ④ 36

🎯 **정답: ③**

📖 1단계) 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식은 $D = b^2 - 4ac$.

2단계) a=1, b=-6, c=5 이므로 $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5$.

3단계) $D = 36 - 20 = 16$.

4단계) $D > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 가진다.

💡 판별식은 '근이 몇 개이고 어떤 종류인지'를 한 번에 알려주는 이차방정식의 나침반 같은 존재야.

Q148 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 5가지 과일 중에서 2가지를 골라 바구니에 담는 경우의 수는? (순서는 생각하지 않는다)

①) ① 5

②) ② 8

③) ③ 10

④) ④ 20

🎯 **정답: ③**

📖 1단계) 순서 없이 고르는 상황이므로 조합을 사용한다.

2단계) ${}_5C_2 = (5 \times 4) / (2 \times 1)$.

3단계) = 20 / 2 = 10.

4단계) 따라서 경우의 수는 10 가지.

💡 순열(${}_5P_2$=20)은 순서를 구분하고, 조합(${}_5C_2$=10)은 순서를 구분하지 않아. 항상 조합은 순열을 반복 개수로 나눈 값이야.

Q149 다항식 곱셈과 인수분해

(2x - 3)(x + 4) 를 전개하시오.

①) ① $2x^2 + 5x - 12$

②) ② $2x^2 + 11x - 12$

③) ③ $2x^2 - 5x - 12$

④) ④ $2x^2 + 5x + 12$

🎯 **정답: ①**

📖 1단계) 분배법칙으로 각 항끼리 곱한다.

2단계) (2x)(x) + (2x)(4) + (-3)(x) + (-3)(4).

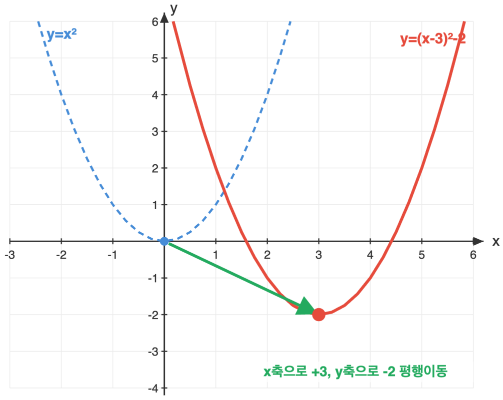
3단계) = $2x^2 + 8x - 3x - 12$.

4단계) 동류항 정리: $2x^2 + 5x - 12$.

💡 (ax+b)(cx+d) 꼴은 'FOIL' 순서(앞·바깥·안·뒤)로 곱하면 누락 없이 전개할 수 있어.

Q150 이차함수

이차함수 y = x^2 의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는?



①) ① (3, 2)
②) ② (3, -2)
③) ③ (-3, -2)
④) ④ (-3, 2)

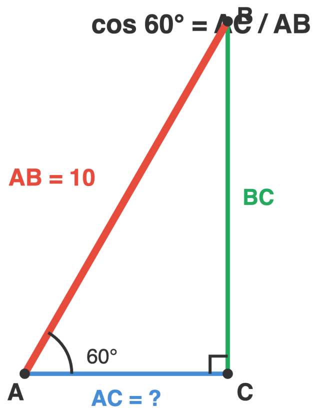
🎯 **정답: ②**

📖 1단계) y = x^2 의 꼭짓점은 (0, 0) 이다.
2단계) x축 방향으로 p만큼, y축 방향으로 q만큼 평행이동하면 그래프 식은 y = $(x - p)^2 + q$ 가 된다.
3단계) p=3, q=-2 이므로 식은 y = $(x - 3)^2 - 2$.
4단계) 이 그래프의 꼭짓점은 (3, -2).

💡 그래프를 오른쪽으로 옮기면 식에서는 x 자리에 (x - 양수)로 '빼기'가 들어가. 부호가 반대로 보이는 게 처음엔 헷갈리는 포인트야.

Q151 삼각비

∠C = 90°, ∠A = 60° 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AB 의 길이가 10 일 때, 밑변 AC 의 길이는? (단, 밑변은 ∠A 에 이웃한 변이다)



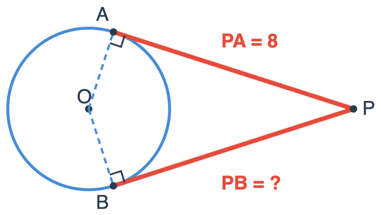
①) ① 5
②) ② 5√3
③) ③ 10
④) ④ 10√3

🎯 **정답: ①**
📖 1단계) 빗변에 대한 밑변의 비는 코사인이다: cos A = AC / AB.
2단계) cos 60° = 1/2.
3단계) AC / 10 = 1/2 → AC = 10 × 1/2 = 5.
4단계) 따라서 밑변 AC 의 길이는 5.
💡 특수각 30°, 60°의 코사인/사인 값은 1:2:√3 비율의 직각삼각형에서 바로 읽을 수 있어. 기본 삼각형 하나를 그려 두면 외울 게 줄어.

Q152 원의 성질

원 O 밖의 한 점 P 에서 원 O 에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B 라 하자. PA = 8 cm 일 때, PB 의 길이는?

원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같다



①) ① 4 cm

②) ② 6 cm

③) ③ 8 cm

④) ④ 16 cm

🎯 **정답: ③**

📖 1단계) 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같다 (접선의 길이 성질).

2단계) 삼각형 PAO 와 PBO 에서 OA = OB (반지름), OP 공통, ∠PAO = ∠PBO = 90° (접선과 반지름은 수직) 이므로 두 삼각형은 합동.

3단계) 따라서 PA = PB.

4단계) PA = 8 cm 이므로 PB = 8 cm.

💡 접선의 길이가 같다는 성질은 '원 밖의 한 점에서 원을 바라보는 시야는 대칭이다'라고 직관적으로도 이해할 수 있어.

Q153 통계

다음 자료의 분산을 구하시오.

자료: 2, 4, 6, 8, 10

①) ① 4

②) ② 6

③) ③ 8

④) ④ 10

🎯 **정답: ③**

📖 1단계) 평균 = (2+4+6+8+10) / 5 = 30 / 5 = 6.

2단계) 각 값의 편차(값 - 평균): -4, -2, 0, 2, 4.

3단계) 편차의 제곱: 16, 4, 0, 4, 16. 그 합은 40.

4단계) 분산 = 편차 제곱의 합 / 자료의 개수 = 40 / 5 = 8.

💡 분산은 자료가 평균에서 얼마나 흩어져 있는지를 제곱해서 재. 단위를 원래대로 되돌리려면 √분산, 즉 표준편차를 사용해.

Q154 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

①) ① 19

②) ② 21

③) ③ 23

④) ④ 25

🎯 **정답: ②**

📖 1단계) 근과 계수의 관계에서 $\alpha + \beta = -(-5)/1 = 5$, $\alpha\beta = 2/1 = 2$.
2단계) $\alpha^2 + \beta^2$ 를 직접 구하지 말고 항등식을 이용한다: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$.
3단계) 따라서 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$.
4단계) $= 5^2 - 2 \times 2 = 25 - 4 = 21$.

💡 근과 계수의 관계를 쓰면 근을 실제로 구하지 않고도 두 근에 대한 대칭식의 값을 바로 얻을 수 있어. 근이 무리수여도 깔끔한 답이 나오지.

Q155 제곱근과 실수

$a < 0$ 일 때, $\sqrt{(a^2)} + \sqrt{(4a^2)} - \sqrt{(9a^2)}$ 을 간단히 하면?

①) ① 0

②) ② -2a

③) ③ 2a

④) ④ -4a

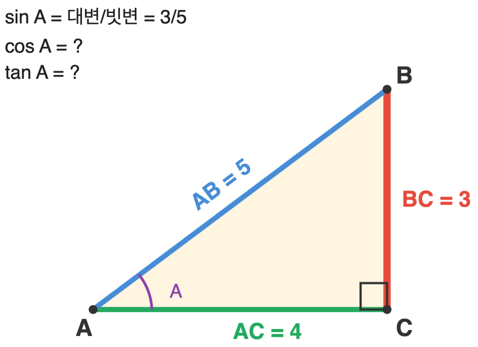
🎯 **정답: ①**

📖 1단계) 모든 실수 x 에 대하여 $\sqrt{(x^2)} = |x|$ 이다.
2단계) $\sqrt{(a^2)} = |a|$, $\sqrt{(4a^2)} = |2a| = 2|a|$, $\sqrt{(9a^2)} = |3a| = 3|a|$.
3단계) $a < 0$ 이므로 $|a| = -a$ (부호를 뒤집어야 양수가 된다).
4단계) 따라서 식은 $(-a) + 2(-a) - 3(-a) = -a - 2a + 3a = 0$.

💡 $\sqrt{(a^2)} = a$ 라고 바로 쓰면 a 가 음수일 때 틀려. 반드시 $|a|$ 로 쓴 뒤, 문제에서 주어진 부호 조건에 맞게 절댓값을 풀어야 해.

Q156 삼각비

예각 A 에 대하여 sin A = 3/5 일 때, cos A + tan A 의 값은?



①) ① 7/9

②) ② 7/5

③) ③ 31/20

④) ④ 5/4

🎯 **정답: ③**

📖 1단계) $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 에서 $\cos^2 A = 1 - (3/5)^2 = 1 - 9/25 = 16/25$.

2단계) A 가 예각이므로 $\cos A > 0$, 따라서 $\cos A = 4/5$.

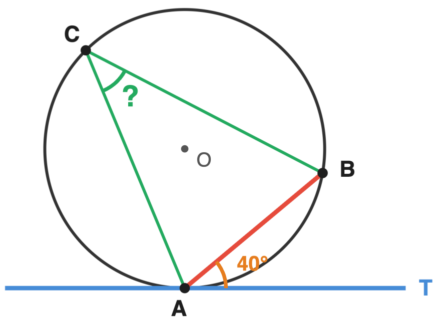
3단계) $\tan A = \sin A / \cos A = (3/5) \div (4/5) = 3/4$.

4단계) $\cos A + \tan A = 4/5 + 3/4 = 16/20 + 15/20 = 31/20$.

💡 삼각비 값 하나만 알아도, 피타고라스 정리(또는 $\sin^2+\cos^2=1$ 항등식)로 나머지 두 비를 바로 복원할 수 있어.

Q157 원의 성질

원 O 위의 점 A 에서의 접선 TA 와 현 AB 가 이루는 각 ∠TAB 의 크기가 40° 이다. 현 AB 에 대하여 접선과 반대쪽의 호 위에 있는 점 C 에 대해, 원주각 ∠ACB 의 크기는?



①) ① 20°
②) ② 40°
③) ③ 50°
④) ④ 80°

🎯 **정답: ②**
📖 1단계) 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는, 그 현이 끊어 내는 호에 대한 원주각의 크기와 같다 (접선과 현이 이루는 각의 성질).
2단계) ∠TAB 는 접선 TA 와 현 AB 가 이루는 각이다.
3단계) 점 C 는 접선 반대편 호 위에 있으므로, ∠ACB 는 위 성질에서 말하는 '그 호에 대한 원주각'이다.
4단계) 따라서 ∠ACB = ∠TAB = 40°.
💡 접선을 아주 짧은 현으로 보면, 접선·현 각은 원주각의 '극한 형태'로 이해할 수 있어. 원주각 정리의 자연스러운 확장이지.

Q158 제곱근과 실수

다음 네 수 중 가장 큰 수는? $\sqrt{10}$, 3, $\sqrt{8}$, 2.9

①) ①$\sqrt{10}$
②) ②3
③) ③$\sqrt{8}$
④) ④2.9

🎯 **정답: ①$\sqrt{10}$**
📖 각 수가 모두 양수이므로 제곱하여 대소를 비교한다. $(\sqrt{10})^2=10$, $3^2=9$, $(\sqrt{8})^2=8$, $2.9^2=8.41$. 가장 큰 값은 10이므로 $\sqrt{10}$이 가장 크다.
💡 양수끼리는 '제곱해도 순서가 바뀌지 않는다'는 성질 덕분에 근호와 자연수를 섞어 비교할 수 있다.

Q159 근호 계산

다음 식을 간단히 하시오. $\sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{27}) + \sqrt{18}$

①) ①$3\sqrt{2} - 3$

②) ②$3\sqrt{2} + 3$

③) ③$-3 + 6\sqrt{2}$

④) ④$6 - 3\sqrt{2}$

🎯 **정답: ①$3\sqrt{2} - 3$**

📖 분배법칙으로 괄호를 풀면 $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$, $\sqrt{3}\cdot\sqrt{27} = \sqrt{81} = 9$, $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$. 따라서 $6 - 9 + 3\sqrt{2} = -3 + 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 3$.

💡 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{(ab)}$ 성질은 두 수가 모두 0 이상일 때만 성립한다.

Q160 다항식 곱셈과 인수분해

$(2x + 3)(2x - 3) - (x - 1)^2$ 을 전개하여 정리하시오.

①) ①$3x^2 + 2x - 10$

②) ②$3x^2 - 2x - 10$

③) ③$5x^2 + 2x - 10$

④) ④$3x^2 + 2x - 8$

🎯 **정답: ①$3x^2 + 2x - 10$**

📖 합차공식으로 $(2x+3)(2x-3) = 4x^2 - 9$. 완전제곱공식으로 $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$. 따라서 $4x^2 - 9 - (x^2 - 2x + 1) = 4x^2 - 9 - x^2 + 2x - 1 = 3x^2 + 2x - 10$.

