📝 초6 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q1 분수 나눗셈 심화

어떤 수를 3/4로 나누었더니 2/5가 되었습니다. 같은 수를 2/5로 나누면 얼마가 됩니까?

①) ① 3/10

②) ② 3/4

③) ③ 6/25

④) ④ 15/8

🎯 **정답: ② 3/4**

📖 1단계: 어떤 수를 □라 하면, □÷(3/4)=2/5이므로 □=2/5×3/4=6/20=3/10입니다.
2단계: 같은 수 3/10을 2/5로 나누면 3/10÷2/5=3/10×5/2=15/20=3/4입니다.
3단계: 검증 — a÷b=c이면 a÷c=b라는 관계를 이용하면, □÷(3/4)=2/5에서 □÷(2/5)=3/4임을 바로 알 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 'a÷b=c이면 a÷c=b'라는 나눗셈의 역관계를 파악하는 것이 핵심입니다. 직접 어떤 수를 구해도 되지만, 역수 관계를 이용하면 계산 없이 답을 얻을 수 있습니다.

💡 이 성질은 곱셈과 나눗셈이 역연산이라는 수학의 기본 구조에서 나옵니다.

Q2 분수 나눗셈 심화

밀가루 5/6 kg을 한 봉지에 2/9 kg씩 나누어 담습니다. 봉지가 모두 몇 개 필요하며, 마지막 봉지에는 밀가루가 몇 kg 들어 있습니까?

🎯 **정답: 봉지 4개 필요, 마지막 봉지에 1/6 kg**

📖 1단계: 5/6÷2/9=5/6×9/2=45/12=15/4=3과 3/4입니다. 즉 2/9 kg씩 가득 채운 봉지가 3개 나오고 일부가 남습니다.
2단계: 가득 채운 봉지 3개에 담긴 양=3×2/9=6/9=2/3 kg입니다.
3단계: 남은 밀가루=5/6−2/3=5/6−4/6=1/6 kg입니다. 1/6 kg은 2/9 kg보다 적으므로(1/6=3/18, 2/9=4/18) 마지막 봉지에 담깁니다.
따라서 봉지는 모두 4개 필요하고, 마지막 봉지에는 1/6 kg이 들어 있습니다.
검산: 3×2/9+1/6=2/3+1/6=4/6+1/6=5/6 ✓

🧠 풀이 전략: 분수 나눗셈의 몫과 나머지를 분리하는 문제입니다. 나눗셈 결과가 자연수가 아닐 때 '몇 봉지 필요한가'는 올림, '마지막 봉지 양'은 나머지를 구하는 전략이 필요합니다.

💡 실생활에서 '몇 개 필요한가'와 '딱 맞게 나눠는가'는 다른 질문입니다. 택배 포장 문제도 같은 원리예요!

Q3 소수·분수 융합

0.375를 분수로 바꾼 뒤, 그 분수에 2/5를 더하고 1/8을 빼면 얼마입니까? 답을 기약분수로 나타내세요.

①) ① 9/20

②) ② 11/20

③) ③ 1/2

④) ④ 13/20

🎯 **정답: ④ 13/20**

📖 1단계: 0.375=375/1000=3/8입니다.
2단계: 3/8+2/5=15/40+16/40=31/40입니다.
3단계: 31/40−1/8=31/40−5/40=26/40=13/20입니다.
검증: 13/20=0.65. 그런데 0.375+0.4−0.125=0.65=13/20. 답은 ④ 13/20입니다.

🧠 풀이 전략: 소수→분수 변환 후 통분하여 혼합연산하는 전략입니다. 0.375=3/8임을 빠르게 인식하고, 40을 공통분모로 통분합니다.

💡 0.125=1/8, 0.25=1/4, 0.375=3/8, 0.5=1/2 — 이 변환들을 외우면 계산이 훨씬 빨라져요!

Q4 소수·분수 융합

1/3=0.333…, 2/3=0.666…입니다. 그러면 1/3+2/3을 소수로 각각 소수점 아래 두 자리까지만 계산하여 더하면 실제 값과 얼마나 차이가 납니까? 이런 오차가 생기는 이유를 설명하세요.

🎯 **정답: 0.01 차이 (실제 1인데 0.33+0.67=1.00이 아닌 0.33+0.66=0.99)**

📖 1단계: 1/3≈0.33(반내림), 2/3≈0.66(반내림)으로 소수점 아래 두 자리까지 표현합니다.
2단계: 0.33+0.66=0.99인데, 실제 1/3+2/3=1입니다.
3단계: 차이는 1−0.99=0.01입니다. 이는 순환소수를 유한소수로 끊으면서 각각 약 0.003…과 0.006…이 버려졌기 때문입니다. 두 오차를 합하면 약 0.01이 됩니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수의 반올림/절삭 오차가 누적되는 현상을 관찰하는 문제입니다. 단순 계산이 아니라 '왜 오차가 생기는지' 이유를 설명할 수 있어야 합니다.

💡 컴퓨터도 이런 오차 때문에 0.1+0.2=0.30000000000000004가 되기도 합니다! 이를 '부동소수점 오차'라고 해요.

Q5 비와 비율 추론

소금물 A는 200g에 소금 30g이 녹아 있고, 소금물 B는 300g에 소금 18g이 녹아 있습니다. 두 소금물을 모두 섞으면 농도는 몇 %입니까?

①) ① 8.4%

②) ② 9.6%

③) ③ 10.2%

④) ④ 12%

🎯 **정답: ② 9.6%**

📖 1단계: 전체 소금의 양=30+18=48g입니다.
2단계: 전체 소금물의 양=200+300=500g입니다.
3단계: 농도=48/500×100=9.6%입니다.
함정 분석: 두 소금물의 양이 다르므로 A의 농도 15%와 B의 농도 6%를 단순 평균하면 안 됩니다(단순 평균은 10.5%이며 정답이 아닙니다). 농도는 반드시 (전체 소금)/(전체 소금물)×100으로 구해야 하며, ①·③·④는 이러한 단순 평균이나 잘못된 나눗셈에서 비롯된 오답입니다.

🧠 풀이 전략: 농도=(소금의 양)/(소금물 전체 양)×100이라는 공식을 적용합니다. 흔한 실수는 두 농도를 단순 평균하는 것인데, 소금물의 양이 다르므로 가중평균을 해야 합니다.

💡 소금물 농도 문제는 중학교 방정식의 기초가 됩니다. '섞기 전 소금=섞은 후 소금'이 핵심 원리예요!

Q6 비와 비율 추론

원래 가격이 25,000원인 물건을 20% 할인한 뒤, 할인된 가격에 10% 부가세를 붙였습니다. 최종 가격은 원래 가격의 몇 %입니까?

①) ① 88%

②) ② 90%

③) ③ 92%

④) ④ 110%

🎯 **정답: ① 88%**

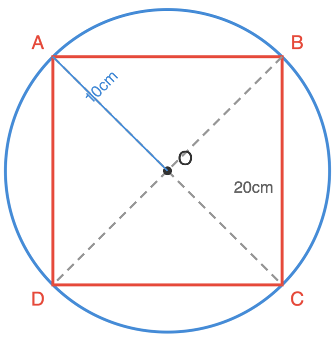
📖 1단계: 20% 할인 후 가격=25,000×0.8=20,000원입니다.
2단계: 10% 부가세 후 가격=20,000×1.1=22,000원입니다.
3단계: 원래 가격 대비 비율=22,000/25,000×100=88%입니다.
함정 분석: ②는 '20% 빼고 10% 더하면 10% 할인'이라고 단순 계산한 오류입니다. 할인과 세금의 기준금액이 다르기 때문에 0.8×1.1=0.88, 즉 88%가 됩니다.

🧠 풀이 전략: 할인과 세금이 다른 기준금액에 적용되므로 순서대로 곱셈으로 처리해야 합니다. '−20%+10%=−10%'라는 단순 덧뺄셈이 안 되는 이유를 이해하는 것이 핵심입니다.

💡 이것을 '비율의 비대칭성'이라 합니다. 50% 할인 후 50% 인상하면 원래 가격이 아니라 75%가 돼요!

Q7 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원에 내접하는 정사각형이 있습니다. 이 정사각형의 넓이는 몇 cm²입니까?



정사각형 넓이 = ?

①) ① 100 cm²

②) ② 200 cm²

③) ③ 250 cm²

④) ④ 314 cm²

🎯 **정답: ② 200 cm²**

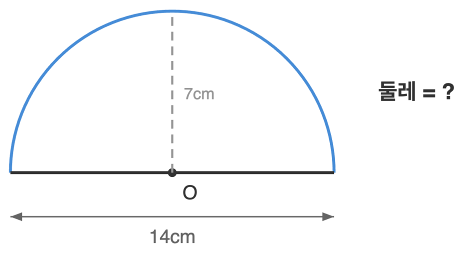
📖 1단계: 원에 내접하는 정사각형의 대각선은 원의 지름과 같으므로, 대각선=2×10=20cm입니다.
2단계: 정사각형의 대각선과 한 변의 관계: 대각선=변×√2이므로 변=20/√2=10√2 cm입니다.
3단계: 넓이=(10√2)²=200 cm²입니다.
다른 풀이: 정사각형 넓이=대각선×대각선÷2=20×20÷2=200 cm²로도 구할 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정사각형에서 대각선=지름이라는 핵심 관계를 파악해야 합니다. 넓이는 '대각선²÷2' 공식을 쓰면 √2 없이도 구할 수 있습니다.

💡 정사각형 넓이=대각선²÷2 공식은 정사각형을 45° 회전한 마름모로 보면 쉽게 이해할 수 있어요!