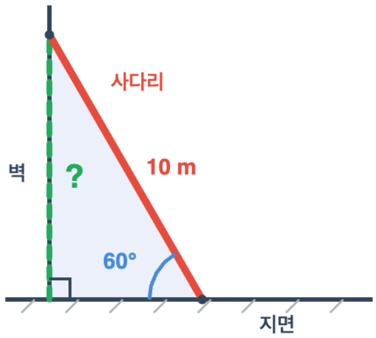
💡 괄호 앞에 음의 부호가 있을 때는 안쪽 모든 항의 부호가 바뀐다는 점을 놓치기 쉽다.

📝 중3 수학 일반

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q161 삼각비

길이가 10 m인 사다리를 벽에 기대어 놓았더니 사다리가 지면과 이루는 각이 60°가 되었다. 사다리의 윗부분은 지면에서 몇 m 높이에 있는가? (사다리 끝이 벽면에 닿아 있다.)



①) ①$5\sqrt{3}$ m
②) ②5 m
③) ③$10\sqrt{3}$ m
④) ④$10/\sqrt{3}$ m

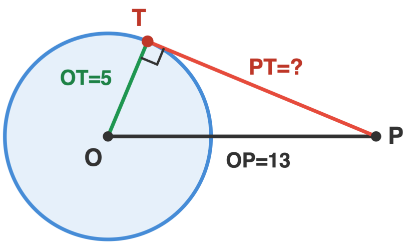
🎯 **정답: ①$5\sqrt{3}$ m**

📖 높이를 h라 하면 sin(지면과 이루는 각) = 높이 / 사다리. 즉 $\sin 60° = h / 10$. $\sin 60° = \sqrt{3}/2$ 이므로 $h = 10 \cdot (\sqrt{3}/2) = 5\sqrt{3}$. 따라서 사다리 끝은 지면에서 $5\sqrt{3}$ m 높이에 있다.

💡 사다리 안전 기준에서는 지면과 이루는 각을 약 75°로 권장하지만, 수학 문제에서는 계산이 깔끔한 특수각(30°, 45°, 60°)을 자주 쓴다.

Q162 원의 성질

원 O의 반지름이 5이고, 원 밖의 점 P에서 원의 중심 O까지의 거리가 13이다. 점 P에서 원에 그은 접선의 길이를 구하시오.



①) ①12
②) ②8
③) ③√194
④) ④18

🎯 **정답: ①12**

📖 원의 접선은 접점에서 그 원의 반지름과 수직이다. 따라서 △OPT는 ∠OTP = 90°인 직각삼각형. 피타고라스 정리에 의해 $PT^2 = OP^2 - OT^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$. 그러므로 PT = 12.

💡 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같다는 성질도 여기서 함께 기억해 두면 유용하다.

Q163 통계

다음은 어느 반 학생 10명의 일주일 독서 권수이다: 3, 2, 5, 3, 4, 3, 2, 5, 3, 1. 이 자료의 최빈값은?

①) ①3권
②) ②2권
③) ③4권
④) ④5권

🎯 **정답: ①3권**

📖 각 값의 등장 횟수를 센다. 1은 1번, 2는 2번, 3은 4번, 4는 1번, 5는 2번 나타난다. 가장 많이 등장한 값이 최빈값이므로 최빈값은 3권.

💡 최빈값은 하나가 아닐 수도 있다. 가장 많이 등장한 값이 여러 개이면 최빈값도 여러 개가 된다.

Q164 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 7명의 학생 중에서 대표 3명을 뽑는 경우의 수를 구하시오. (뽑힌 3명 사이에 구별은 없다.)

①) ①35
②) ②21
③) ③210
④) ④120

🎯 **정답: ①35**

📖 순서를 따지지 않고 3명을 선택하는 조합의 수이므로 ${}_7C_3 = 7! / (3! \cdot 4!) = (7 \cdot 6 \cdot 5) / (3 \cdot 2 \cdot 1) = 210 / 6 = 35$.

💡 같은 3명을 순서 있게 뽑으면 ${}_7P_3 = 210$이지만, 3명의 순서를 나누는 3! = 6가지가 중복이므로 조합은 210 ÷ 6 = 35가 된다.

Q165 제곱근과 실수

$0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(a^2)} + \sqrt{((1-a)^2)} - \sqrt{((a-1)^2)}$ 을 간단히 하시오.

①) ①a

②) ②1 - a

③) ③1

④) ④2a - 1

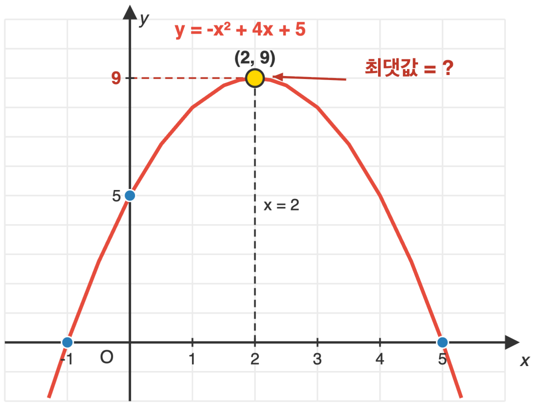
🎯 **정답: ①a**

📖 $\sqrt{(x^2)} = |x|$ 임을 이용한다. $0 < a < 1$ 이므로 $a > 0$, $1 - a > 0$, $a - 1 < 0$. 따라서 $\sqrt{(a^2)} = a$, $\sqrt{((1-a)^2)} = 1 - a$, $\sqrt{((a-1)^2)} = |a - 1| = -(a - 1) = 1 - a$. 대입하면 $a + (1 - a) - (1 - a) = a$.

💡 $\sqrt{(x^2)} = x$ 라고 쓰면 x가 음수일 때 잘못된 값이 나온다. 반드시 절댓값을 씌워 부호를 따로 검토해야 한다.

Q166 이차함수

이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 최댓값을 구하시오.



①) ①9

②) ②5

③) ③7

④) ④11

🎯 **정답: ①9**

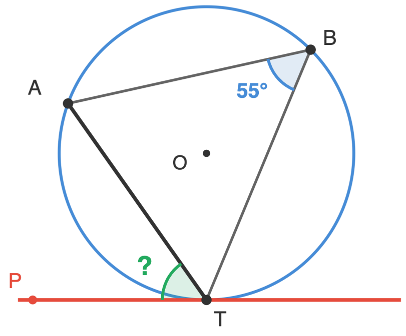
📖 완전제곱꼴로 변형한다. $y = -(x^2 - 4x) + 5 = -(x^2 - 4x + 4) + 4 + 5 = -(x - 2)^2 + 9$. x^2 앞의 계수가 음수이므로 그래프는 아래로 열리고 꼭짓점에서 최댓값을 갖는다. 따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값은 9.

💡 이차항의 계수가 음수이면 최댓값이, 양수이면 최솟값이 꼭짓점에서 나타난다.

Q167 원의 성질

원 O의 원주 위의 한 점 T에서 접선 PT를 긋고, T에서 현 TA를 그었다. A와 반대편 호 위의 점 B에 대하여 ∠ABT = 55° 일 때, 접선 PT와 현 TA가 이루는 각 ∠ATP의 크기를 구하시오.

접선과 현이 이루는 각



①) ①55°
②) ②110°
③) ③35°
④) ④70°

🎯 **정답: ①55°**

📖 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 현이 만드는 호에 대한 원주각의 크기와 같다. 접선 PT와 현 TA가 이루는 각(∠ATP)은 현 TA를 기준으로 반대쪽 호 위의 점 B가 TA를 바라보는 원주각 ∠ABT와 같다. 따라서 ∠ATP = ∠ABT = 55°.

💡 접선을 아주 짧은 현이라고 보면, 접선과 현이 이루는 각은 '원주각 정리'의 극한형으로 해석할 수 있다.

Q168 경우의 수와 확률 심화

한 상자 안에 빨간 공 4개와 파란 공 3개가 들어 있다. 이 상자에서 공을 한 개씩 연속해서 두 번 꺼낼 때(꺼낸 공은 다시 넣지 않는다), 두 공이 모두 빨간 공일 확률을 구하시오.

①) ①2/7
②) ②4/7
③) ③8/21
④) ④16/49

🎯 **정답: ①2/7**

📖 비복원 추출이므로 확률의 곱셈정리를 쓴다. 처음에 빨간 공을 꺼낼 확률은 4/7. 빨간 공 하나를 꺼낸 뒤에는 상자 안에 공이 6개, 빨간 공이 3개 남으므로 두 번째에도 빨간 공일 조건부확률은 3/6 = 1/2. 따라서 두 번 모두 빨간 공일 확률은 (4/7) · (1/2) = 4/14 = 2/7.

💡 꺼낸 공을 다시 넣는(복원) 경우라면 확률은 (4/7)·(4/7) = 16/49 가 되어 결과가 달라진다.

Q169 제곱근과 실수

다음 다섯 수 중 가장 큰 수는 무엇인가? $\sqrt{10}$, 3, $\sqrt{8}$, $2\sqrt{2}$, $\sqrt{11}$

①) ① $\sqrt{10}$

②) ② 3

③) ③ $\sqrt{8}$

④) ④ $\sqrt{11}$

🎯 **정답: ④ $\sqrt{11}$**

📖 모든 수를 √ 안의 수로 바꾸어 비교한다.

1) $3 = \sqrt{9}$ ($\because 3^2 = 9$)

2) $2\sqrt{2} = \sqrt{(2^2 \cdot 2)} = \sqrt{8}$

3) 따라서 비교 대상은 $\sqrt{8}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$ 이다.

4) √ 안의 수가 클수록 값이 크므로 $\sqrt{8} < \sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{11}$.

5) 가장 큰 수는 $\sqrt{11}$ 이다.

💡 서로 다른 꼴의 수를 비교할 때 √ 안의 값으로 통일하면 한눈에 대소를 알 수 있다.

Q170 다항식 곱셈과 인수분해

$(3x+2)^2$을 전개한 식은?

①) ① $9x^2 + 4$

②) ② $9x^2 + 6x + 4$

③) ③ $9x^2 + 12x + 4$

④) ④ $6x^2 + 12x + 4$

🎯 **정답: ③ $9x^2 + 12x + 4$**

📖 곱셈공식 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$을 이용한다.

1) $a = 3x$, $b = 2$ 로 놓는다.

2) $a^2 = (3x)^2 = 9x^2$.

3) $2ab = 2 \cdot (3x) \cdot 2 = 12x$.

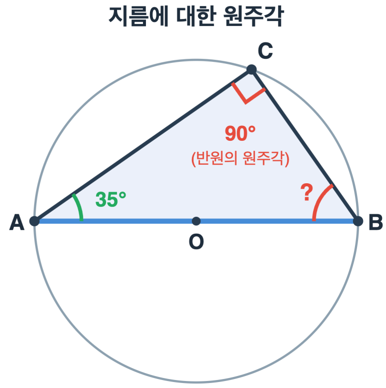
4) $b^2 = 2^2 = 4$.

5) 모두 더하면 $9x^2 + 12x + 4$.

💡 이차항 계수가 9인 이유는 3x의 3이 제곱되기 때문이다. 계수 자체도 같이 제곱된다는 점이 초등 곱셈과의 큰 차이!

Q171 원의 성질

원 O에서 선분 AB는 지름이고, 원 위의 점 C에 대하여 ∠CAB = 35°이다. 이때 ∠ABC의 크기는?



①) ① 35°
②) ② 45°
③) ③ 55°
④) ④ 65°

🎯 **정답: ③ 55°**

📖 지름에 대한 원주각은 항상 직각이라는 성질을 이용한다.
1) AB가 지름이므로 ∠ACB = 90°.
2) 삼각형 ABC의 세 내각의 합은 180°.
3) ∠ABC = 180° - ∠ACB - ∠CAB = 180° - 90° - 35°.
4) 따라서 ∠ABC = 55°.
💡 탈레스의 정리라고도 부르는 이 성질 덕분에, 지름과 원 위의 임의의 점을 이으면 자동으로 직각삼각형이 만들어진다.

Q172 이차방정식

이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 두 근을 근의 공식으로 구하면?

①) ① $x = (5 \pm \sqrt{17})/4$
②) ② $x = (5 \pm \sqrt{17})/2$
③) ③ $x = (-5 \pm \sqrt{17})/4$
④) ④ $x = (5 \pm \sqrt{33})/4$

🎯 **정답: ① $x = (5 \pm \sqrt{17})/4$**

📖 근의 공식 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 에 대입한다.
1) a = 2, b = -5, c = 1.
2) $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 25 - 8 = 17$.
3) 판별식이 17 > 0 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
4) $x = (-(-5) \pm \sqrt{17}) / (2 \cdot 2) = (5 \pm \sqrt{17}) / 4$.
💡 판별식이 제곱수가 아닐 때는 인수분해가 안 되므로, 이런 경우 근의 공식이 가장 강력한 무기가 된다.