Q8 원과 원주율 심화

지름이 14cm인 반원 모양의 종이가 있습니다. 이 반원의 둘레(직선 부분 포함)는 몇 cm입니까? (π=22/7 사용)



①) ① 22 cm

②) ② 36 cm

③) ③ 44 cm

④) ④ 50 cm

🎯 **정답: ② 36 cm**

📖 1단계: 반지름=14÷2=7cm입니다.

2단계: 반원의 호의 길이=원주의 절반=2×π×7÷2=π×7=22/7×7=22cm입니다.

3단계: 반원의 둘레=호의 길이+지름=22+14=36cm입니다.

함정 분석: ①은 호의 길이만 구한 오류, ③은 원주 전체를 구한 오류입니다.

🧠 풀이 전략: 반원의 '둘레'가 호의 길이만이 아니라 직선 부분(지름)도 포함한다는 점을 주의해야 합니다. 문제를 꼼꼼히 읽는 습관이 중요합니다.

💡 π=22/7은 고대 인도 수학자 아리아바타가 즐겨 쓴 어림값이에요. 실제 π와의 오차는 약 0.04%밖에 안 됩니다!

Q9 비례와 최적화

일꾼 6명이 어떤 일을 12일 만에 끝냅니다. 같은 일을 9명이 하면 며칠 만에 끝납니까? (모든 일꾼의 작업 능력은 같습니다.)

①) ① 6일

②) ② 7일

③) ③ 8일

④) ④ 9일

🎯 **정답: ③ 8일**

📖 1단계: 전체 일의 양=6명×12일=72(인·일)입니다.

2단계: 9명이 하면 걸리는 일수=72÷9=8일입니다.

3단계: 검증 — 사람 수가 6→9로 1.5배 늘었으므로, 일수는 12÷1.5=8일로 반비례합니다.

🧠 풀이 전략: 사람 수와 일수는 반비례 관계입니다. '전체 일의 양=사람 수×일수'를 일정하게 놓고 푸는 전략입니다.

💡 이런 문제를 '인일(man-day) 문제'라 하며, 실제 건설현장에서 공사 기간을 계산할 때 쓰입니다!

Q10 논리·경시 퍼즐

서랍에 빨간 양말 8켤레, 파란 양말 5켤레, 검은 양말 7켤레가 뒤섞여 있습니다. 불을 끌 수 없어 색을 볼 수 없을 때, 같은 색 양말 한 켤레(2짝)를 반드시 얻으려면 최소 몇 짝을 꺼내야 합니까?

①) ① 3짝

②) ② 4짝

③) ③ 7짝

④) ④ 21짝

🎯 **정답: ② 4짝**

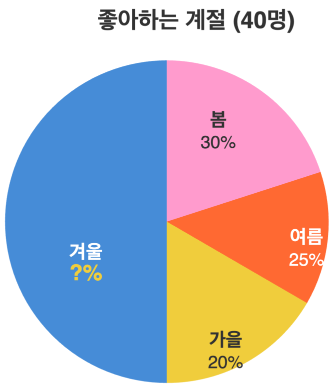
📖 1단계: 최악의 경우를 생각합니다. 처음 3짝이 모두 다른 색(빨강1, 파랑1, 검정1)일 수 있습니다.
2단계: 색이 3종류이므로, 3짝까지는 전부 다른 색일 가능성이 있습니다.
3단계: 4번째 양말은 어떤 색이든 이미 꺼낸 3색 중 하나와 같으므로, 반드시 한 쌍이 만들어집니다. 이것이 비둘기집 원리입니다.
함정 분석: ①은 운이 좋은 경우, ④는 모든 양말을 꺼내는 오류입니다.

🧠 풀이 전략: 비둘기집 원리(Pigeonhole Principle)를 적용합니다. n종류의 색이 있으면, n+1개를 꺼내면 반드시 같은 색이 2개 이상 존재합니다. 핵심은 '최악의 경우'를 생각하는 것입니다.

💡 비둘기집 원리는 독일 수학자 디리클레가 처음 명확히 정리했어요. 서울 인구가 약 950만이고 머리카락 수가 최대 약 15만 개이면, 머리카락 수가 같은 사람이 반드시 존재합니다!

Q11 통계와 확률 추론

다음 원그래프는 한 반 학생 40명의 좋아하는 계절을 나타냅니다. 봄 30%, 여름 25%, 가을 20%, 겨울 ?%. 겨울을 좋아하는 학생은 몇 명이고, 봄을 좋아하는 학생은 가을을 좋아하는 학생보다 몇 명 더 많습니까?



①) ① 겨울 8명, 4명 더 많다

②) ② 겨울 10명, 4명 더 많다

③) ③ 겨울 10명, 8명 더 많다

④) ④ 겨울 8명, 6명 더 많다

🎯 **정답: ② 겨울 10명, 4명 더 많다**

📖 1단계: 겨울 비율=100%−30%−25%−20%=25%입니다.

2단계: 겨울 학생 수=40×25/100=10명입니다.

3단계: 봄 학생 수=40×30/100=12명, 가을 학생 수=40×20/100=8명이므로, 봄이 가을보다 12−8=4명 더 많습니다.

🧠 풀이 전략: 원그래프에서 빠진 비율을 역산한 뒤, 비율→실제 값으로 변환하는 2단계 추론이 필요합니다. 두 개의 질문에 모두 답해야 하므로 문제를 끝까지 읽는 것이 중요합니다.

💡 원그래프는 1801년 영국의 윌리엄 플레이페어가 처음 발명했어요. 그는 막대그래프도 발명한 '그래프의 아버지'입니다!

Q12 수학적 사고와 증명

1+3=4, 1+3+5=9, 1+3+5+7=16입니다. 이 패턴을 관찰하여 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19의 값을 구하고, 왜 홀수를 차례로 더하면 항상 제곱수가 되는지 설명하세요.

🎯 **정답: 100 (10^2). 처음부터 n개의 홀수를 더하면 항상 n^2이 된다.**

📖 1단계: 패턴 관찰 — 홀수 2개의 합=2^2=4, 3개의 합=3^2=9, 4개의 합=4^2=16입니다.

2단계: 1부터 19까지의 홀수는 1,3,5,7,9,11,13,15,17,19로 총 10개이므로, 합=10^2=100입니다.

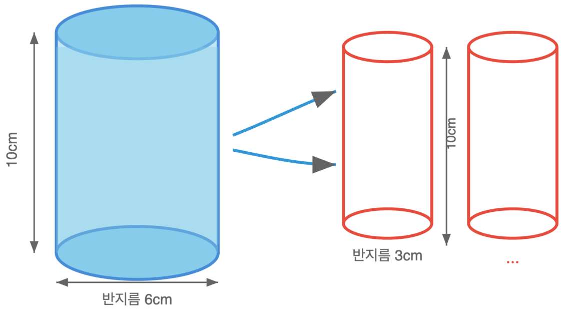
3단계: 왜 그런지 — n번째 홀수는 2n−1입니다. 1+3+5+…+(2n−1)에서 각 홀수를 L자 모양으로 정사각형에 배치하면, n×n 정사각형이 만들어집니다. 예: 1(1×1) → 1+3(2×2, 3은 ㄱ자로 붙임) → 1+3+5(3×3, 5는 ㄱ자로 붙임). 이것이 기하학적 증명입니다.

🧠 풀이 전략: 귀납적 관찰로 규칙(n개의 홀수 합=n^2)을 발견한 뒤, '왜'인지 기하학적으로 설명하는 전략입니다. 단순히 공식을 외우는 게 아니라 정사각형 배치로 시각화하면 증명이 됩니다.

💡 이 증명은 고대 그리스 피타고라스 학파가 조약돌을 놓아 발견했어요. 그래서 제곱수를 '사각수(square number)'라고 부릅니다!

Q13 입체도형 심화

밑면의 반지름이 6cm, 높이가 10cm인 원기둥 모양의 물통에 물이 가득 차 있습니다. 이 물을 밑면의 반지름이 3cm인 원기둥 모양의 컵에 모두 옮겨 담으려 합니다. 컵의 높이가 10cm일 때, 최소 몇 개의 컵이 필요합니까?



최소 몇 개?

①) ①3개

②) ②4개

③) ③5개

④) ④6개

🎯 **정답: ②4개**

📖 1단계: 물통의 부피 = $\pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi\ cm^3$

2단계: 컵 하나의 부피 = $\pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi\ cm^3$

3단계: 필요한 컵 수 = $360\pi \div 90\pi = 4$개

핵심 포인트: 반지름이 2배이면 밑넓이는 4배가 됩니다. 6÷3=2이므로 밑넓이 비는 4:1이고, 높이가 같으므로 부피 비도 4:1입니다.

🧠 풀이 전략: 부피 비교 문제입니다. 원기둥 부피 공식($\pi \times r^2 \times h$)을 세우되, π가 약분되므로 실제 계산은 $r^2 \times h$의 비교만 하면 됩니다. 반지름의 제곱에 비례한다는 점이 핵심입니다.

💡 반지름이 2배가 되면 부피는 4배! 피자 크기도 마찬가지예요. 지름 30cm 피자 1판은 지름 15cm 피자 4판과 같은 양이에요.

Q14 비례와 최적화

어느 공장에서 기계 A는 하루에 제품 120개를 만들고, 기계 B는 하루에 80개를 만듭니다. 두 기계를 함께 가동해 주문량 600개를 완성하려고 하는데, 기계 B는 정비 때문에 하루 늦게 시작합니다. (A는 첫날부터, B는 둘째 날부터 가동하고, 생산은 하루 단위로 이루어집니다.) 주문 600개를 모두 완성하는 데 며칠이 걸립니까?

①) ①3일

②) ②3.5일

③) ③4일

④) ④5일

🎯 **정답: ③4일**

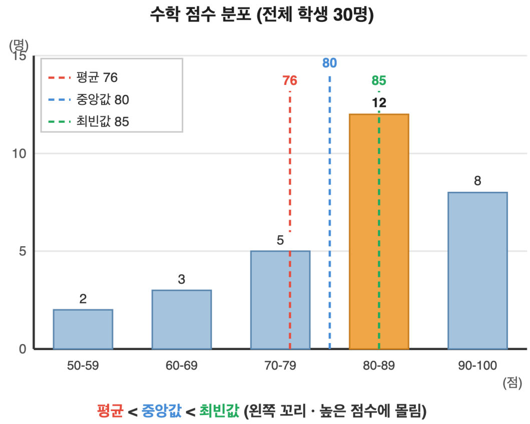
📖 1단계: 첫째 날은 A만 가동하여 120개를 만듭니다. (누적 120개)
2단계: 둘째 날부터 A와 B가 함께 가동하여 하루에 120+80=200개씩 만듭니다.
3단계: 누적 생산량은 둘째 날 320개, 셋째 날 520개입니다. 셋째 날까지는 520개로 600개에 못 미칩니다.
4단계: 넷째 날에 200개를 더 만들면 누적 720개가 되어 이날 600개를 넘겨 주문이 완성됩니다. 따라서 셋째 날로는 부족하고 넷째 날까지 가동해야 하므로 4일이 걸립니다.
(참고: 만약 B가 늦지 않고 첫날부터 함께 가동했다면 하루 200개씩 3일이면 600개가 되어 3일이지만, B가 하루 늦어 4일이 됩니다. 이것이 ①3일이 오답인 이유입니다.)

🧠 풀이 전략: 시차가 있는 협업 문제입니다. 날짜별로 나누어 누적 생산량을 추적하는 전략이 필요합니다. 기계별 하루 생산량을 정리한 뒤, 날짜별 합계가 목표에 도달하는 시점을 찾습니다.

💡 실제 공장에서도 기계 정비 시간을 고려한 생산 계획을 세우는데, 이를 '생산 스케줄링'이라 하며 수학과 컴퓨터 알고리즘이 핵심입니다.

Q15 통계와 확률 추론

어느 반 학생 30명의 수학 시험 결과입니다. 평균은 76점, 중앙값은 80점, 최빈값은 85점입니다. 다음 중 이 반의 점수 분포에 대해 반드시 참인 것은?



①) ①대부분의 학생이 평균 이상이다

②) ②점수가 높은 쪽에 학생이 몰려 있다

③) ③평균보다 낮은 점수를 받은 학생이 정확히 15명이다

④) ④최빈값과 평균이 같다

🎯 **정답: ②점수가 높은 쪽에 학생이 몰려 있다**

📖 1단계: 중앙값이 80점이므로 30명을 점수순으로 줄 세우면 적어도 15명(상위 절반)이 80점 이상입니다. 즉 학생의 절반 이상이 높은 점수대(80점 이상)에 있습니다.

2단계: 최빈값이 85점이므로 가장 많은 학생이 모여 있는 점수가 85점(높은 쪽)입니다. 평균(76)<중앙값(80)<최빈값(85)이라 분포는 낮은 점수 쪽에 소수의 학생이 흩어진 '왼쪽 꼬리' 모양이고, 학생들은 높은 점수 쪽에 몰려 있습니다. 따라서 ②가 반드시 참입니다.

①은 반드시 참은 아님: 평균(76점) 이상인 학생이 정확히 15명(절반)뿐인 분포도 가능합니다. 예를 들어 66점 13명, 72점 1명, 75점 1명, 85점 15명이면 평균 76·중앙값 80·최빈값 85를 모두 만족하지만 평균 이상은 15명(절반)이라 '대부분'이라 할 수 없습니다.

③은 틀림: '평균보다 낮은 학생이 정확히 15명'은 중앙값(80)과 평균(76)을 혼동한 것으로, 평균(76) 미만 학생 수는 분포에 따라 달라집니다.

④는 틀림: 최빈값(85)과 평균(76)은 서로 다릅니다.

🧠 풀이 전략: 평균·중앙값·최빈값의 관계에서 분포의 모양을 추론하는 문제입니다. 평균<중앙값<최빈값이면 왼쪽으로 치우친(음의 비대칭) 분포임을 파악하고, 각 선택지를 논리적으로 검증해야 합니다.

💡 실제 시험 점수는 대부분 이런 비대칭 분포를 보입니다. 소수의 매우 낮은 점수가 평균을 끌어내리죠. 그래서 통계학자들은 평균 하나만으로 판단하지 않습니다.

Q16 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지의 자연수가 하나씩 적힌 카드 100장이 있습니다. 이 중에서 카드를 뽑아 모든 카드의 수가 서로 다른 나머지를 7로 나누었을 때 갖도록 하려 합니다. 즉, 7로 나눈 나머지가 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6인 카드를 각각 최소 하나씩 가지려면, 최악의 경우 최소 몇 장을 뽑아야 합니까?

①) ①7장

②) ②85장

③) ③87장

④) ④91장

🎯 **정답: ③87장**

📖 1단계: 1~100에서 7로 나눈 나머지별 개수를 셉니다.
- 나머지0: 7,14,...,98 → 14개
- 나머지1: 1,8,...,99 → 15개
- 나머지2: 2,9,...,100 → 15개
- 나머지3: 3,10,...,94 → 14개
- 나머지4: 4,11,...,95 → 14개
- 나머지5: 5,12,...,96 → 14개
- 나머지6: 6,13,...,97 → 14개

2단계: 최악의 경우, 가장 많은 6개 그룹의 카드를 모두 뽑고도 나머지 1개 그룹이 안 나오는 상황입니다.

3단계: 나머지1(15개)+나머지2(15개)+나머지0(14개)+나머지3(14개)+나머지4(14개)+나머지5(14개)=86장을 모두 뽑아도 나머지6이 없을 수 있음. 87장째에 반드시 나머지6이 포함됩니다.

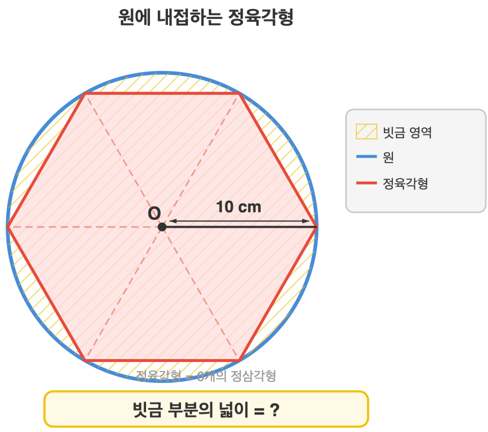
따라서 최악의 경우 87장.

🧠 풀이 전략: 비둘기집 원리의 역방향 적용입니다. '최악의 경우'라는 키워드가 나오면, 원하는 결과가 가장 늦게 나오는 시나리오를 구성해야 합니다. 각 나머지 그룹의 크기를 정확히 세고, 가장 큰 6개 그룹을 모두 소진한 뒤 +1을 하면 됩니다.

💡 이 문제는 비둘기집 원리(Pigeonhole Principle)의 응용으로, 수학 올림피아드에서 자주 출제됩니다. 헝가리 수학자 디리클레가 처음 정리했어요.

Q17 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원에 정육각형이 내접해 있습니다. 원의 넓이에서 정육각형의 넓이를 뺀 부분의 넓이를 구하세요. (π=3.14로 계산)



🎯 **정답: 약 54.2cm²**

📖 1단계: 원의 넓이 = $\pi \times 10^2$ = 314 cm²

2단계: 원에 내접하는 정육각형은 한 변의 길이가 반지름과 같으므로 한 변 = 10cm. 정육각형은 한 변이 10cm인 정삼각형 6개로 나뉩니다.

3단계: 정삼각형 1개의 넓이 = $(\sqrt{3}/4) \times 10^2 = 25\sqrt{3} \approx 25 \times 1.732 = 43.3$ cm²

4단계: 정육각형 넓이 = $6 \times 43.3 = 259.8$ cm²

5단계: 빗금 부분 = $314 - 259.8 \approx 54.2$ cm²

참고: 더 정확히는 $314 - 150\sqrt{3} \approx 314 - 259.81 = 54.19$ cm²

🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정다각형 문제입니다. 핵심은 정육각형이 6개의 정삼각형으로 분할된다는 성질을 아는 것입니다. 내접 정육각형의 한 변 = 반지름이라는 사실을 활용하면 정삼각형 넓이 공식으로 풀 수 있습니다.

💡 정육각형은 벌집 모양이에요! 벌들이 정육각형을 선택한 이유는 같은 둘레로 가장 넓은 면적을 채울 수 있는 도형이기 때문입니다.

Q18 비례와 최적화

민수네 학교에서 현장학습을 갑니다. 45인승 버스는 대당 30만 원, 25인승 버스는 대당 20만 원입니다. 학생 120명이 모두 타야 할 때, 버스 비용을 최소로 하려고 합니다. (빈자리가 있어도 되며, 최소 비용이 되는 방법이 여러 가지면 그중 빈자리가 가장 적은 방법을 고릅니다.) 45인승과 25인승을 각각 몇 대씩 빌려야 합니까?