Q173 근호 계산

$\sqrt{2}$ ($\sqrt{6}$ + $\sqrt{10}$) 을 간단히 하면?

①) ① 2√3 + 2√10

②) ② 2√3 + 2√5

③) ③ 4√15

④) ④ √8 + √12

🎯 **정답: ② 2√3 + 2√5**

📖 분배법칙과 $\sqrt{a}\ \sqrt{b}\ = \sqrt{ab}$ 를 차례로 적용한다.

1) √2(√6 + √10) = √2·√6 + √2·√10.

2) √2·√6 = √12, √2·√10 = √20.

3) √12 = √(4·3) = 2√3.

4) √20 = √(4·5) = 2√5.

5) 따라서 답은 2√3 + 2√5.

💡 근호를 곱할 때는 '안끼리 밖끼리' 라고 외우면 편하다. 밖에 수가 없으면 1로 생각하면 된다.

Q174 통계

다섯 개의 자료 2, 4, 5, 6, 8 의 분산을 구하면?

①) ① 2

②) ② 3

③) ③ 4

④) ④ 5

🎯 **정답: ③ 4**

📖 분산은 (편차)² 의 평균이다.

1) 평균 = (2+4+5+6+8)/5 = 25/5 = 5.

2) 각 자료의 편차 = 자료값 - 평균.

2-5=-3, 4-5=-1, 5-5=0, 6-5=1, 8-5=3.

3) 편차의 제곱: 9, 1, 0, 1, 9.

4) 편차제곱의 합 = 9+1+0+1+9 = 20.

5) 분산 = 20 / 5 = 4.

💡 분산의 √ 가 표준편차이다. 따라서 이 자료의 표준편차는 2 로, '자료들이 평균에서 평균적으로 2 정도 떨어져 있다'는 뜻이다.

Q175 경우의 수와 확률 심화

8명의 학생 중에서 청소 당번 2명을 뽑는 경우의 수는?

①) ① 16

②) ② 28

③) ③ 36

④) ④ 56

🎯 **정답: ② 28**

📖 순서가 상관없이 뽑는 것이므로 조합(C)을 이용한다.

1) 조합의 수 ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ 을 사용한다.

2) n = 8, r = 2 를 대입: ${}_8C_2 = \frac{8!}{2!\cdot 6!} = \frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}$.

3) 계산하면 56/2 = 28.

4) (만약 '회장·부회장' 처럼 순서가 있었다면 순열 8·7 = 56 이었을 것.)

💡 조합은 '뽑기만' 하고, 순열은 '뽑아서 줄 세우기'이다. 역할이 다르면 순열, 역할이 같으면 조합.

Q176 근호 계산

이중근호 $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ 을 간단한 근호의 합의 꼴로 나타내면?

①) ① √2 + √3

②) ② √5 + √6

③) ③ √3 + √2 - 1

④) ④ 1 + √6

🎯 **정답: ① √2 + √3**

📖 이중근호 공식 $\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (a>0, b>0) 을 이용한다.

1) 안의 식을 'a+b = 5, ab = 6' 꼴로 만들 두 수 a, b 를 찾는다.

2) 합이 5, 곱이 6 인 두 수는 2 와 3.

3) 따라서 √(5 + 2√6) = √2 + √3.

4) 검산: (√2+√3)^2 = 2 + 2·√6 + 3 = 5 + 2√6. ✓

💡 이중근호는 '합과 곱'을 찾는 숨은 인수분해이다. (√2+√3)^2 을 전개해 보면 왜 이 공식이 성립하는지 바로 보인다.

Q177 다항식 곱셈과 인수분해

이차식 x^2 + 6x + k 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 k 의 값은?

①) ① 3

②) ② 6

③) ③ 9

④) ④ 12

🎯 **정답: ③ 9**

📖 완전제곱식 $(x+m)^2 = x^2 + 2mx + m^2$ 과 비교한다.

1) 주어진 식 x^2 + 6x + k 와 $(x+m)^2 = x^2 + 2mx + m^2$ 의 계수를 비교.

2) 일차항 계수에서 2m = 6, 따라서 m = 3.

3) 상수항은 k = m^2 = 3^2 = 9.

4) 즉 x^2 + 6x + 9 = $(x+3)^2$. ✓

빠른 공식: '일차항 계수의 절반을 제곱한 것' 이 완전제곱 상수이다. $(6/2)^2$ = 9.

💡 이 '일차항 계수의 반을 제곱' 이라는 아이디어가 바로 근의 공식을 유도할 때 사용하는 '완전제곱꼴 만들기' 의 핵심이다.

Q178 경우의 수와 확률 심화

주머니에 빨간 공 3개와 파란 공 2개가 들어 있다. 이 주머니에서 공을 한 개 꺼내고, 꺼낸 공을 다시 넣지 않은 채 두 번째 공을 꺼낸다. 두 공이 모두 빨간 공일 확률은?

①) ① 9/25

②) ② 3/10

③) ③ 2/5

④) ④ 6/25

🎯 **정답: ② 3/10**

📖 두 사건 A(첫 번째가 빨강), B(두 번째도 빨강)가 모두 일어나는 경우이므로 확률의 곱셈정리를 이용하되, '뽑은 공을 다시 넣지 않는다'는 조건(비복원)을 반영한다.

1) 전체 공의 수 = 3 + 2 = 5 개.

2) 첫 번째에 빨간 공을 꺼낼 확률 P(A) = 3/5.

3) 첫 번째가 빨강이라는 조건 아래, 남은 공은 빨강 2 개 + 파랑 2 개 = 4 개.

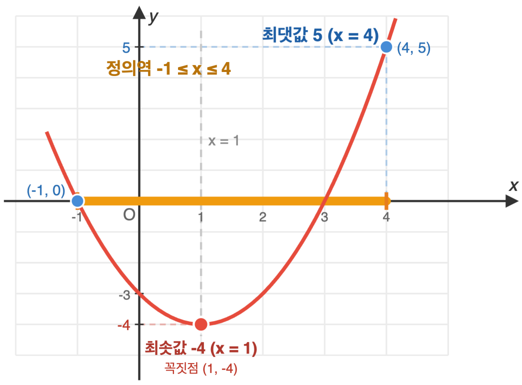
4) 두 번째에도 빨간 공을 꺼낼 조건부 확률 P(B|A) = 2/4 = 1/2.

5) 따라서 P(둘 다 빨강) = P(A) × P(B|A) = 3/5 × 1/2 = 3/10.

💡 만약 공을 다시 넣는 '복원추출' 이었다면 3/5 × 3/5 = 9/25 로 달라진다. '다시 넣느냐 아니냐' 한 조건이 확률을 크게 바꾼다.

Q179 이차함수

이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 에서 정의역이 $-1 \le x \le 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례로 구하면?



①) ① 최댓값 0, 최솟값 -4

②) ② 최댓값 5, 최솟값 -4

③) ③ 최댓값 5, 최솟값 -3

④) ④ 최댓값 8, 최솟값 -4

🎯 **정답: ② 최댓값 5, 최솟값 -4**

📖 먼저 꼭짓점을 찾고, 꼭짓점이 정의역 안에 있는지 확인한 뒤, 정의역의 양 끝값을 비교한다.

1) $y = x^2 - 2x - 3$ 을 완전제곱꼴로 고치면 $y = (x-1)^2 - 4$. 꼭짓점은 (1, -4) 이고 아래로 볼록(a = 1 > 0).

2) 꼭짓점의 x좌표 x = 1 이 정의역 $-1 \le x \le 4$ 안에 있으므로 최솟값은 꼭짓점의 y값, 즉 -4 (x = 1 일 때).

3) 최댓값은 꼭짓점에서 더 멀리 떨어진 쪽의 끝값에서 나온다. 대칭축 x = 1 으로부터 x = -1 까지 거리 2, x = 4 까지 거리 3. 따라서 x = 4 에서 최댓값.

4) x = 4 대입: y = 16 - 8 - 3 = 5.

5) (참고: x = -1 일 때 y = 1 + 2 - 3 = 0.)

6) 결론: 최댓값 5, 최솟값 -4.

💡 제한된 구간에서 이차함수의 최대·최소는 세 후보(꼭짓점, 양 끝점)만 확인하면 된다. 꼭짓점이 구간 밖이면 양 끝값만 비교하면 끝!

Q180 제곱근과 실수

제곱근 16이 무엇인지 고르시오.

①) ①4

②) ②±4

③) ③16

④) ④±16

🎯 **정답: ①4**

📖 1단계) 용어 구별이 핵심이다. 'a의 제곱근'은 제곱하여 a가 되는 수로, 양수 a에 대해 +√a와 -√a 두 개(±√a)이다. 반면 '제곱근 a'는 근호를 읽은 말로 양의 제곱근 √a 한 개만을 뜻한다.

2단계) 따라서 '제곱근 16'은 √16을 가리킨다.

3단계) √16 = 4 이므로 정답은 4이다.

참고) 만약 '16의 제곱근'을 물었다면 제곱하여 16이 되는 수 4와 -4, 즉 ±4가 답이다. '제곱근 16'(=√16=4)과 '16의 제곱근'(=±4)을 혼동하지 않도록 주의한다.

💡 양수 a의 제곱근은 반드시 양, 음 두 개가 쌍으로 존재해요. 0의 제곱근은 0 하나뿐이고, 음수는 실수 범위에서 제곱근이 없습니다.

Q181 근호 계산

$\sqrt{27} \div \sqrt{3}$ 을 계산한 값을 고르시오.

①) ①√3

②) ②3

③) ③3√3

④) ④√24

🎯 **정답: ②3**

📖 1단계) 근호의 나눗셈 성질: $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a/b}$ (단, a≥0, b>0).

2단계) $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = \sqrt{27/3} = \sqrt{9}$.

3단계) $\sqrt{9} = 3$이므로 답은 3이다.

💡 근호 안의 숫자를 먼저 약분하는 습관을 들이면 계산이 훨씬 간단해져요.

Q182 다항식 곱셈과 인수분해

$(x+5)(x-5)$을 전개한 식을 고르시오.

①) ①x^2+25

②) ②x^2-25

③) ③x^2-10x+25

④) ④x^2+10x+25

🎯 **정답: ②x^2-25**

📖 1단계) 합차공식: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

2단계) a=x, b=5를 대입하면 $(x+5)(x-5) = x^2 - 5^2$.

3단계) 따라서 $x^2 - 25$가 된다.

주의) 중간항 $\pm 10x$가 사라지는 이유는 +5x와 -5x가 서로 지워지기 때문이다.

💡 합차공식은 '두 수의 합 × 두 수의 차 = 제곱의 차'로 외우면 편해요. 암산으로 49×51도 빠르게 계산할 수 있어요(50^2-1^2=2499).

Q183 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 7x + 12 = 0$의 두 해를 구하시오.

①) ①x=1 또는 x=6

②) ②x=2 또는 x=6

③) ③x=3 또는 x=4

④) ④x=-3 또는 x=-4

🎯 **정답: ③x=3 또는 x=4**

📖 1단계) 곱이 12이고 합이 7인 두 수를 찾는다: 3과 4 (3×4=12, 3+4=7).

2단계) 인수분해하면 $x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$.

3단계) $(x-3)(x-4) = 0$에서 x-3=0 또는 x-4=0.

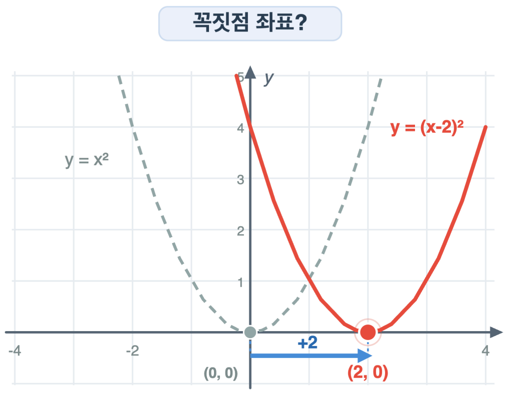
4단계) 따라서 x=3 또는 x=4.

검산) 3^2-7·3+12 = 9-21+12 = 0 ✓, 4^2-7·4+12 = 16-28+12 = 0 ✓

💡 상수항의 부호가 +이고 x의 계수가 -이면, 두 근은 모두 양수입니다.

Q184 이차함수

이차함수 $y = x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하시오.



①) ①(0,2)

②) ②(-2,0)

③) ③(2,0)

④) ④(0,-2)

🎯 **정답: ③(2,0)**

📖 1단계) $y=x^2$의 꼭짓점은 원점 (0,0)이다.

2단계) x축 방향으로 p만큼 평행이동하면 그래프의 식은 $y = (x-p)^2$이 되고, 꼭짓점도 (p, 0)으로 이동한다.

3단계) p=2이므로 이동된 그래프는 $y = (x-2)^2$, 꼭짓점은 (2, 0).

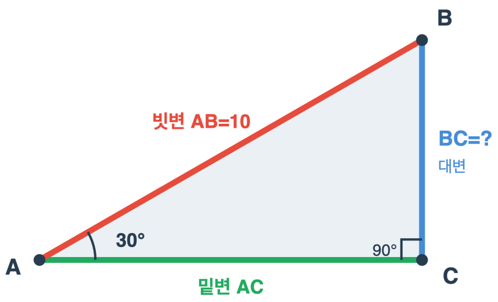
주의) x축 방향으로 +2만큼 이동하면 식에서는 x가 (x-2)로 바뀌는 것에 유의한다.