①) ①45인승 2대, 25인승 2대

②) ②45인승 3대, 25인승 0대

③) ③45인승 1대, 25인승 3대

④) ④45인승 2대, 25인승 1대

🎯 **정답: ③45인승 1대, 25인승 3대**

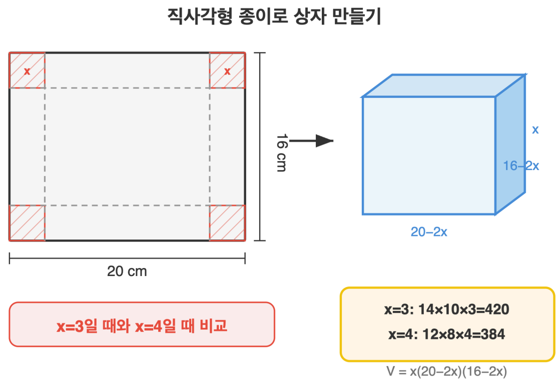
📖 1단계: 120명을 모두 태우려면 45×(45인승 대수)+25×(25인승 대수) ≥ 120이어야 하고, 비용(만 원)은 30×(45인승 대수)+20×(25인승 대수)입니다.
2단계: 각 보기를 확인합니다.
①: 140석 수용, 비용 30×2+20×2 = 100만 원
②: 135석 수용, 비용 30×3 = 90만 원
③: 45+75 = 120석 수용, 비용 30+60 = 90만 원
④: 90+25 = 115석 < 120 → 120명을 못 태우므로 탈락
3단계: 최소 비용은 90만 원이며, 이를 만족하는 방법은 ②(45인승 3대, 135석, 빈자리 15)와 ③(45인승 1대+25인승 3대, 120석, 빈자리 0) 두 가지입니다.
4단계: 비용이 같으므로 빈자리가 가장 적은 ③(빈자리 0)을 고릅니다.
따라서 답은 ③입니다.

🧠 풀이 전략: 정수 조건이 있는 최적화 문제입니다. 모든 가능한 조합을 체계적으로 나열하고, 120명 이상을 수용하면서 비용이 최소인 조합을 찾습니다. 1인당 비용 효율도 참고합니다.

💡 이런 문제를 수학에서 '정수 계획법'이라 하며, 물류 회사에서 매일 풀고 있는 현실 문제입니다!

Q19 입체도형 심화

가로 20cm, 세로 16cm인 직사각형 종이의 네 모서리에서 한 변이 x cm인 정사각형을 잘라내고 접어 올려 뚜껑 없는 상자를 만듭니다. x=3일 때와 x=4일 때 상자의 부피를 각각 구하고, 어느 쪽이 더 큰지 답하세요.



①) ①x=3이 더 크다 (420cm³ vs 384cm³)

②) ②x=4가 더 크다 (384cm³ vs 420cm³)

③) ③x=3이 더 크다 (504cm³ vs 384cm³)

④) ④같다

🎯 **정답: ①x=3이 더 크다 (420cm³ vs 384cm³)**

📖 1단계: x=3일 때 → 밑면 가로=(20-6)=14cm, 세로=(16-6)=10cm, 높이=3cm

부피 = 14×10×3 = 420cm³

2단계: x=4일 때 → 밑면 가로=(20-8)=12cm, 세로=(16-8)=8cm, 높이=4cm

부피 = 12×8×4 = 384cm³

3단계: 420 > 384이므로 x=3일 때가 36cm³ 더 큽니다.

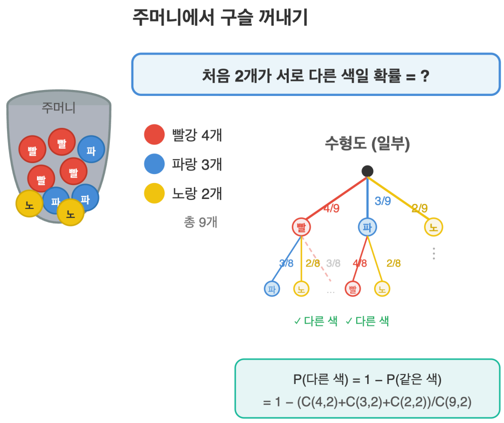
생각할 점: 높이를 높이면 부피가 항상 커지는 것은 아닙니다! 밑면이 줄어드는 효과가 더 클 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 전개도에서 입체를 만드는 문제입니다. 잘라내는 정사각형의 변 x를 높이로, 나머지를 밑면으로 보면 부피=(20-2x)(16-2x)x입니다. 두 경우를 각각 대입하여 비교합니다. 이 문제는 미적분 없이도 최적값을 탐색하는 좋은 예시입니다.

💡 실제로 이 상자의 부피가 최대가 되는 x값은 미적분으로 구하면 약 3.03cm입니다. x=3이 거의 최적이었네요!

Q20 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 구슬 4개, 파란 구슬 3개, 노란 구슬 2개가 들어 있습니다. 구슬을 하나씩 꺼낼 때(꺼낸 구슬은 다시 넣지 않음), 처음 2개가 서로 다른 색일 확률을 구하세요.



①) ①13/18

②) ②5/18

③) ③2/3

④) ④7/9

🎯 **정답: ①13/18**

📖 1단계: 전체 구슬 9개에서 2개를 순서대로 뽑는 경우의 수 = 9×8 = 72

2단계: 같은 색 2개를 뽑는 경우를 먼저 구합니다.

- 빨-빨: 4×3 = 12
- 파-파: 3×2 = 6
- 노-노: 2×1 = 2
- 같은 색 합계: 12+6+2 = 20

3단계: 서로 다른 색 = 72-20 = 52

4단계: 확률 = 52/72 = 13/18

여사건(같은 색)을 먼저 구한 뒤 전체에서 빼는 것이 훨씬 효율적입니다.

🧠 풀이 전략: 확률 문제에서 '서로 다른'이 나오면 여사건(같은 것)을 구해서 빼는 전략이 효율적입니다. 비복원 추출이므로 두 번째 뽑기에서 전체가 1개 줄어드는 것에 주의합니다.

💡 여사건을 이용하는 전략은 수학에서 '보사건 기법'이라 하며, 복잡한 확률 문제를 간단하게 만드는 마법 같은 도구입니다.

Q21 비와 비율 추론

어떤 상품의 원래 가격에서 25%를 할인한 후, 할인된 가격에 20%를 다시 올렸습니다. 최종 가격은 원래 가격의 몇 %입니까?

①) ①90%

②) ②95%

③) ③100%(같다)

④) ④105%

🎯 **정답: ①90%**

📖 1단계: 원래 가격을 100이라 하면, 25% 할인 → 100×0.75 = 75
2단계: 75에서 20% 인상 → 75×1.20 = 90
3단계: 최종 가격 90은 원래 가격 100의 90%입니다.
핵심: 25% 할인과 20% 인상은 서로 상쇄되지 않습니다! 할인은 큰 값(100)에서, 인상은 작은 값(75)에서 적용되기 때문입니다.

🧠 풀이 전략: 비율의 연속 적용 문제입니다. '25% 빼고 20% 더하면 원래대로'라는 착각을 유도하는 함정이 있습니다. 원래 값을 100으로 놓고 순차적으로 곱하면 0.75×1.20=0.90임을 확인합니다.

💡 백화점에서 '50% 할인 후 추가 20% 할인'이라고 하면 70% 할인이 아니라 60% 할인(0.5×0.8=0.4, 즉 원가의 40%)이에요. 비율의 함정!

Q22 수학적 사고와 증명

1×2 + 2×3 + 3×4 + ... + 19×20의 값을 구하세요. (힌트: n×(n+1) = (1/3)[n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1)]를 이용할 수 있습니다)

①) ①2660

②) ②2780

③) ③2870

④) ④2580

🎯 **정답: ①2660**

📖 1단계: 공식 k(k+1) = (1/3)[k(k+1)(k+2) - (k-1)k(k+1)]을 이용하면 합이 텔레스코핑(망원경)식으로 정리됩니다.
2단계: k=1, 2, ..., 19까지 더하면 가운데 항들이 모두 지워져 (1/3)[19×20×21 - 0×1×2] = (1/3)×7980 = 2660이 됩니다.
3단계(검산): k(k+1)=k^2+k이므로 (1^2+2^2+...+19^2)+(1+2+...+19) = (19×20×39)/6 + (19×20)/2 = 2470 + 190 = 2660.
따라서 답은 ①2660입니다.

🧠 풀이 전략: 연속된 두 수의 곱의 합을 구하는 문제입니다. k(k+1) = k^2 + k로 분리한 뒤 각각의 합 공식을 쓰거나, 텔레스코핑 합을 이용합니다. 두 방법 모두 알아두면 검산이 가능합니다.

💡 이런 합 공식은 뉴턴과 오일러가 즐겨 사용했으며, '텔레스코핑 합'이라는 이름은 망원경처럼 중간 항이 쏙쏙 사라지는 모습에서 유래했어요.

Q23 논리·경시 퍼즐

A, B 두 사람이 번갈아 가며 게임을 합니다. 탁자 위에 성냥개비 25개가 있고, 자기 차례에 1개, 2개, 또는 3개를 가져갈 수 있습니다. 마지막 성냥을 가져가는 사람이 집니다. A가 먼저 시작할 때, A의 필승 전략은 무엇입니까?

①) ①첫 턴에 1개를 가져간다

②) ②첫 턴에 2개를 가져간다

③) ③첫 턴에 3개를 가져간다

④) ④A는 이길 수 없다

🎯 **정답: ④A는 이길 수 없다**

📖 1단계: 마지막 성냥을 가져가면 지는 게임(미제르 게임)입니다. '자기 차례에 남은 개수'로 승패를 따집니다.
2단계: 남은 개수가 1개면 가져갈 수밖에 없어(마지막) 자기 차례인 사람이 집니다. 그러므로 상대에게 1개를 남기면 이깁니다.
3단계: 작은 경우부터 따지면, 자기 차례에 남은 개수가 1·5·9·13·17·21·25개(즉 4의 배수+1)이면 무엇을 가져가도 상대가 다시 4의 배수+1을 만들 수 있어 결국 지는 '패배 위치'입니다. 예) 5개에서 1·2·3개를 가져가면 4·3·2개가 남는데, 상대는 거기서 3·2·1개를 가져가 다시 나에게 1개를 남길 수 있습니다.
4단계: 처음 25개 = 4×6+1로, 시작하는 A가 이미 패배 위치에 있습니다. A가 무엇을 가져가도 24·23·22개가 남고, B는 3·2·1개를 가져가 다시 21개(4×5+1)를 A에게 남길 수 있습니다. 이렇게 B가 21→17→13→9→5→1개를 계속 A에게 남기면 결국 A가 마지막 1개를 가져가 집니다.
따라서 B가 최선을 다하면 A는 이길 수 없습니다. 답은 ④입니다.
(원래 풀이의 오류: 4개가 남고 B 차례일 때 B가 3개를 가져가면 1개가 남아 A가 마지막을 잡아 A가 집니다. 즉 4개는 가져가는 사람이 이기는 위치인데, 이를 'B 패배'로 잘못 보았습니다.)

🧠 풀이 전략: 님(Nim) 게임의 변형입니다. '마지막을 가져가면 지는' 역님 게임에서는 상대에게 (최대+최소)의 배수+1개를 남기는 것이 핵심입니다. 1~3개이므로 4k+1개를 남기면 필승. 25=4×6+1이므로 첫 수가 중요합니다.

💡 이 게임은 '님(Nim) 게임'의 변형으로, 1901년 하버드 수학자 찰스 바우턴이 완벽한 전략을 증명했습니다. 수학 올림피아드 단골 문제예요!

Q24 분수 나눗셈 심화

어떤 수를 3/4으로 나누어야 할 것을 잘못하여 3/4을 곱했더니 결과가 9/16이 되었습니다. 원래 계산의 정답을 구하세요.

①) ①4/3

②) ②16/9

③) ③3/4

④) ④1

🎯 **정답: ④1**

📖 1단계: 잘못한 계산은 (어떤 수) × 3/4 = 9/16입니다.
어떤 수 = 9/16 ÷ 3/4 = 9/16 × 4/3 = 36/48 = 3/4
2단계: 원래 해야 할 계산은 (어떤 수) ÷ 3/4입니다.
3/4 ÷ 3/4 = 3/4 × 4/3 = 12/12 = 1
따라서 원래 계산의 정답은 ④1입니다.
(③3/4은 '어떤 수' 자체를 답으로 착각한 것이므로 오답입니다.)

🧠 풀이 전략: '잘못 계산' 역추적 문제입니다. 먼저 잘못된 식에서 원래 수를 구하고(역연산), 그 수로 올바른 계산을 수행합니다. 나눗셈을 곱셈으로 잘못 한 것이므로, 곱셈 결과에서 역으로 원래 수를 복원하는 2단계 풀이입니다.

💡 이런 '잘못 계산' 문제는 역연산 능력을 테스트합니다. 실제로 수학자들도 계산 실수를 자주 하는데, 검산 습관이 중요한 이유이죠!

Q25 분수 나눗셈 심화

어떤 분수 A에 대해 A÷(2/3)=9/4이고, B÷A=5/6일 때, B의 값을 구하시오.

①) ① 1/4

②) ② 5/8

③) ③ 3/4

④) ④ 5/4

🎯 **정답: ④ 5/4**

📖 1단계: A÷(2/3)=9/4이므로 A=9/4×2/3=18/12=3/2입니다.
2단계: B÷A=5/6이므로 B=5/6×A=5/6×3/2=15/12=5/4입니다.
검산: B÷A=5/4÷3/2=5/4×2/3=10/12=5/6 ✓
※ 함정: A를 구할 때 나눗셈 방향을 반대로 하여 A=9/4÷2/3=27/8로 계산하면 오답으로 빠지므로 주의합니다.
따라서 B=5/4이고 정답은 ④입니다.

🧠 풀이 전략: 연쇄적 분수 나눗셈에서 각 단계의 역수 관계를 정확히 적용해야 합니다. A÷(2/3)=9/4에서 A를 구하려면 양변에 2/3을 곱하고, B÷A=5/6에서 B를 구하려면 양변에 A를 곱합니다. 나눗셈을 곱셈으로 바꿀 때 역수를 취하는 방향을 혼동하지 않는 것이 핵심입니다.

💡 분수 나눗셈은 12세기 인도 수학자 바스카라 2세가 체계화했어요!

Q26 소수·분수 융합

0.375와 3/8의 관계를 이용하여, 0.375×(2/3)+0.625×(1/4)의 값을 분수로 나타내시오.

①) ① 13/32

②) ② 27/64

③) ③ 13/24

④) ④ 7/16

🎯 **정답: ① 13/32**

📖 1단계: 0.375=3/8, 0.625=5/8로 변환합니다.
2단계: 3/8×2/3=6/24=1/4, 5/8×1/4=5/32입니다.
3단계: 1/4+5/32=8/32+5/32=13/32입니다.
검산: 0.375×2/3≈0.25, 0.625×1/4=0.15625, 합≈0.40625=13/32 ✓
따라서 정답은 ① 13/32입니다.

🧠 풀이 전략: 소수를 분수로 변환한 뒤 통분하여 계산하는 전략입니다. 0.375=375/1000=3/8, 0.625=625/1000=5/8임을 알면 계산이 훨씬 깔끔해집니다. 소수 그대로 계산하면 실수하기 쉬우므로 분수 변환이 핵심입니다.

💡 0.375와 0.625는 합이 정확히 1이에요. 이런 보수 관계를 알면 검산이 쉬워져요!

Q27 수학적 사고와 증명

1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개입니까? 포함-배제 원리를 활용하여 풀어보세요.

①) ① 47개

②) ② 53개

③) ③ 54개

④) ④ 60개

🎯 **정답: ② 53개**

📖 1단계: 3의 배수의 개수=⌊100/3⌋=33개, 5의 배수의 개수=⌊100/5⌋=20개입니다.
2단계: 15의 배수(3과 5의 공배수)의 개수=⌊100/15⌋=6개입니다.
3단계: 포함-배제 원리로 3의 배수 또는 5의 배수=33+20-6=47개입니다.
4단계: 3의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수=100-47=53개입니다.

🧠 풀이 전략: 포함-배제 원리(Inclusion-Exclusion Principle)를 적용합니다. '~도 아니고 ~도 아닌'은 전체에서 '~이거나 ~인' 것을 빼는 여사건 전략입니다. 중복 계산을 피하기 위해 공배수를 한 번 빼줘야 합니다.

💡 포함-배제 원리는 에라토스테네스의 체와 같은 원리예요! 소수를 찾는 데도 사용됩니다.

Q28 비와 비율 추론

설탕물 A는 300g에 설탕이 45g 녹아 있고, 설탕물 B는 200g에 설탕이 50g 녹아 있습니다. A와 B를 모두 섞은 후, 여기에 물 100g을 더 넣으면 최종 농도는 몇 %입니까?

①) ① 12.5%

②) ② 15%

③) ③ 15.83%

④) ④ 19%

🎯 **정답: ③ 15.83%**

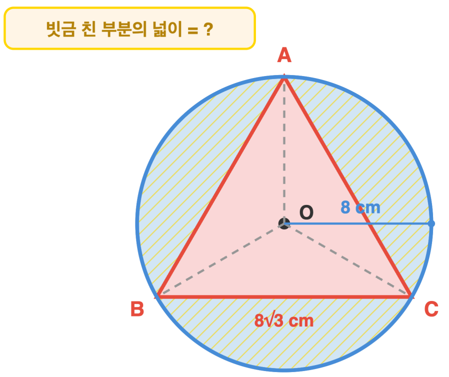
📖 1단계: A의 설탕=45g, B의 설탕=50g. 총 설탕=45+50=95g입니다.
2단계: 혼합 후 총 용액=300+200+100=600g입니다.
3단계: 농도=95/600×100=15.833...≈15.83%입니다.
※ 함정: 물을 더 넣기 전 농도(95/500=19%)를 답으로 고르면 ④에 빠집니다. 각 농도의 평균(15%+25%)/2=20%로 구하면 오답입니다.

🧠 풀이 전략: 농도 문제는 '설탕의 양은 보존된다'는 핵심을 기억하고, (총 설탕)÷(총 용액)×100으로 구합니다. 물을 추가하면 설탕 양은 변하지 않고 용액만 늘어나므로 농도가 낮아집니다. 각각의 농도를 단순 평균하면 안 되는 이유는 양이 다르기 때문입니다.

💡 바닷물의 평균 염도는 약 3.5%인데, 사해는 무려 34%나 돼요!

Q29 원과 원주율 심화

반지름이 8cm인 원에 내접하는 정삼각형의 한 변의 길이가 8√3 cm일 때, 원의 넓이에서 정삼각형의 넓이를 뺀 값을 구하시오. (π=3.14, √3=1.73으로 계산)



①) ① 약 117.9cm²

②) ② 약 128.3cm²

③) ③ 약 145.6cm²

④) ④ 약 156.2cm²

🎯 **정답: ① 약 117.9cm²**

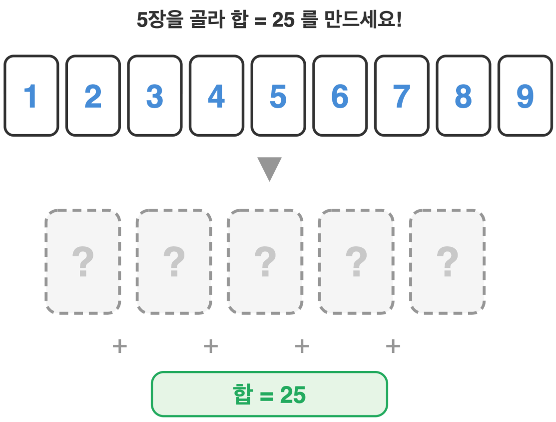
📖 1단계: 원의 넓이=π×8²=3.14×64=200.96cm²입니다.
2단계: 정삼각형의 넓이=(√3/4)×(8√3)²=(1.73/4)×192=0.4325×192=83.04cm²입니다.
3단계: 원-정삼각형=200.96-83.04=117.92≈117.9cm²입니다.