💡 부호가 헷갈릴 땐 꼭짓점이 '어디로 가는가'를 먼저 생각하세요. 오른쪽(+방향)으로 가면 식은 (x-양수)로 변합니다.

Q185 삼각비

직각삼각형 ABC에서 각 C=90°, 각 A=30°, 빗변 AB=10이다. 변 BC의 길이를 구하시오.

sin 30°를 이용하여 BC를 구하시오.



①) ①5

②) ②$5\sqrt{3}$

③) ③$5\sqrt{2}$

④) ④$10\sqrt{3}$

🎯 **정답: ①5**

📖 1단계) 각 A=30°의 대변은 BC, 빗변은 AB이다.

2단계) $\sin A = \frac{\text{대변}}{\text{빗변}} = \frac{BC}{AB}$이므로 $\sin 30° = \frac{BC}{10}$.

3단계) $\sin 30° = \frac{1}{2}$이므로 $\frac{BC}{10} = \frac{1}{2}$.

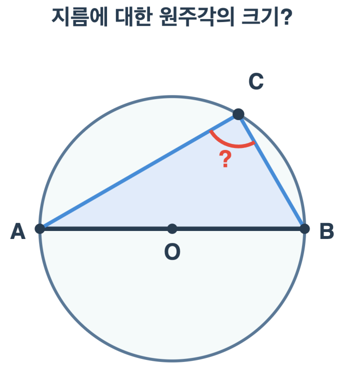
4단계) 따라서 BC = 5.

확인) 30°-60°-90° 직각삼각형에서 변의 비는 1 : $\sqrt{3}$: 2이고, 빗변이 10이므로 짧은 변(30° 대변)은 5로 일치한다.

💡 30°-60°-90° 삼각형의 변의 비 '1 : $\sqrt{3}$: 2'는 정삼각형을 반으로 자르면 바로 나옵니다.

Q186 원의 성질

그림과 같이 선분 AB가 원 O의 지름이고, 점 C는 원 위의 한 점이다. 각 ACB의 크기를 구하시오.



①) ①45°

②) ②60°

③) ③90°

④) ④180°

🎯 **정답: ③90°**

📖 1단계) 중심각과 원주각의 관계: 같은 호에 대한 원주각은 중심각의 1/2이다.

2단계) 지름 AB에 대응되는 중심각 AOB는 평각, 즉 180°이다.

3단계) 원주각 ACB = 180° × 1/2 = 90°.

결론) '반원에 대한 원주각은 언제나 직각'이라는 중요한 정리이다.

💡 이 성질 덕분에 원을 이용해 어떤 각이 직각인지 간단히 확인할 수 있어요. 컴퍼스 하나로 직각을 만드는 옛 방법의 원리입니다.

Q187 통계

다섯 개의 변량 2, 4, 6, 8, 10의 분산을 구하시오.

①) ①4

②) ②6

③) ③8

④) ④10

⑤) ⑤12

🎯 **정답: ③8**

📖 1단계) 평균을 구한다: (2+4+6+8+10)/5 = 30/5 = 6.

2단계) 각 변량의 편차(변량-평균)를 구한다: -4, -2, 0, 2, 4.

3단계) 편차를 제곱한다: 16, 4, 0, 4, 16.

4단계) 편차 제곱의 합: 16+4+0+4+16 = 40.

5단계) 분산 = 편차 제곱의 평균 = 40/5 = 8.

💡 분산의 양의 제곱근이 표준편차이므로 이 자료의 표준편차는 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ 입니다.

Q188 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 6개의 과일 중에서 2개를 고르는 방법의 수를 구하시오.

①) ①12

②) ②15

③) ③20

④) ④30

🎯 **정답: ②15**

📖 1단계) 서로 다른 n개에서 r개를 순서 없이 고르는 경우의 수는 조합 ${}_nC_r$이다.

2단계) ${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = \frac{30}{2} = 15.$

3단계) 따라서 방법의 수는 15이다.

참고) 만약 순서를 구분한다면 순열 ${}_6P_2 = 30$이 되지만, '고르는 방법'은 순서와 무관하므로 30의 절반인 15가 정답이다.

💡 조합을 직관적으로 세려면, 6개에서 2개를 순서 있게 뽑는 30가지 중 (A,B)와 (B,A)가 같은 쌍이므로 2로 나눕니다.

Q189 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$을 근의 공식으로 풀었을 때의 두 해를 고르시오.

①) ①x=2±√3

②) ②x=2±2√3

③) ③x=4±√3

④) ④x=1±√3

🎯 **정답: ①x=2±√3**

📖 1단계) 근의 공식: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$

2단계) a=1, b=-4, c=1을 대입한다. 판별식 $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 16 - 4 = 12.$

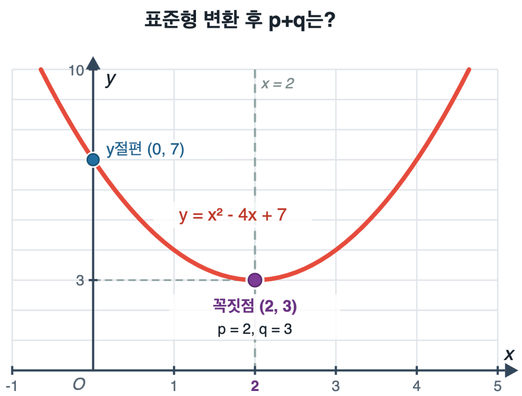
3단계) $x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}.$

4단계) 분자와 분모를 2로 나누면 $x = 2 \pm \sqrt{3}$.

💡 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 처럼 근호 안 제곱수를 밖으로 꺼내는 과정이 없으면 최종 답이 지저분해 보여요. 간단히 하기를 잊지 마세요.

Q190 이차함수

이차함수 $y = x^2 - 4x + 7$을 표준형 $y = (x - p)^2 + q$로 나타낼 때, p+q의 값을 구하시오.



①) ①3

②) ②5

③) ③7

④) ④10

정답: ②5

1단계) 제곱완성을 위해 x의 계수 -4의 절반(-2)을 이용한다.

2단계) $x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4$이므로 $x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 - 4 + 7 = (x - 2)^2 + 3.$

3단계) $y = (x - 2)^2 + 3$이므로 p=2, q=3.

4단계) p + q = 2 + 3 = 5.

확인) 꼭짓점의 좌표가 (p, q) = (2, 3)이고, 이는 이차함수의 최솟값이 3임을 뜻한다.

일반형 $y = ax^2 + bx + c$의 꼭짓점 x좌표는 $x = -\dfrac{b}{2a}$ 공식으로도 바로 구할 수 있어요.

Q191 이차방정식

가로의 길이가 세로의 길이보다 3 cm 긴 직사각형의 넓이가 40 cm²일 때, 세로의 길이를 구하시오.

①) ①4 cm

②) ②5 cm

③) ③6 cm

④) ④8 cm

정답: ②5 cm

1단계) 세로의 길이를 x cm라 두면 가로의 길이는 (x+3) cm이다.

2단계) 넓이 조건: $x(x + 3) = 40.$

3단계) 전개: $x^2 + 3x - 40 = 0.$

4단계) 곱이 -40이고 합이 3인 두 수는 8과 -5이므로 $(x + 8)(x - 5) = 0.$

5단계) x = -8 또는 x = 5인데, 길이는 양수이므로 x = 5.

6단계) 따라서 세로는 5 cm이다. (가로는 8 cm, 넓이 5×8=40 ✓)

길이, 넓이, 개수, 시간처럼 양수라는 조건이 숨어 있는 활용문제에서는 반드시 해석상 가능한 해만 선택해야 합니다.

Q192 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 5x + k = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, αβ - α - β = -2이다. 이때 상수 k의 값을 구하시오.

①) ①1

②) ②2

③) ③3

④) ④5

🎯 **정답: ③3**

📖 1단계) 근과 계수의 관계: 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$의 두 근의 합은 -b, 곱은 c이다.

2단계) $x^2 - 5x + k = 0$이므로 α + β = 5, αβ = k.

3단계) 주어진 조건 αβ - α - β = αβ - (α+β) = k - 5 = -2.

4단계) k = -2 + 5 = 3.

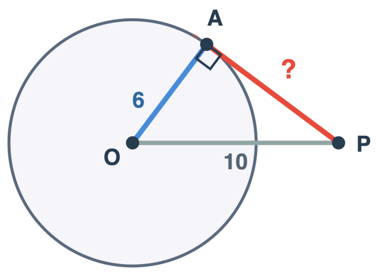
검산) k=3일 때 원식은 $x^2 - 5x + 3 = 0$이고, 두 근의 합 5, 곱 3. 곱-합 = 3-5 = -2 ✓

💡 근을 직접 구하지 않고 '합과 곱'만 이용해도 여러 조건을 풀 수 있다는 점이 근과 계수의 관계가 강력한 이유입니다.

Q193 원의 성질

그림과 같이 원 밖의 점 P에서 원 O에 그은 접선의 접점을 A라 하자. OP=10, 원 O의 반지름 OA=6일 때, 접선의 길이 PA를 구하시오.

접선의 길이 PA?



①) ①6

②) ②7

③) ③8

④) ④9

🎯 **정답: ③8**

📖 1단계) 원의 접선은 접점을 지나는 반지름과 수직이다. 즉 각 OAP = 90°.

2단계) 따라서 삼각형 OAP는 각 A가 직각인 직각삼각형이며, OP가 빗변, OA와 PA는 다른 두 변이다.

3단계) 피타고라스 정리: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$.

4단계) PA = √64 = 8.

결론) 접선의 길이 PA는 8이다.

💡 원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 항상 같아요. 그래서 반대쪽 접점까지의 거리 PB도 8이 됩니다.

Q194 제곱근과 실수

다음 중 $\sqrt{16}$의 값으로 옳은 것은?

①) ① ±4

②) ② 4

③) ③ -4

④) ④ 8

🎯 **정답: ② 4**

📖 $\sqrt{a}$ (a>0)는 a의 양의 제곱근을 의미한다. 16의 제곱근은 ±4이지만, 기호 $\sqrt{16}$은 그 중 양수만을 나타내므로 $\sqrt{16}=4$이다. 만약 '16의 제곱근'을 묻는다면 ±4가 답이지만, $\sqrt{16}$ 자체는 양수 4 하나뿐이다.

💡 √ 기호는 라틴어 radix(뿌리)의 첫 글자 r에서 변형된 것으로 알려져 있다.

Q195 근호 계산

$\sqrt{12} + \sqrt{27}$을 간단히 하시오.

①) ① $5\sqrt{3}$

②) ② $4\sqrt{3}$

③) ③ $\sqrt{39}$

④) ④ $6\sqrt{3}$

🎯 **정답: ① $5\sqrt{3}$**

📖 각 근호를 $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ 꼴로 정리한다. $\sqrt{12} = \sqrt{(4\cdot3)} = 2\sqrt{3}$, $\sqrt{27} = \sqrt{(9\cdot3)} = 3\sqrt{3}$. 따라서 $\sqrt{12} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$.

Q196 다항식 곱셈과 인수분해

$x^2 - 9$를 인수분해하면?

①) ① $(x-3)^2$

②) ② $(x+3)^2$

③) ③ $(x+3)(x-3)$

④) ④ $(x+9)(x-1)$

🎯 **정답: ③ $(x+3)(x-3)$**

📖 제곱의 차 공식 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$를 적용한다. $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x+3)(x-3)$. 두 항이 모두 제곱수이고 부호가 -로 연결될 때 사용하는 대표 공식이다.

💡 제곱의 차 공식은 직사각형 면적 분해로 시각화하면 한눈에 보인다.

Q197 통계

자료 4, 6, 8, 10, 12의 분산을 구하시오.

①) ① 4

②) ② 6

③) ③ 8

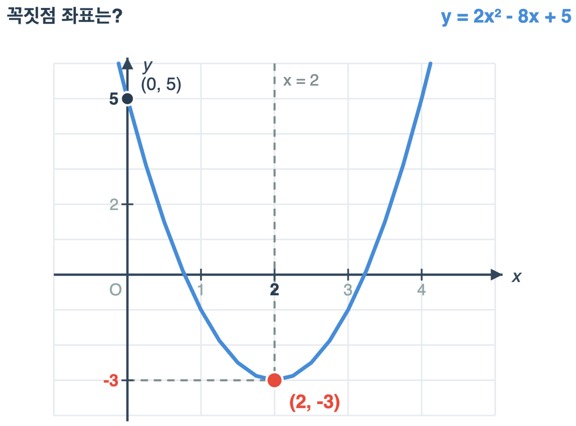
④) ④ 10

🎯 **정답: ③ 8**

📖 1단계: 평균 = (4+6+8+10+12)/5 = 40/5 = 8. 2단계: 각 편차 = -4, -2, 0, 2, 4. 3단계: 편차의 제곱 = 16, 4, 0, 4, 16, 합 = 40. 4단계: 분산 = 편차제곱의 평균 = 40/5 = 8.

Q198 이차함수

이차함수 y = 2x² - 8x + 5의 꼭짓점의 좌표는?