🧠 풀이 전략: 원의 넓이(πr²)와 정삼각형의 넓이(√3/4×a²) 공식을 각각 적용한 뒤 뺍니다. (8√3)²=64×3=192임을 정확히 계산하는 것이 핵심입니다. √3을 제곱하면 3이 되므로 근호가 사라집니다.

💡 원에 내접하는 정다각형 중 변의 수를 무한히 늘리면 넓이가 원에 한없이 가까워져요!

Q30 논리·경시 퍼즐

1부터 9까지의 숫자 카드가 한 장씩 있습니다. 이 중 5장을 골라 합이 25가 되게 하려면 반드시 포함해야 하는 숫자가 있습니까? 있다면 그 숫자는 무엇입니까?



①) ① 반드시 9를 포함해야 한다
②) ② 반드시 5를 포함해야 한다
③) ③ 반드시 포함해야 하는 숫자는 없다
④) ④ 반드시 7을 포함해야 한다

🎯 **정답: ③ 반드시 포함해야 하는 숫자는 없다**

📖 1단계: 1~9의 합=45. 5장의 합이 25이면 나머지 4장의 합=20입니다.
2단계: 어떤 숫자 k가 반드시 포함된다면, k를 뺀 나머지 4장의 합=25-k가 되어야 합니다. 만약 k 없이도 합 25를 만들 수 있으면 k는 필수가 아닙니다.
3단계: 9 없이: {3,4,5,6,7}=25 ✓. 8 없이: {2,5,6,3,9}=25 ✓. 7 없이: {1,8,9,3,4}=25 ✓. 이런 식으로 모든 숫자에 대해 그 숫자 없이 합 25를 만들 수 있으므로, 반드시 포함해야 하는 숫자는 없습니다.

🧠 풀이 전략: '반드시 포함해야 하는 수'가 있는지 확인하려면, 각 숫자를 제외하고도 합 25를 만들 수 있는지 반례를 찾아봅니다. 하나라도 반례가 있으면 그 숫자는 필수가 아닙니다. 모든 숫자에 대해 반례가 존재하면 답은 '없다'입니다. 이것은 필요조건의 부정을 증명하는 전략입니다.

💡 이런 문제를 '부분집합의 합(Subset Sum)' 문제라고 하는데, 컴퓨터 과학에서 매우 유명한 난제예요!

Q31 분수 나눗셈 심화

피자 한 판의 3/4을 5명이 똑같이 나누어 먹었습니다. 한 사람이 먹은 양은 피자 한 판의 몇 분의 몇입니까? 또, 남은 피자 1/4을 2명이 똑같이 나누면 한 사람당 얼마입니까? 더 많이 먹은 쪽은 얼마나 더 많이 먹었습니까?

①) ① 1/40
②) ② 1/24
③) ③ 7/40
④) ④ 1/8

🎯 **정답: ① 1/40**

📖 1단계: 5명이 3/4을 똑같이 나누므로 한 사람=3/4÷5=3/20입니다.
2단계: 2명이 남은 1/4을 똑같이 나누므로 한 사람=1/4÷2=1/8입니다.
3단계: 두 양을 통분하면 3/20=6/40, 1/8=5/40이고 6/40>5/40이므로 5명 그룹의 한 사람이 더 많이 먹었습니다.
4단계: 차이=6/40−5/40=1/40입니다.
따라서 더 많이 먹은 쪽이 1/40만큼 더 먹었으므로 정답은 ① 1/40입니다.

🧠 풀이 전략: 분수÷정수 계산 후 두 결과를 통분하여 비교합니다. 직관적으로 적은 수가 나누면 더 많을 것 같지만, 실제 통분해 비교하면 의외의 결과가 나올 수 있습니다. 통분이 핵심 전략입니다.

💡 피자를 수학적으로 완벽히 공평하게 자르는 방법을 연구하는 수학 분야가 실제로 있어요!

Q32 수학적 사고와 증명

연속하는 세 짝수의 합은 항상 6의 배수임을 설명하시오. 예를 들어 2+4+6=12, 4+6+8=18 등입니다. 왜 항상 그런지 일반적으로 설명해 보세요.

🎯 **정답: 연속하는 세 짝수를 2n, 2n+2, 2n+4로 놓으면 합=6n+6=6(n+1)이므로 항상 6의 배수이다.**

📖 1단계: 연속하는 세 짝수를 문자로 표현합니다. 가장 작은 짝수를 2n이라 하면 세 수는 2n, 2n+2, 2n+4입니다.
2단계: 합을 구합니다. 2n+(2n+2)+(2n+4)=6n+6입니다.
3단계: 6n+6=6(n+1)로 인수분해되므로, n이 어떤 자연수든 합은 항상 6의 배수입니다.
4단계: 검증: n=1이면 2+4+6=12=6×2 ✓, n=5이면 10+12+14=36=6×6 ✓

🧠 풀이 전략: '항상 성립함'을 보이려면 구체적 예시가 아니라 일반적 표현(문자식)이 필요합니다. 연속 짝수를 2n, 2n+2, 2n+4로 놓는 것이 핵심 전략입니다. 합을 정리한 후 6으로 묶이는지 확인하면 증명이 완성됩니다.

💡 이런 증명 방법을 '일반화'라고 해요. 수학에서 가장 강력한 도구 중 하나랍니다!

Q33 비례와 최적화

A 공장은 하루에 장난감 120개를 만들고, B 공장은 하루에 80개를 만듭니다. 주문량이 2000개일 때, 두 공장이 동시에 시작하면 며칠 만에 주문을 완료할 수 있습니까? 또, A 공장이 3일 먼저 시작하면 B 공장은 며칠 동안 일해야 합니까?

①) ① 10일, 8.2일
②) ② 10일, 8.5일
③) ③ 10일, 9.5일
④) ④ 12일, 10일

🎯 **정답: ① 10일, 8.2일**

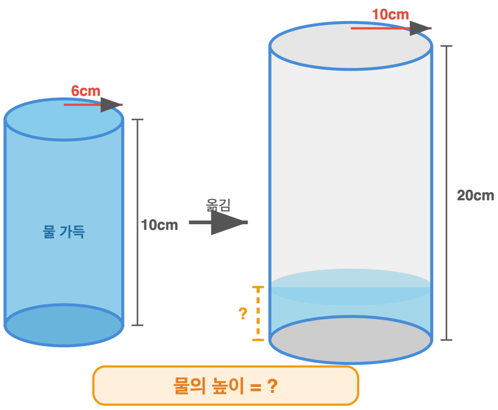
📖 1단계: 두 공장이 동시에 만들면 하루 생산량=120+80=200개입니다. 2000÷200=10이므로 동시에 시작하면 10일 만에 완료합니다.
2단계: A가 3일 먼저 시작하면 A가 미리 만든 양=120×3=360개입니다.
3단계: B가 일하는 날수를 d라 하면 A는 (d+3)일 일하므로 120(d+3)+80d=2000입니다.
4단계: 120d+360+80d=2000 → 200d=1640 → d=8.2(일)입니다.
따라서 동시에 시작하면 10일, A가 3일 먼저 시작하면 B는 8.2일 동안 일해야 하므로 정답은 ① 10일, 8.2일입니다.
검산: A는 11.2일 동안 120×11.2=1344개, B는 8.2일 동안 80×8.2=656개를 만들어 합이 1344+656=2000개 ✓

🧠 풀이 전략: 동시 작업 문제는 각 공장의 하루 생산량을 합하여 계산합니다. 선행 작업이 있는 경우, 미리 생산한 양을 빼고 나머지를 합산 생산량으로 나눕니다. 방정식을 세워 미지수를 구하는 것이 정확한 방법입니다.

💡 이런 문제를 '작업량 문제'라고 하는데, 고대 이집트 린드 파피루스에도 비슷한 문제가 있었어요!

Q34 입체도형 심화

밑면의 반지름이 6cm이고 높이가 10cm인 원기둥 모양의 물통에 물이 가득 차 있다. 이 물을 밑면의 반지름이 10cm이고 높이가 20cm인 원기둥 모양의 빈 물통에 모두 옮겼다. 큰 물통에서 물의 높이는 몇 cm인가?



①) ① 2.16cm
②) ② 3.6cm
③) ③ 4.8cm
④) ④ 6cm

🎯 **정답: ② 3.6cm**

📖 1단계: 작은 물통의 물의 부피를 구합니다. $V_1 = \pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi$ (cm^3)

2단계: 큰 물통에서 물의 높이를 h라 하면 $\pi \times 10^2 \times h = 360\pi$

3단계: 100h = 360이므로 h = 3.6cm

🧠 풀이 전략: 부피 보존 원리를 적용하는 문제. 원기둥 부피 공식($\pi \times r^2 \times h$)을 이용하여 두 물통의 부피를 같다고 놓고 방정식을 세워야 해. 반지름이 제곱으로 들어가므로 단순 비례가 아님에 주의.

💡 반지름이 2배가 되면 같은 높이에 담기는 물의 양은 4배가 됩니다. 반지름의 '제곱'이 부피에 영향을 주기 때문이죠!

Q35 소수·분수 융합

1/7을 소수로 나타내면 0.142857142857…로 순환합니다. 이 순환소수의 소수점 아래 첫째 자리부터 100번째 자리까지의 숫자를 모두 더하면 얼마인가?

①) ① 447
②) ② 400
③) ③ 432
④) ④ 378

🎯 **정답: ① 447**

📖 1단계: 1/7=0.$\overline{142857}$로 순환마디는 142857이고 길이는 6자리입니다.

2단계: 순환마디 한 묶음의 숫자 합=1+4+2+8+5+7=27입니다.

3단계: 100=6×16+4이므로 순환마디가 16번 반복되어 96번째 자리까지 채우고 4자리가 남습니다.

4단계: 16묶음의 합=16×27=432입니다.

5단계: 남은 자리(97번째부터 100번째까지)는 순환마디의 앞 4자리 1,4,2,8이고 그 합=1+4+2+8=15입니다.

6단계: 따라서 전체 합=432+15=447이므로 정답은 ① 447입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수의 규칙성을 파악하고, 반복 주기와 나머지를 이용해 합을 구하는 전략. 순환마디의 길이로 나눈 몫과 나머지를 구분해야 해.

💡 1/7의 순환마디 142857은 '사이클 수'라 불리며, 142857 × 2 = 285714처럼 곱하면 숫자가 회전합니다!

Q36 비와 비율 추론

어느 가게에서 원래 가격이 25,000원인 물건을 30% 할인하여 팔고 있다. 민수는 이 물건을 사면서 할인된 가격의 10%를 적립금으로 받았다. 민수가 실제로 지불한 금액에서 적립금을 빼면 순수 지출은 얼마인가?

①) ① 14,750원
②) ② 15,000원
③) ③ 15,750원
④) ④ 16,250원

🎯 **정답: ③ 15,750원**

📖 1단계: 30% 할인 후 가격 = 25,000 × 0.7 = 17,500원
2단계: 적립금 = 17,500 × 0.1 = 1,750원
3단계: 순수 지출 = 17,500 - 1,750 = 15,750원

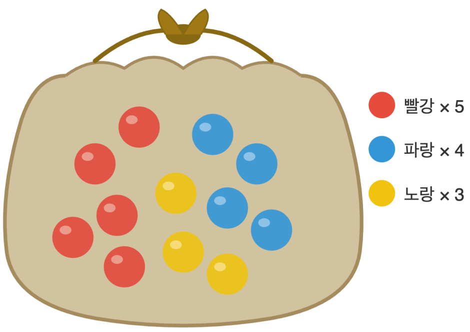
🧠 풀이 전략: 할인과 적립을 순차적으로 적용하는 문제. 원래 가격에서 바로 40%를 빼면 안 되고, 할인 먼저 → 적립 계산 순서를 지켜야 해. 비율의 연속 적용에서 순서가 중요함을 이해해야 해.

💡 할인 30% + 적립 10%를 합쳐 '40% 이득'이라 생각하기 쉽지만, 실제로는 37%만 이득입니다. 비율은 더하는 게 아니라 곱해야 하거든요!

Q37 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 구슬 5개, 파란 구슬 4개, 노란 구슬 3개가 들어 있다. 눈을 감고 구슬을 하나씩 꺼낼 때, '세 가지 색을 모두 꺼내려면' 최소 몇 개를 꺼내야 반드시 보장되는가?

세 가지 색 모두 꺼내려면 최소 몇 개?



①) ① 3개
②) ② 7개
③) ③ 9개
④) ④ 10개

🎯 **정답: ④ 10개**

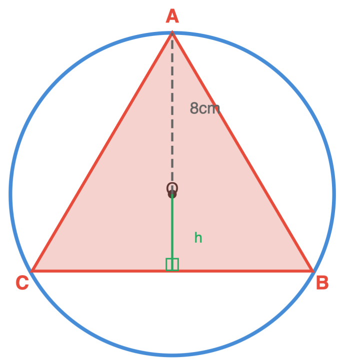
📖 1단계: '반드시 보장'이므로 최악의 경우를 생각합니다.
2단계: 최악의 경우, 빨간 5개를 모두 먼저 꺼내고, 파란 4개를 모두 꺼낼 수 있습니다. 이때 9개를 꺼냈지만 아직 2가지 색뿐입니다.
3단계: 10번째 구슬은 반드시 노란색이므로, 10개를 꺼내면 세 가지 색이 보장됩니다.

🧠 풀이 전략: '최소 보장' 문제는 최악의 경우를 상정하는 비둘기집 원리의 변형. 운이 가장 나쁜 상황, 즉 원하는 결과가 가장 늦게 나오는 경우를 따져야 해. 가장 적은 색의 구슬이 마지막에 나온다고 가정.

💡 이런 유형을 '최악의 경우 분석(worst-case analysis)'이라 하며, 컴퓨터 알고리즘의 성능을 분석할 때도 같은 원리를 씁니다!

Q38 원과 원주율 심화

반지름이 8cm인 원 안에 가장 큰 정삼각형을 내접시켰다. 이 정삼각형의 넓이는 몇 cm^2인가? ($\sqrt{3} \approx 1.73$으로 계산)



정삼각형 넓이 = ?

①) ① 약 83.1cm^2

②) ② 약 96.0cm^2

③) ③ 약 110.9cm^2

④) ④ 약 128.0cm^2

🎯 **정답: ① 약 83.1cm^2**

📖 1단계: 원에 내접하는 정삼각형에서 외접원의 반지름 R과 한 변의 길이 a의 관계: $R = a/\sqrt{3}$, 따라서 $a = R\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

2단계: 정삼각형의 넓이 = $(\sqrt{3}/4) \times a^2 = (\sqrt{3}/4) \times (8\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3}/4) \times 192 = 48\sqrt{3}$

3단계: $48 \times 1.73 \approx 83.04 \approx 83.1cm^2$

🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정삼각형 문제. 외접원 반지름과 정삼각형 변의 관계식을 알아야 해. 정삼각형의 외접원 반지름 $R = a/\sqrt{3}$ 공식을 활용하거나, 중심에서 꼭짓점까지 거리가 반지름임을 이용해 좌표로 풀 수도 있어.

💡 정삼각형의 외접원 반지름은 내접원 반지름의 정확히 2배입니다. 이 아름다운 비율 덕분에 정삼각형은 '가장 안정적인 도형'으로 불려요!

Q39 비례와 최적화

A 수도꼭지로 물탱크를 가득 채우는 데 12시간, B 수도꼭지로는 8시간이 걸린다. 처음에 A만 3시간 틀었다가 이후 A와 B를 동시에 틀면, A를 처음 튼 시점부터 총 몇 시간 만에 물탱크가 가득 차는가?

①) ① 5시간

②) ② 5시간 24분

③) ③ 6시간

④) ④ 6시간 36분

🎯 **정답: ④ 6시간 36분**

📖 1단계: A의 시간당 작업량 = 1/12, B의 시간당 작업량 = 1/8

2단계: A만 3시간 작업 → 3/12 = 1/4 완료. 남은 양 = 3/4

3단계: A+B 동시 작업 시 시간당 = 1/12 + 1/8 = 2/24 + 3/24 = 5/24. 남은 시간 = (3/4) ÷ (5/24) = (3/4) × (24/5) = 72/20 = 3.6시간 = 3시간 36분

4단계: 총 시간 = 3시간 + 3시간 36분 = 6시간 36분. 따라서 정답은 ④이다.

🧠 풀이 전략: 작업량 보존 문제. 전체를 1로 놓고 각 수도꼭지의 시간당 작업량을 분수로 표현해야 해. 구간을 나눠서 계산하고 합산하는 전략이 필요해.

💡 이런 '물탱크 문제'는 고대 중국 수학서 《구장산술》에도 등장하는데, 2000년 전 사람들도 같은 방식으로 풀었답니다!

Q40 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인가?

①) ① 33개

②) ② 40개

③) ③ 47개

④) ④ 53개

🎯 **정답: ③ 47개**

📖 1단계: 3의 배수의 개수 = $\lfloor 100/3 \rfloor$ = 33개
2단계: 5의 배수의 개수 = $\lfloor 100/5 \rfloor$ = 20개
3단계: 15의 배수(3과 5의 공배수)의 개수 = $\lfloor 100/15 \rfloor$ = 6개
4단계: 포함-배제 원리로 3의 배수 또는 5의 배수 = 33 + 20 - 6 = 47개

🧠 풀이 전략: '또는'이 나오면 포함-배제 원리를 적용해야 해. 단순히 더하면 공배수를 두 번 세게 되므로, 교집합(공배수)을 한 번 빼줘야 해. $A \cup B = A + B - A \cap B$ 공식을 활용.

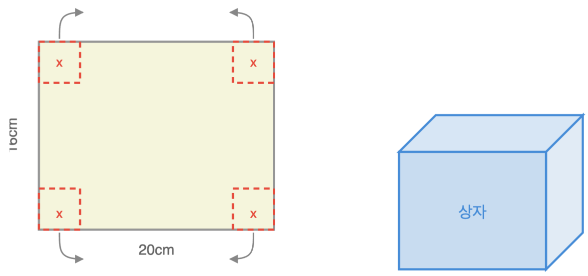
💡 이 문제는 유명한 'FizzBuzz 문제'의 수학 버전! 프로그래머 면접에서 가장 많이 나오는 코딩 문제 중 하나예요.

📝 초6 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q41 입체도형 심화

가로 20cm, 세로 16cm인 직사각형 종이의 네 모서리에서 한 변이 x cm인 정사각형을 잘라낸 뒤 접어 올려 뚜껑 없는 상자를 만든다. x = 2일 때와 x = 4일 때, 두 상자의 부피를 비교하고 그 차이는 몇 cm^{3}인가?



x=2 vs x=4, 부피 차이 = ?