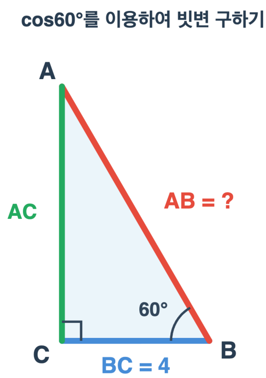


①) ① (2, -3)
②) ② (2, 3)
③) ③ (-2, -3)
④) ④ (4, 5)

🎯 **정답: ① (2, -3)**
📖 $y = 2x^2 - 8x + 5$를 표준형 $y = a(x-p)^2 + q$로 정리한다. $y = 2(x^2 - 4x) + 5 = 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5 = 2(x-2)^2 - 8 + 5 = 2(x-2)^2 - 3$. 따라서 꼭짓점은 (2, -3)이다.

Q199 삼각비

직각삼각형 ABC에서 ∠C=90°, ∠B=60°, BC=4일 때, 빗변 AB의 길이는?

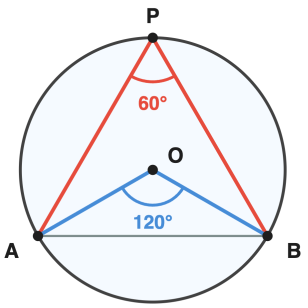


①) ① 4
②) ② 6
③) ③ 8
④) ④ $4\sqrt{3}$

🎯 **정답: ③ 8**
📖 각 B의 인접변(밑변)이 BC=4이고, 빗변이 AB이다. cos B = (밑변)/(빗변)이므로 cos60° = 4/AB. cos60° = 1/2이므로 1/2 = 4/AB, 따라서 AB = 8.

Q200 원의 성질

원 O에서 호 AB에 대한 중심각 ∠AOB = 120°일 때, 같은 호에 대한 원주각 ∠APB의 크기는? (단, P는 호의 반대쪽 원 위의 점)



원주각 = 중심각의 절반

①) ① 30°

②) ② 60°

③) ③ 90°

④) ④ 120°

🎯 **정답: ② 60°**

📖 원주각의 정리: 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 1/2이다. ∠APB = 1/2 × ∠AOB = 1/2 × 120° = 60°.

💡 원주각의 정리는 그리스 수학자 탈레스가 발견한 정리에서 출발했다.

📝 중3 수학 일반

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q201 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 5권의 책 중에서 2권을 골라 책꽂이에 일렬로 꽂는 경우의 수는?

①) ① 10

②) ② 20

③) ③ 25

④) ④ 60

🎯 **정답: ② 20**

📖 5권 중에서 2권을 뽑아 순서대로 배열하는 순열이다. 첫 번째 자리에 올 책: 5가지, 두 번째 자리에 올 책: (5-1)=4가지. 따라서 5×4 = 20가지. 순열 ${}_5P_2$ = 5!/(5-2)! = 5×4 = 20.

Q202 이차방정식

이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, α + β + αβ의 값은?

①) ① 2

②) ② 7/2

③) ③ 5/2

④) ④ 3

🎯 **정답: ④ 3**

📖 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$의 근과 계수의 관계: α + β = -b/a, αβ = c/a. 주어진 식에서 a=2, b=-5, c=1. α + β = -(-5)/2 = 5/2, αβ = 1/2. 따라서 α + β + αβ = 5/2 + 1/2 = 6/2 = 3.

Q203 제곱근과 실수

$\frac{2}{\sqrt{3}+1} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$의 값을 구하시오.

①) ① -2

②) ② 2

③) ③ -2√3

④) ④ 2√3

🎯 **정답: ① -2**

📖 각 분수의 분모를 유리화한다. 첫째 항: $\frac{2}{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \sqrt{3}-1$. 둘째 항: $\frac{2}{\sqrt{3}-1} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3}+1$. 따라서 (√3-1) - (√3+1) = -2.

Q204 다항식 곱셈과 인수분해

$x^4 - 5x^2 + 4$를 인수분해하시오.

①) ① $(x^2-1)(x^2-4)$

②) ② $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$

③) ③ $(x^2+1)(x^2+4)$

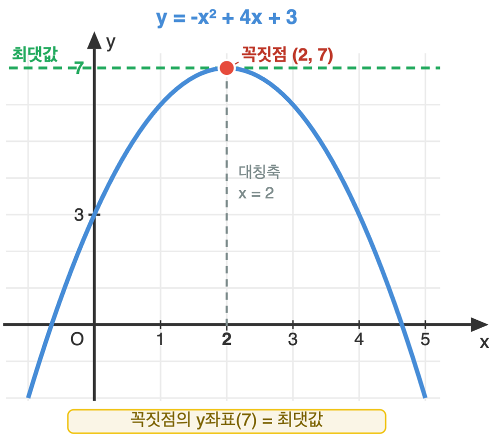
④) ④ $(x^2-5)(x^2+1)$

🎯 **정답: ② (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)**

📖 1단계: $x^2=t$로 치환하면 $t^2 - 5t + 4 = (t-1)(t-4)$. 2단계: t를 다시 x^2로 환원: $(x^2-1)(x^2-4)$. 3단계: 각각을 다시 제곱의 차로 분해: $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$. 끝까지 인수분해되었는지 확인하는 것이 중요하다.

Q205 이차함수

이차함수 $y = -x^2 + 4x + k$의 최댓값이 7일 때, 상수 k의 값은?



①) ① 1

②) ② 3

③) ③ 5

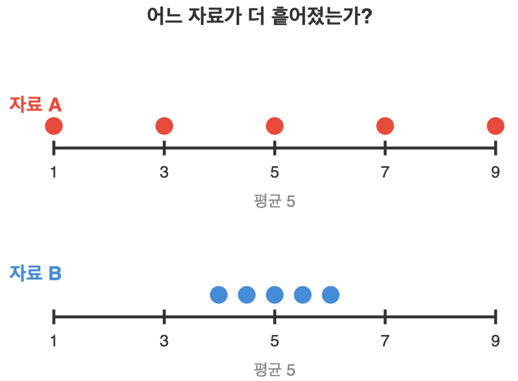
④) ④ 7

🎯 **정답: ② 3**

📖 $y = -x^2 + 4x + k$를 표준형으로 변형한다. $y = -(x^2 - 4x) + k = -(x^2 - 4x + 4 - 4) + k = -(x-2)^2 + 4 + k$. 위로 볼록한 포물선이므로 꼭짓점에서 최댓값을 가지며, 최댓값은 $4+k$이다. $4 + k = 7$이므로 $k = 3$.

Q206 통계

두 자료 A: 1, 3, 5, 7, 9와 B: 3, 4, 5, 6, 7의 표준편차를 비교한 것으로 옳은 것은?



①) ① A의 표준편차 < B의 표준편차
②) ② A의 표준편차 > B의 표준편차
③) ③ A의 표준편차 = B의 표준편차
④) ④ 비교할 수 없다

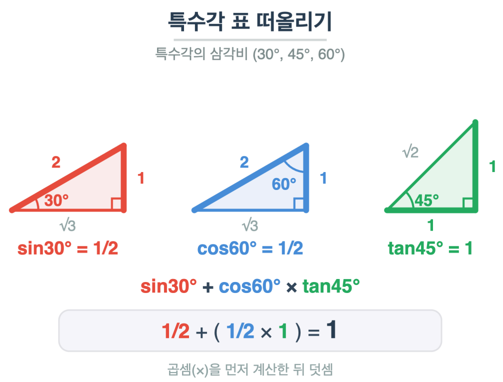
🎯 **정답: ② A의 표준편차 > B의 표준편차**

📖 두 자료 모두 평균은 5로 같다. A의 편차: -4,-2,0,2,4 → 편차제곱합 = 16+4+0+4+16 = 40 → 분산 = 8 → 표준편차 = 2√2. B의 편차: -2,-1,0,1,2 → 편차제곱합 = 4+1+0+1+4 = 10 → 분산 = 2 → 표준편차 = √2. 따라서 A가 B보다 표준편차가 크다(자료가 더 흩어져 있다).

💡 표준편차는 자료가 평균 주변에 얼마나 모여있는지를 나타내는 지표다.

Q207 삼각비

sin30° + cos60° × tan45°의 값을 구하시오.



①) ① 1/2
②) ② 1
③) ③ 3/2
④) ④ 2

🎯 **정답: ② 1**

📖 각 특수각 삼각비의 값을 대입한다. sin30° = 1/2, cos60° = 1/2, tan45° = 1. 따라서 sin30° + cos60° × tan45° = 1/2 + (1/2 × 1) = 1/2 + 1/2 = 1. 곱셈을 먼저 계산하고 덧셈을 하는 연산 순서에 주의한다.

Q208 제곱근과 실수

$\frac{3}{\sqrt{2}}$의 분모를 유리화한 결과로 옳은 것은?

①) ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$

②) ② $\frac{3}{2}$

③) ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

④) ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

🎯 **정답: ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$**

📖 1단계: 분모·분자에 똑같은 수 √2를 곱한다. $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$. 2단계: √2 × √2 = 2 이므로 분모가 유리수 2가 된다. 3단계: 정리하면 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. 분모에 √가 있으면 같은 √를 위아래에 곱해 없앤다고 기억하자.

💡 분모를 유리화하면 소수로 계산할 때 나눗셈이 훨씬 쉬워져서 예전엔 계산기 없이도 빠르게 어림할 수 있었어요.

Q209 이차방정식

근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$의 해를 구하면?

①) ① $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

②) ② $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③) ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

④) ④ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$

🎯 **정답: ① $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$**

📖 1단계: 계수 확인. a=1, b=-3, c=1. 2단계: 근의 공식 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$에 대입. 3단계: $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 9 - 4 = 5$. 4단계: $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$. 인수분해가 안 되는 이차방정식은 근의 공식이 언제나 통한다는 점을 기억하자.

💡 근의 공식은 9세기 페르시아 수학자 알콰리즈미가 체계화했고, 그의 이름에서 'algorithm(알고리즘)'이 유래되었어요.

Q210 다항식 곱셈과 인수분해

다항식 $3x^2y - 6xy^2$를 인수분해하면?

①) ① 3xy(x - 2y)

②) ② 3xy(x + 2y)

③) ③ xy(3x - 6y)

④) ④ $3x(xy - 2y^2)$

🎯 **정답: ① 3xy(x - 2y)**

📖 1단계: 두 항의 공통인수를 찾는다. 숫자 공통인수: 3과 6의 최대공약수 3. 문자 공통인수: x^2y와 xy^2에서 x, y 한 개씩. 즉 공통인수는 3xy. 2단계: 3xy로 묶어낸다. $3x^2y$ = 3xy·x, $6xy^2$ = 3xy·2y. 3단계: 결과는 3xy(x - 2y). 검산으로 다시 전개하면 원래 식이 나와야 한다.

💡 공통인수로 묶는 것은 집에서 물건을 정리할 때 같은 종류끼리 상자에 담는 것과 똑같은 아이디어예요.

Q211 통계

다음 자료 {3, 5, 7, 5, 2, 5, 8, 5}의 최빈값을 구하여라.

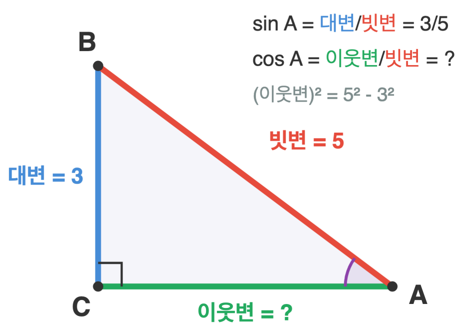
🎯 **정답: 5**

📖 1단계: 최빈값은 '가장 많이 나오는 값'이다. 2단계: 각 수가 몇 번 나오는지 세어 본다. 3은 1번, 5는 4번, 7은 1번, 2는 1번, 8은 1번. 3단계: 5가 4번으로 가장 많이 나왔으므로 최빈값은 5. 자료 개수가 적으면 표를 그리지 않고도 바로 눈으로 확인할 수 있다.

💡 의류 회사는 판매 자료의 '최빈값'을 이용해 가장 잘 팔리는 사이즈를 더 많이 생산한답니다.

Q212 삼각비

예각 A에서 sin A = $\frac{3}{5}$일 때, cos A의 값은? (단, 직각삼각형에서 구한다.)



①) ① $\frac{3}{5}$
②) ② $\frac{4}{5}$
③) ③ $\frac{5}{4}$
④) ④ $\frac{3}{4}$

🎯 **정답: ② $\frac{4}{5}$**

📖 1단계: sin A = 대변/빗변 = 3/5 이므로 대변=3, 빗변=5인 직각삼각형을 생각하자. 2단계: 피타고라스 정리로 이웃변을 구한다. (이웃변)^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16, 이웃변=4. 3단계: cos A = 이웃변/빗변 = 4/5. 참고로 $\sin^2 A + \cos^2 A = (3/5)^2 + (4/5)^2 = 9/25 + 16/25 = 1$로 공식과 맞는다.

💡 3-4-5 직각삼각형은 고대 이집트에서 땅 측량에 쓰이던 가장 유명한 피타고라스 수예요.

Q213 이차방정식

이차방정식 $x^2 + 4x + k = 0$이 중근을 가질 때, 상수 k의 값은?

①) ① 2
②) ② 4
③) ③ 6
④) ④ 8

🎯 **정답: ② 4**

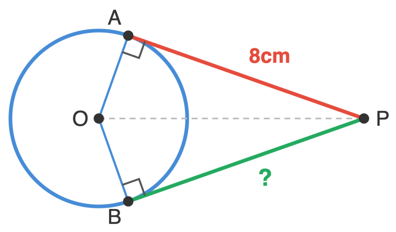
📖 1단계: 이차방정식이 중근을 가질 조건은 판별식 $D = b^2 - 4ac = 0$. 2단계: a=1, b=4, c=k 대입. $D = 4^2 - 4 \times 1 \times k = 16 - 4k$. 3단계: 16 - 4k = 0 이므로 k = 4. 4단계: 확인. k=4를 대입하면 $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 = 0$ 이 되어 x=-2 하나만 해(중근).

💡 판별식의 부호만 보면 해를 직접 구하지 않고도 근의 개수를 알 수 있어, 그래프의 접점 여부를 빠르게 판단할 수 있어요.

Q214 원의 성질

원 O 밖의 한 점 P에서 원에 두 접선을 그어 접점을 각각 A, B라 한다. PA = 8cm일 때, PB의 길이는?

한 점에서 그은 두 접선의 길이는?



①) ① 4cm

②) ② 6cm

③) ③ 8cm

④) ④ 10cm

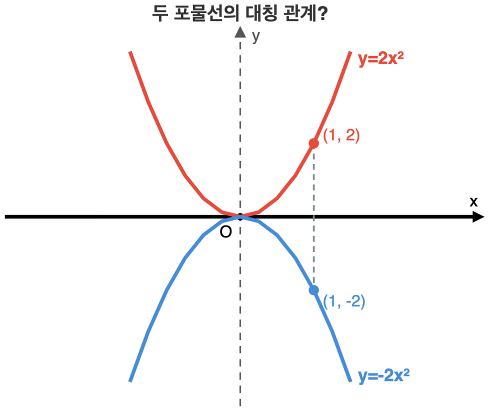
🎯 **정답: ③ 8cm**

📖 1단계: '원 밖 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같다'는 성질이 있다. 2단계: 이유는 삼각형 OAP와 OBP가 직각삼각형이고, OA=OB=반지름, OP는 공통이므로 합동(RHS 합동). 3단계: 합동이므로 PA = PB = 8cm. 중심 O와 점 P를 이은 선분 OP는 ∠APB와 ∠AOB를 이등분한다는 사실도 함께 기억해 두자.

💡 공원의 원형 분수대에 낚싯줄을 가장 짧게 걸치려 할 때, 밖에서 던지는 두 방향의 최단 경로가 서로 같다는 사실이 바로 이 성질이에요.

Q215 이차함수

두 이차함수 $y = 2x^2$과 $y = -2x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



①) ① 두 그래프는 x축에 대하여 서로 대칭이다

②) ② 두 그래프는 y축에 대하여 서로 대칭이다

③) ③ 두 그래프는 모두 최솟값을 갖는다

④) ④ 두 그래프의 폭이 서로 다르다

🎯 **정답: ① 두 그래프는 x축에 대하여 서로 대칭이다**

📖 1단계: $y = 2x^2$은 아래로 볼록(∪ 모양, 위로 열림), 꼭짓점 (0,0), 최솟값 0. 2단계: $y = -2x^2$은 아래로 열림, 꼭짓점 (0,0), 최댓값 0. 3단계: 같은 x값에 대해 y값의 부호만 반대(y와 -y 관계)이므로 두 그래프는 x축에 대하여 대칭. 4단계: 각 보기 점검 - ② y축 대칭이 아님, ③ 아래로 열린 그래프는 최댓값만 가짐, ④ $|a|=2$로 같아 폭도 같음.

💡 $y=ax^2$와 $y=-ax^2$는 서로 '거울에 비친 짝'이라 물리에서 포물선 운동과 반사 경로를 분석할 때 자주 짝지어 사용돼요.

Q216 경우의 수와 확률 심화

5명의 학생을 일렬로 세우는 방법의 수는?

①) ① 25

②) ② 60

③) ③ 120

④) ④ 720

🎯 **정답: ③ 120**

📖 1단계: 서로 다른 n명을 일렬로 세우는 방법의 수는 n! (n 팩토리얼)이다. 2단계: n=5일 때 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$. 3단계: 계산하면 $5 \times 4 = 20$, $20 \times 3 = 60$, $60 \times 2 = 120$, $120 \times 1 = 120$. 4단계: 따라서 120가지. 사고 과정으로 이해하면, 첫 자리에 올 수 있는 학생은 5명, 그 다음 자리는 4명, ... 이런 식으로 곱의 법칙을 적용하는 것.

💡 10명을 줄 세우는 방법은 무려 10! = 3,628,800가지로, 하루에 한 번씩 다른 순서로 세워도 약 9,941년이 걸려요.

Q217 통계

다음 자료 {2, 4, 6, 8, 10}의 분산을 구하여라.

🎯 **정답: 8**

📖 1단계: 먼저 평균을 구한다. 평균 = $(2+4+6+8+10) \div 5 = 30 \div 5 = 6$. 2단계: 각 자료에서 평균을 뺀 '편차'를 구한다. 2-6=-4, 4-6=-2, 6-6=0, 8-6=2, 10-6=4. 3단계: 편차의 제곱을 구한다. 16, 4, 0, 4, 16. 4단계: 분산 = 편차 제곱의 평균 = $(16+4+0+4+16) \div 5 = 40 \div 5 = 8$. 5단계: 따라서 분산은 8. 참고로 표준편차는 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

💡 분산은 자료가 평균에서 얼마나 '흩어져' 있는지를 나타내는 값으로, 같은 평균을 가져도 분산이 작을수록 '안정적'이라고 해요.

Q218 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 7송이의 꽃 중에서 3송이를 골라 꽃다발을 만들려고 한다. 만들 수 있는 꽃다발의 종류는 몇 가지인가?

①) ① 21
②) ② 35
③) ③ 42
④) ④ 210

🎯 **정답: ② 35**

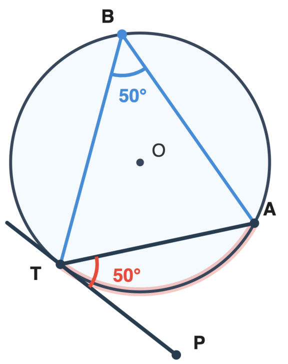
📖 1단계: 꽃다발은 '뽑는 순서'와 상관없이 어떤 꽃들이 모였는지가 중요하므로 조합 문제이다. 2단계: 서로 다른 n개에서 r개를 뽑는 조합의 수 ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$. 3단계: ${}_7C_3 = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = \frac{210}{6} = 35$. 4단계: 따라서 35가지. 순열 ${}_7P_3 = 210$은 '순서가 있는 일렬 배열'일 때의 값임을 구분하자.

💡 로또 6/45는 서로 다른 45개 숫자에서 6개를 뽑는 조합으로, ${}_{45}C_6 = 8{,}145{,}060$가지나 된답니다.

Q219 원의 성질

원 O에서 접선 PT가 점 T에서 원에 접하고, T에서 원 위의 점 A로 현 TA를 그었다. 접선과 현이 이루는 각 ∠PTA = 50°일 때, 호 TA 위가 아닌 반대쪽 호에 있는 점 B에 대한 원주각 ∠TBA의 크기는?

접선과 현이 이루는 각 = 반대쪽 호의 원주각



∠PTA = ∠TBA = 50°

①) ① 40°
②) ② 50°
③) ③ 80°
④) ④ 100°

🎯 **정답: ② 50°**

📖 1단계: '접선과 현이 이루는 각(접현각)의 크기는 그 현이 잘라내는 호에 대한 반대쪽 원주각의 크기와 같다'는 성질을 쓴다. 2단계: 접현각 ∠PTA는 현 TA가 만드는 짧은 호 TA에 해당하고, 그 호의 반대쪽 호 위 점 B에서 본 원주각이 ∠TBA이다. 3단계: 따라서 ∠TBA = ∠PTA = 50°. 4단계: 원리 확인: 접선은 반지름과 직각이고, 중심각-원주각 관계(2:1)를 이용해 유도할 수 있다.

💡 접현각 정리는 '원은 곡선인데 왜 각도 규칙이 생기느냐'에 답을 주며, 렌즈 설계와 광학에서 빛이 구면을 지날 때 각도 계산에 쓰여요.

Q220 이차방정식

둘레의 길이가 40cm이고 넓이가 96cm²인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 긴 변의 길이는 몇 cm인가?

①) ① 10cm
②) ② 11cm
③) ③ 12cm
④) ④ 14cm

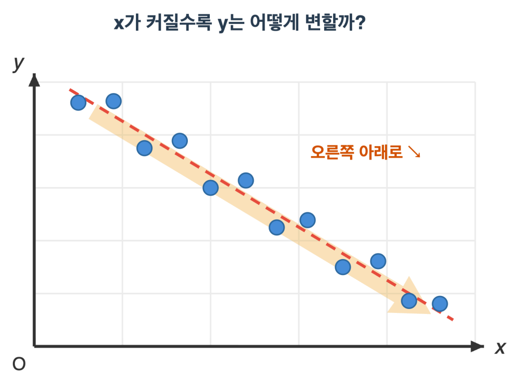
🎯 **정답: ③ 12cm**

📖 1단계: 긴 변을 x cm, 짧은 변을 y cm라 하자. 2단계: 둘레 조건에서 $2(x + y) = 40$, 즉 $x + y = 20$. 3단계: 넓이 조건에서 $xy = 96$. 4단계: $y = 20 - x$를 넓이식에 대입하면 $x(20 - x) = 96$, 즉 $x^2 - 20x + 96 = 0$. 5단계: 인수분해하면 $(x - 8)(x - 12) = 0$, $x = 8$ 또는 12. 6단계: 긴 변은 더 큰 값인 12cm (짧은 변은 8cm). 검산: 2(12+8)=40 ✓, 12×8=96 ✓.

💡 같은 둘레를 갖는 직사각형들 중에서는 정사각형일 때 넓이가 가장 커지고, 반대로 같은 넓이를 만들 때는 정사각형일 때 둘레가 가장 짧아져요.

Q221 통계

두 변량 x와 y를 짝지은 자료를 산점도로 나타냈더니 점들이 전체적으로 오른쪽 아래로 내려가는 직선 근처에 모여 있었다. 이때 두 변량 사이의 관계를 무엇이라 하는가?



①) ① 양의 상관관계
②) ② 음의 상관관계
③) ③ 상관관계가 없다
④) ④ 완전한 일치 관계

🎯 **정답: ② 음의 상관관계**

📖 1단계: 산점도에서 점들이 우상향(오른쪽 위로)이면 '양의 상관관계', 우하향(오른쪽 아래로)이면 '음의 상관관계', 뚜렷한 방향이 없으면 '상관관계 없음'이다. 2단계: 문제의 자료는 오른쪽 아래로 내려가므로, x가 커질수록 y는 작아지는 경향. 3단계: 따라서 '음의 상관관계'. 예: 공부 시간과 시험에서 틀린 문제 수, 자동차 속도와 100m 주행 시간.

💡 음의 상관관계가 '아주 강한' 대표적 예는 겨울철 기온과 난방비예요. 기온이 낮을수록 난방비가 확실히 올라가죠.

Q222 제곱근과 실수

$\frac{6}{\sqrt{3}}$의 분모를 유리화하여 간단히 하면?

①) ① √3

②) ② 2√3

③) ③ 3√3

④) ④ 6√3

정답: ② 2√3

1단계: 분모에 √3을 곱하면 분자도 √3을 곱해야 한다. $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

2단계: 분모 계산: $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$

3단계: $\frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

따라서 답은 2√3.

분모 유리화는 계산기 없던 시절, 같은 수의 대소를 빠르게 비교하기 위해 개발된 기술이다.

Q223 근호 계산

$\sqrt{8} \times \sqrt{6}$ 을 간단히 하면?

①) ① 2√3

②) ② 3√6

③) ③ 4√3

④) ④ 6√2

정답: ③ 4√3

1단계: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이므로 $\sqrt{8} \times \sqrt{6} = \sqrt{48}$

2단계: 48을 소인수분해하면 $48 = 16 \times 3 = 4^2 \times 3$

3단계: $\sqrt{48} = \sqrt{4^2 \times 3} = 4\sqrt{3}$

따라서 답은 4√3.

√n을 간단히 할 때 가장 큰 제곱수를 찾는 것이 핵심이다.

Q224 다항식 곱셈과 인수분해

$(x + 5)^2$을 전개한 결과로 옳은 것은?

①) ① $x^2 + 5x + 25$

②) ② $x^2 + 10x + 25$

③) ③ $x^2 + 25$

④) ④ $x^2 + 10x + 10$

정답: ② $x^2 + 10x + 25$

1단계: 곱셈 공식 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 를 사용한다.

2단계: a=x, b=5 를 대입하면 $x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2$

3단계: 정리하면 $x^2 + 10x + 25$

가운데 항의 계수가 $2 \times 5 = 10$ 임을 기억하자.

완전제곱식은 포물선 그래프의 꼭짓점 좌표를 찾는 핵심 도구로 이어진다.

Q225 이차방정식

이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$의 두 실근은?

①) ① 2 ± √3

②) ② 4 ± √3

③) ③ 1 ± 2√3

④) ④ 2 ± 2√3

🎯 **정답: ① 2 ± √3**

📖 1단계: 근의 공식 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 에 a=1, b=-4, c=1 대입.

2단계: 판별식 $b^2 - 4ac = 16 - 4 = 12 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 가진다.

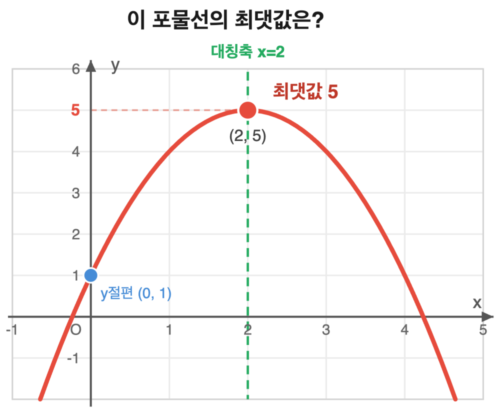
3단계: $x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$

따라서 두 근은 $2 + \sqrt{3}$, $2 - \sqrt{3}$ 이다.

💡 근의 공식은 바빌로니아 점토판에서도 발견될 만큼 오래된 수학 기술이다.

Q226 이차함수

이차함수 $y = -x^2 + 4x + 1$의 최댓값은?



①) ① 3

②) ② 4

③) ③ 5

④) ④ 6

🎯 **정답: ③ 5**

📖 1단계: x² 계수가 음수(-1)이므로 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점에서 최댓값을 가진다.

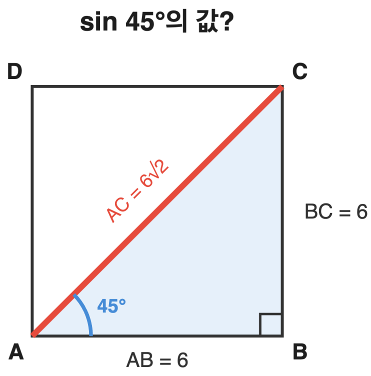
2단계: 완전제곱식으로 변형: $y = -(x^2 - 4x) + 1 = -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 = -(x-2)^2 + 4 + 1$

3단계: 따라서 $y = -(x-2)^2 + 5$. 꼭짓점은 (2, 5)이므로 최댓값은 5.

💡 포탄이나 분수처럼 중력이 작용하는 던져진 물체의 궤적은 모두 위로 볼록한 포물선이다.

Q227 삼각비

한 변의 길이가 6인 정사각형 ABCD에서 대각선 AC를 그었다. 직각삼각형 ABC에서 sin(∠BAC)의 값은?



①) ① $\frac{1}{2}$
②) ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
③) ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
④) ④ 1

🎯 **정답: ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$**

📖 1단계: 정사각형 대각선에 의해 ∠BAC = 45°.

2단계: 피타고라스 정리로 AC = $\sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$.

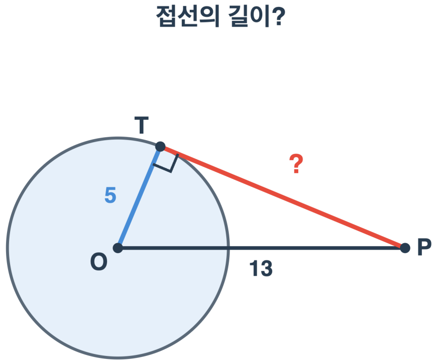
3단계: sin(∠BAC) = 대변/빗변 = BC/AC = $\frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

특수각 45°의 사인값은 항상 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

💡 사인 45°는 컴퓨터 그래픽 회전 계산에서 가장 많이 쓰이는 값 중 하나다.

Q228 원의 성질

원 O의 반지름이 5이고, 원 밖의 한 점 P에서 접선 PT를 그어 접점을 T라 한다. OP = 13일 때 접선 PT의 길이는?



①) ① 10
②) ② 11
③) ③ 12
④) ④ 13

🎯 **정답: ③ 12**

📖 1단계: 원의 접선은 접점에서 반지름과 수직이다. 즉 ∠OTP = 90°.
2단계: 직각삼각형 OTP에서 피타고라스 정리를 적용: $OT^2 + PT^2 = OP^2$.
3단계: $5^2 + PT^2 = 13^2 \Rightarrow 25 + PT^2 = 169 \Rightarrow PT^2 = 144$.
4단계: PT = 12.

💡 (5, 12, 13)은 대표적인 피타고라스 수로, 고대 이집트의 밧줄 측량에도 사용됐다고 한다.

Q229 통계

자료 3, 5, 7, 9, 11 의 분산은?

①) ① 6
②) ② 7
③) ③ 8
④) ④ 10

🎯 **정답: ③ 8**

📖 1단계: 평균 = $\frac{3+5+7+9+11}{5} = \frac{35}{5} = 7$.
2단계: 각 편차(값 - 평균): -4, -2, 0, 2, 4.
3단계: 편차의 제곱: 16, 4, 0, 4, 16.
4단계: 분산 = 편차 제곱의 평균 = $\frac{16+4+0+4+16}{5} = \frac{40}{5} = 8$.

💡 분산의 제곱근을 표준편차라 하는데, 이 자료의 표준편차는 $2\sqrt{2}$ 이다.

Q230 경우의 수와 확률 심화

학생 5명 중에서 서로 다른 대표 2명을 뽑는 방법의 수는?

①) ① 6

②) ② 8

③) ③ 10

④) ④ 20

🎯 **정답: ③ 10**

📖 1단계: 두 대표의 역할이 같으므로 순서는 무관. 조합을 사용한다.

2단계: ${}_5C_2 = \frac{5\times4}{2\times1} = \frac{20}{2} = 10.$

3단계: 따라서 대표 2명을 뽑는 방법은 10가지.

만약 회장, 부회장처럼 역할이 다르면 순열 ${}_5P_2 = 20$ 가지가 된다.

💡 로또의 당첨 조합 수도 이 원리로 계산된다(45개 중 6개 뽑기).

Q231 근호 계산

$\sqrt{3}\,(2\sqrt{3}\ +\sqrt{12}\ ) - \sqrt{27}$ 의 값은?

①) ① 12 - 3√3

②) ② 12 + 3√3

③) ③ 6 - 3√3

④) ④ 3√3

🎯 **정답: ① 12 - 3√3**

📖 1단계: 분배법칙으로 전개: $\sqrt{3}\ \cdot 2\sqrt{3}\ + \sqrt{3}\ \cdot \sqrt{12}\ - \sqrt{27}\ .$

2단계: 각 항 계산: $\sqrt{3}\ \cdot 2\sqrt{3}\ = 2\cdot 3 = 6,\ \sqrt{3}\ \cdot \sqrt{12}\ = \sqrt{36}\ = 6.$

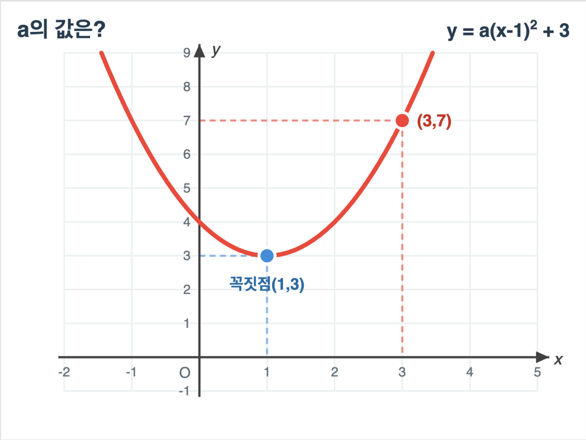
3단계: $\sqrt{27}\ = \sqrt{9\cdot 3}\ = 3\sqrt{3}\ .$

4단계: 합하면 $6 + 6 - 3\sqrt{3}\ = 12 - 3\sqrt{3}\ .$

💡 이런 유형은 고등학교에서 배울 '무리식의 연산'의 기초가 된다.

Q232 이차함수

이차함수 $y = a(x-1)^2 + 3$의 그래프가 점 (3, 7)을 지날 때, 상수 a의 값은?



①) ① $\frac{1}{2}$

②) ② 1

③) ③ 2

④) ④ 3

🎯 **정답: ② 1**

📖 1단계: 점 (3, 7)이 그래프 위의 점이므로 식에 x=3, y=7을 대입한다.

2단계: $7 = a(3-1)^2 + 3 = a \cdot 4 + 3 = 4a + 3$.

3단계: 4a = 7 - 3 = 4. 따라서 a = 1.

4단계: 꼭짓점 (1, 3)인 아래로 볼록한 포물선임을 확인할 수 있다.

💡 포물선의 식을 꼭짓점과 한 점만 알면 완전히 결정할 수 있다.

Q233 삼각비

예각 A에 대하여 $\sin A = \frac{3}{5}$일 때, $\cos A \times \tan A$의 값은?

①) ① $\frac{3}{5}$

②) ② $\frac{4}{5}$

③) ③ $\frac{3}{4}$

④) ④ $\frac{4}{3}$

🎯 **정답: ① $\frac{3}{5}$**

📖 1단계: 삼각비 기본 항등식 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 을 사용한다.

2단계: $\cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$. A가 예각이므로 $\cos A = \frac{4}{5}$.

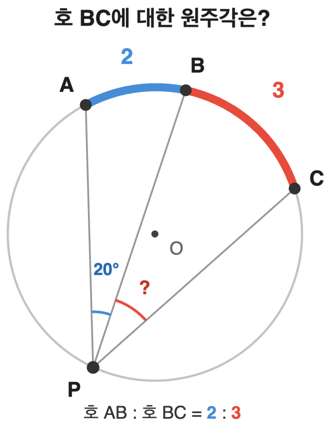
3단계: $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4}$.

4단계: $\cos A \times \tan A = \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$. 이는 결국 $\sin A$ 그 자체와 같다.

💡 $\cos A \times \tan A = \sin A$ 는 항상 성립하는 항등식이다. 정의를 풀어보면 명백하다.

Q234 원의 성질

원 위에 세 점 A, B, C가 있고 호 AB에 대한 원주각의 크기가 20°이다. 호 AB와 호 BC의 길이의 비가 2:3일 때, 호 BC에 대한 원주각의 크기는?



①) ① 25°
②) ② 30°
③) ③ 35°
④) ④ 40°

🎯 **정답: ② 30°**
📖 1단계: 한 원에서 원주각의 크기는 그 원주각이 바라보는 호의 길이에 비례한다.
2단계: 호 AB : 호 BC = 2 : 3 이므로 원주각의 비도 2 : 3.
3단계: 호 AB 원주각이 20°이므로 비례식 $2:3 = 20:x$.
4단계: $2x = 60 \Rightarrow x = 30$. 따라서 호 BC에 대한 원주각은 30°.
💡 호의 길이, 중심각, 원주각은 모두 같은 비율로 변한다. 이 성질은 원의 '회전 대칭성'에서 비롯된다.

Q235 근호 계산

$\sqrt{2}\,(\sqrt{8} + \sqrt{18})$을 계산하면?

①) ① 8
②) ② 10
③) ③ 12
④) ④ 14

🎯 **정답: ② 10**
📖 1단계: 분배법칙으로 전개한다. $\sqrt{2} \times \sqrt{8} + \sqrt{2} \times \sqrt{18}$.
2단계: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이므로 $\sqrt{16} + \sqrt{36}$.
3단계: $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{36} = 6$이므로 $4 + 6 = 10$.
💡 근호 안의 수를 먼저 곱한 뒤에 제곱근을 구하면 의외로 딱 떨어지는 정수가 나올 때가 많아.

Q236 다항식 곱셈과 인수분해

다항식 (x+3)(x-5)를 전개하면?

①) ① $x^2-2x-15$

②) ② $x^2+2x-15$

③) ③ $x^2-2x+15$

④) ④ $x^2+8x-15$

🎯 **정답: ① x^2-2x-15**

📖 1단계: 곱셈공식 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 사용한다.

2단계: a=3, b=-5를 대입하면 $a+b=-2$, $ab=-15$.

3단계: 따라서 $x^2+(-2)x+(-15)=x^2-2x-15$.

💡 (x+a)(x+b) 꼴의 곱셈공식은 일차항 계수 구하기만 잘하면 머릿속에서도 빠르게 전개할 수 있어.

Q237 이차방정식

이차방정식 $x^2-7x+12=0$의 해를 구하시오.

①) ① x=1 또는 x=12

②) ② x=2 또는 x=6

③) ③ x=3 또는 x=4

④) ④ x=-3 또는 x=-4

🎯 **정답: ③ x=3 또는 x=4**

📖 1단계: 곱해서 12, 더해서 -7이 되는 두 수는 -3과 -4이다.

2단계: 이차식을 인수분해하면 (x-3)(x-4)=0.

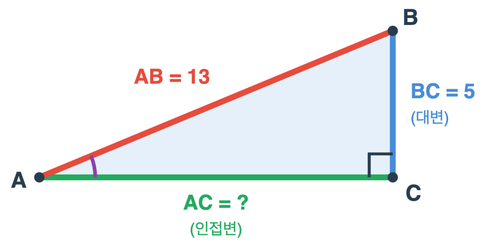
3단계: 두 인수 중 하나가 0이어야 하므로 x=3 또는 x=4.

💡 두 근의 부호가 모두 양수이면, 이차식의 상수항은 양수이고 일차항 계수는 음수야.

Q238 삼각비

직각삼각형 ABC에서 ∠C=90°, 빗변 AB=13, BC=5일 때 tan A의 값은?

∠A에서 tan A = 대변/인접변 = ?



①) ① 5/13

②) ② 12/13

③) ③ 5/12

④) ④ 12/5

🎯 **정답: ③ 5/12**

📖 1단계: 피타고라스 정리로 AC를 구한다. $AC^2=AB^2-BC^2=13^2-5^2=169-25=144$, AC=12.

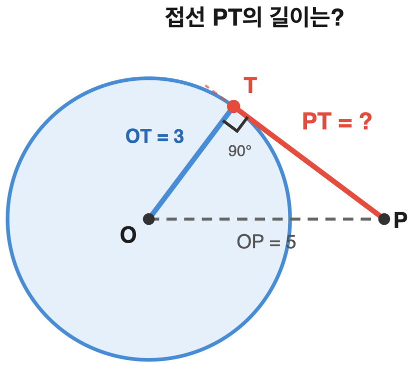
2단계: ∠A에서 대변은 BC=5, 인접변은 AC=12이다.

3단계: tan A = 대변/인접변 = 5/12.

💡 (5, 12, 13)은 대표적인 피타고라스 수 세쌍으로, 자로 재지 않아도 빗변 길이가 정수로 떨어져.

Q239 원의 성질

원 O의 반지름이 3이고, 원 밖의 한 점 P에서 원에 그은 접선의 접점을 T라 하자. OP=5일 때, 접선 PT의 길이는?



①) ① 2

②) ② 3

③) ③ 4

④) ④ 5

🎯 **정답: ③ 4**

📖 1단계: 접선과 반지름은 접점에서 수직이므로 ∠OTP=90°.

2단계: 직각삼각형 OTP에서 OT=3, OP=5.

3단계: 피타고라스 정리로 $PT^2=OP^2-OT^2=25-9=16$, 따라서 PT=4.

💡 원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 항상 같다는 성질도 있어.

Q240 경우의 수와 확률 심화

서로 다른 6개의 공 중에서 동시에 2개를 꺼내는 경우의 수는?

①) ① 10

②) ② 12

③) ③ 15

④) ④ 30

🎯 **정답: ③ 15**

📖 1단계: '동시에' 꺼내므로 순서를 고려하지 않는 조합이다.

2단계: 조합 공식으로 ${}_6C_2 = \frac{6\times 5}{2\times 1}$.

3단계: 계산하면 30/2=15.

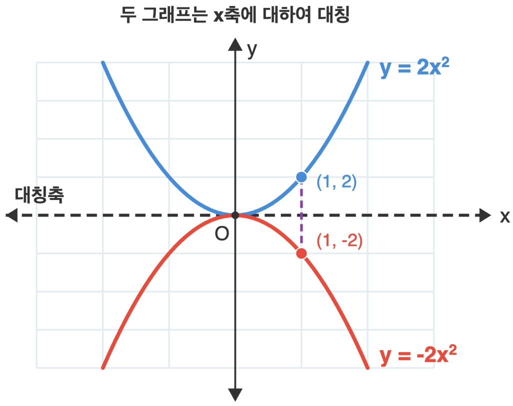
💡 순서를 따지면 6×5=30가지(순열)이고, 순서를 따지지 않으면 이를 2!로 나눠 15가지가 돼.

📝 중3 수학 일반

총 10문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q241 이차함수

이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은?



①) ① $y=-2x^2$

②) ② $y=2x^2$

③) ③ $y=(1/2)x^2$

④) ④ $y=-(1/2)x^2$

🎯 **정답: ① $y=-2x^2$**

📖 1단계: x축에 대한 대칭이동은 y좌표의 부호만 반대로 바뀐다. 즉, (x, y) → (x, -y).

2단계: $y=2x^2$에서 y 대신 -y를 대입하면 $-y=2x^2$.

3단계: 이를 y에 대해 정리하면 $y=-2x^2$.

💡 y축 대칭이동은 $y=ax^2$ 형태에서는 식이 그대로지만, x축 대칭이동은 부호만 뒤집으면 돼.

Q242 통계

자료 2, 4, 4, 6, 4의 분산을 구하면?

①) ① 0.8

②) ② 1.6

③) ③ 2.0

④) ④ 2.4

🎯 **정답: ② 1.6**

📖 1단계: 평균 = (2+4+4+6+4)/5 = 20/5 = 4.

2단계: 각 편차(자료값-평균) = -2, 0, 0, 2, 0. 편차의 제곱 = 4, 0, 0, 4, 0.

3단계: 분산 = 편차제곱의 평균 = (4+0+0+4+0)/5 = 8/5 = 1.6.

💡 분산의 양의 제곱근이 바로 표준편차야. 이 자료의 표준편차는 $\sqrt{1.6} \approx 1.26$.

Q243 근호 계산

$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$을 계산하면?

①) ① 2

②) ② 3

③) ③ 4

④) ④ 6

🎯 **정답: ③ 4**

📖 1단계: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 공식을 이용한다.

2단계: $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{16}$.

3단계: $\sqrt{16} = 4$.

💡 근호 안끼리 먼저 나눠보면 깔끔한 제곱수가 되어 정수로 떨어질 때가 많아.

Q244 이차방정식

근의 공식을 이용하여 이차방정식 $3x^2-5x+1=0$의 두 근을 구하시오.

①) ① $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$

②) ② $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{3}$

③) ③ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$

④) ④ $x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$

🎯 **정답: ① $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$**

📖 1단계: 계수 확인. a=3, b=-5, c=1.

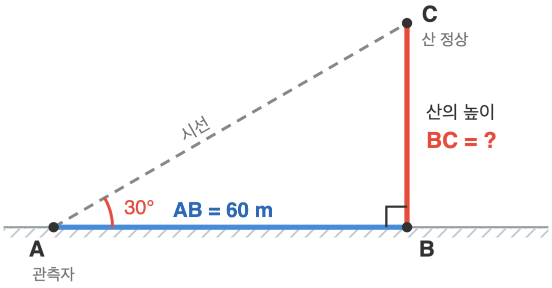
2단계: 판별식 계산. $b^2-4ac = (-5)^2 - 4\times3\times1 = 25-12 = 13$. 양수이므로 서로 다른 두 실근.

3단계: 근의 공식 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$에 대입하면 $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$.

💡 판별식이 13처럼 완전제곱수가 아니면, 근은 무리수가 되어 $\sqrt{}$가 벗겨지지 않아.

Q245 삼각비

수평면 위의 한 지점 A에서 산 정상을 올려본각이 30°이고, A에서 산 바로 아래 지점 B까지의 수평거리가 60m이다. 산의 높이 BC는? (관측자의 키는 무시한다.)



①) ① $20\sqrt{3}$ m
②) ② $30\sqrt{3}$ m
③) ③ $60\sqrt{3}$ m
④) ④ 20 m

🎯 **정답: ① $20\sqrt{3}$ m**

📖 1단계: 직각삼각형 ABC에서 ∠B=90°이므로 tan A = BC/AB.
2단계: tan 30° = $\sqrt{3}/3$이고 AB=60이므로 BC = 60×tan30° = 60×($\sqrt{3}/3$).
3단계: 계산하면 BC = $20\sqrt{3}$ m.
💡 tan의 값은 '높이/수평거리'로 경사면의 기울기와 같은 의미를 가져. 도로 표지판의 경사도 표시도 이 원리야.

Q246 경우의 수와 확률 심화

주머니에 빨간 공 3개, 흰 공 5개가 들어 있다. 한 개를 꺼내고 꺼낸 공을 다시 넣지 않은 상태에서 다시 한 개를 꺼낼 때, 두 개 모두 빨간 공일 확률은?

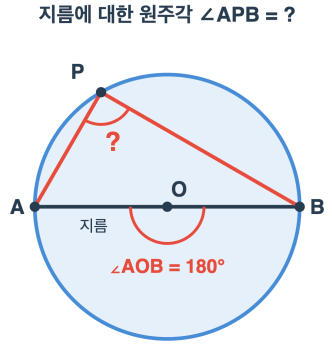
①) ① 9/64
②) ② 3/28
③) ③ 3/14
④) ④ 1/8

🎯 **정답: ② 3/28**

📖 1단계: 첫 번째 시행에서 빨간 공을 꺼낼 확률 = 3/8 (총 8개 중 빨강 3개).
2단계: 꺼낸 공을 다시 넣지 않으므로 남은 공은 총 7개, 빨강은 2개. 두 번째 시행에서 빨간 공일 확률 = 2/7.
3단계: 곱셈정리로 (3/8)×(2/7) = 6/56 = 3/28.
💡 비복원 추출에서는 뒤로 갈수록 분모와 분자가 함께 줄기 때문에, 같은 색이 연속될 확률은 복원 추출보다 낮아져.

Q247 원의 성질

원의 지름을 AB라 하고, 원 위의 한 점 P(A, B와 다름)에 대하여 ∠APB의 크기는?



①) ① 45°
②) ② 60°
③) ③ 90°
④) ④ 120°

🎯 **정답: ③ 90°**

📖 1단계: AB가 지름이므로 호 AB(지름 반대쪽)에 대한 중심각은 ∠AOB=180°.
2단계: 한 호에 대한 원주각의 크기는 중심각의 1/2이다.
3단계: 따라서 ∠APB = 180°/2 = 90°.

💡 지름에 대한 원주각이 항상 직각이 된다는 사실은 기원전 6세기 탈레스가 처음 증명했다고 해서 '탈레스의 정리'라고 불려.

Q248 제곱근과 실수

다음 수 중에서 무리수인 것의 개수는?

$\sqrt{9}$, $\sqrt{10}$, $-\sqrt{25}$, $\sqrt{0.04}$, π, 0.333…

①) ① 1개
②) ② 2개
③) ③ 3개
④) ④ 4개

🎯 **정답: ② 2개**

📖 각 수를 정리한다.
1단계: $\sqrt{9} = 3$ (유리수)
2단계: $\sqrt{10}$은 제곱수가 아니므로 무리수
3단계: $-\sqrt{25} = -5$ (유리수)
4단계: $\sqrt{0.04} = 0.2$ (유리수)
5단계: π는 무리수 (원주율)
6단계: 0.333… = 1/3 (순환소수는 유리수)
따라서 무리수는 $\sqrt{10}$, π로 2개이다.

💡 순환소수는 분수로 표현할 수 있어서 모두 유리수예요. 소수점 아래가 불규칙하게 무한히 이어져야 무리수랍니다!

Q249 다항식 곱셈과 인수분해

다항식 $x^2 - 7x + 12$를 인수분해하면?

①) ① (x-2)(x-6)

②) ② (x-3)(x-4)

③) ③ (x+3)(x+4)

④) ④ (x-1)(x-12)

🎯 **정답: ② (x-3)(x-4)**

📖 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ 공식을 이용한다.

1단계: 곱해서 12, 더해서 -7이 되는 두 수를 찾는다.

2단계: 두 수 모두 음수여야 한다 (곱이 양수, 합이 음수).

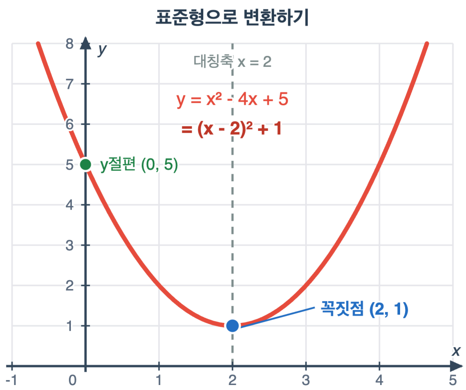
3단계: -3과 -4를 확인하면 (-3)×(-4)=12, (-3)+(-4)=-7 ✓

4단계: 따라서 $x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$

💡 인수분해는 곱셈의 반대 과정이에요. 전개와 인수분해를 자유롭게 오가는 것이 중3 대수의 핵심 기술이랍니다!

Q250 이차함수

이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$를 $y = (x-p)^2 + q$ 꼴로 고쳤을 때, 꼭짓점의 좌표는?



①) ① (-2, 1)

②) ② (2, 1)

③) ③ (2, -1)

④) ④ (-2, -1)

🎯 **정답: ② (2, 1)**

📖 완전제곱식으로 변형한다.

1단계: $y = x^2 - 4x + 5$

2단계: $x^2 - 4x$ 부분을 완전제곱으로 만든다. x의 계수 -4의 절반은 -2, 그 제곱은 4.

3단계: $y = (x^2 - 4x + 4) - 4 + 5 = (x-2)^2 + 1$

4단계: $y = (x-p)^2 + q$ 꼴에서 p=2, q=1

5단계: 따라서 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)이다.

포물선이 아래로 볼록이므로 꼭짓점에서 최솟값 1을 갖는다.

💡 이차함수를 표준형으로 바꾸면 그래프의 꼭짓점이 바로 보여요. 고등학교에서는 이 기술로 최적화 문제를 풀게 됩니다!