①) ① x=2가 크고 차이 96cm^3

②) ② 두 상자의 부피가 같고 차이 0cm^3

③) ③ x=2가 크고 차이 128cm^3

④) ④ x=4가 크고 차이 128cm^3

🎯 **정답: ② 두 상자의 부피가 같고 차이 0cm^3**

📖 1단계: x=2일 때 부피 = (20-2×2)(16-2×2)×2 = 16×12×2 = 384cm^3
2단계: x=4일 때 부피 = (20-2×4)(16-2×4)×4 = 12×8×4 = 384cm^3
3단계: 두 부피가 모두 384cm^{3}로 같으므로 부피의 차이는 0cm^{3}이다. 겉보기와 달리 두 경우의 부피가 정확히 같아지는 것이 이 문제의 함정이다.
참고: 이 종이로 부피를 최대로 하는 절단 길이는 약 2.95cm(부피 약 420cm^3)이다.

🧠 풀이 전략: 전개도에서 상자를 만드는 문제. 잘라내는 정사각형의 크기에 따라 가로, 세로, 높이가 모두 변하므로 각각 대입하여 부피를 계산해야 해. 직관과 달리 부피가 같을 수도 있다는 함정에 주의.

💡 이 문제를 일반화하면 미적분 없이도 '최적의 x값'을 찾을 수 있어요. 이 경우 x≈3.03일 때 부피가 최대(약 420.1cm^3)가 됩니다!

Q42 수학적 사고와 증명

연속하는 세 자연수의 곱은 항상 6의 배수임을 설명하려 한다. 다음 중 그 근거로 가장 적절한 것은?

①) ① 세 수 중 하나는 반드시 6의 배수이므로

②) ② 세 수 중 하나는 반드시 2의 배수이고, 하나는 반드시 3의 배수이므로

③) ③ 세 수의 합이 항상 3의 배수이므로

④) ④ 연속하는 세 수의 곱은 항상 짝수이므로

🎯 **정답: ② 세 수 중 하나는 반드시 2의 배수이고, 하나는 반드시 3의 배수이므로**

📖 1단계: 연속하는 세 자연수 중 적어도 하나는 짝수(2의 배수)입니다. (연속 2개마다 짝수 등장)
2단계: 연속하는 세 자연수 중 적어도 하나는 3의 배수입니다. (연속 3개마다 3의 배수 등장)
3단계: 따라서 곱에 2와 3이 모두 인수로 포함되어 2×3=6의 배수가 됩니다.
4단계: ①은 반례 존재(1×2×3=6이지만 6의 배수인 수는 없음은 아니나, 4×5×6에서 6이 있듯 항상은 아님). ③은 합의 성질이지 곱의 성질이 아님. ④는 짝수라는 것만으로 6의 배수를 보장 못함.

🧠 풀이 전략: 증명의 근거를 고르는 문제. 6=2×3이므로 곱이 6의 배수가 되려면 2의 배수와 3의 배수가 인수로 있어야 해. 연속 세 수의 성질(비둘기집 원리의 변형)을 이용하는 논리적 사고가 필요해.

💡 이 원리를 확장하면, 연속하는 n개의 자연수의 곱은 항상 n!(n 팩토리얼)의 배수입니다. 이것이 바로 조합($^{n}C_{k}$)이 항상 정수인 이유예요!

Q43 소수·분수 융합

0.375를 기약분수로 나타낸 후, 이 분수에 2/5를 더한 값을 다시 소수로 나타내면 얼마인가?

①) ① 0.675

②) ② 0.725

③) ③ 0.750

④) ④ 0.775

🎯 **정답: ④ 0.775**

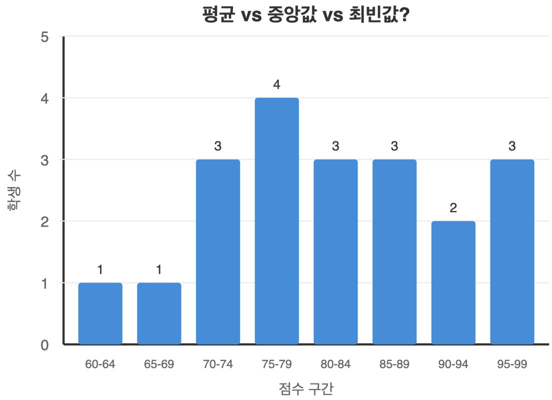
📖 1단계: 0.375 = 375/1000 = 3/8 (분자분모를 125로 약분)
2단계: 3/8 + 2/5 = 15/40 + 16/40 = 31/40
3단계: 31/40 = 31 × 25 / (40 × 25) = 775/1000 = 0.775

🧠 풀이 전략: 소수→분수→연산→소수 변환을 거치는 융합 문제. 소수를 분수로 바꿀 때 기약분수까지 약분하고, 통분하여 덧셈한 후 다시 소수로 변환해야 해. 각 변환 단계에서 실수하지 않도록 주의.

💡 0.375 = 3/8이라는 것을 외우면 편리해요. 1/8=0.125, 2/8=0.25, 3/8=0.375 … 8분의 1 단위는 컴퓨터에서 바이트(8비트)와 관련이 있답니다!

Q44 통계와 확률 추론

다음은 어느 반 학생 20명의 수학 점수이다: 60, 65, 70, 70, 72, 75, 75, 75, 78, 80, 80, 82, 85, 85, 88, 90, 92, 95, 95, 98. 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구했을 때, 크기 순서가 올바른 것은?



①) ① 최빈값 < 중앙값 < 평균

②) ② 중앙값 < 최빈값 < 평균

③) ③ 최빈값 < 평균 < 중앙값

④) ④ 평균 < 중앙값 < 최빈값

🎯 **정답: ① 최빈값 < 중앙값 < 평균**

📖 1단계: 최빈값 = 75 (3번으로 가장 많이 등장)

2단계: 중앙값 = 10번째와 11번째의 평균 = (80+80)/2 = 80

3단계: 평균 = (60+65+70+70+72+75+75+75+78+80+80+82+85+85+88+90+92+95+95+98) ÷ 20 = 1610 ÷ 20 = 80.5

4단계: 75 < 80 < 80.5 → 최빈값 < 중앙값 < 평균

🧠 풀이 전략: 세 가지 대표값을 모두 구해서 비교하는 문제. 최빈값은 빈도, 중앙값은 순서, 평균은 합계로 각각 다르게 구해야 해. 데이터가 오른쪽으로 치우친(양의 왜도) 분포에서는 최빈값 < 중앙값 < 평균인 경향이 있어.

💡 소득 통계에서 평균 소득이 중앙값보다 훨씬 높은 이유가 바로 이것! 극단적으로 높은 소득이 평균을 끌어올리기 때문에, 소득 분포는 '중앙값'이 더 대표적입니다.

Q45 비와 비율 추론

형과 동생이 용돈을 5:3으로 나누어 받았다. 형이 자기 용돈의 1/5을 동생에게 주었더니 두 사람의 용돈의 비가 같아졌다. 처음에 형이 받은 용돈이 20,000원이었다면, 동생이 최종적으로 가진 금액은 얼마인가?

①) ① 14,000원

②) ② 16,000원

③) ③ 15,000원

④) ④ 18,000원

🎯 **정답: ② 16,000원**

📖 1단계: 형:동생 = 5:3이고 형이 20,000원이면 동생은 12,000원

2단계: 형이 자기 용돈의 1/5 = 20,000 × 1/5 = 4,000원을 동생에게 줌

3단계: 형: 20,000 - 4,000 = 16,000원, 동생: 12,000 + 4,000 = 16,000원

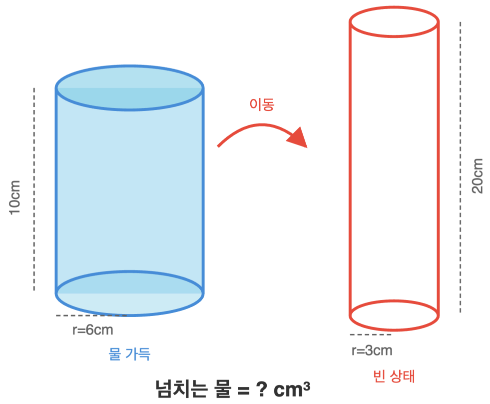
4단계: 두 사람 비가 16,000:16,000 = 1:1로 같아짐. 동생의 최종 금액 = 16,000원

🧠 풀이 전략: 비례배분 후 이동이 있는 문제. 먼저 비를 이용해 각자의 금액을 구하고, 이동 후 금액을 계산해야 해. '비가 같아졌다'는 조건이 검증용으로 쓰이는데, 이를 통해 답이 맞는지 확인할 수 있어.

💡 이런 문제에서 '비가 같아진다'는 것은 1:1이 된다는 뜻이에요. 재분배를 통해 평등해지는 과정은 경제학의 '소득 재분배' 개념과 같답니다!

Q46 입체도형 심화

밑면의 반지름이 6cm이고 높이가 10cm인 원기둥 모양의 통에 물이 가득 차 있습니다. 이 물을 밑면의 반지름이 3cm이고 높이가 20cm인 원기둥 모양의 빈 통에 옮겨 담으면, 좁은 통에 물이 넘칠까요? 넘친다면 넘치는 물의 부피는 몇 cm^3입니까? (원주율은 3으로 계산)



①) ①넘치지 않는다

②) ②넘치고, 넘치는 양은 180cm^3

③) ③넘치고, 넘치는 양은 540cm^3

④) ④넘치고, 넘치는 양은 900cm^3

🎯 **정답: ③넘치고, 넘치는 양은 540cm^3**

📖 1단계: 넓은 통의 물 부피 = 6×6×3×10 = 1080cm^3
2단계: 좁은 통의 최대 용량 = 3×3×3×20 = 540cm^3
3단계: 넘치는 물 = 1080 - 540 = 540cm^3
반지름이 절반이 되면 밑면적은 1/4이 됩니다. 그래서 높이가 2배여도 용량은 원래의 1/2밖에 안 됩니다.

🧠 풀이 전략: 반지름과 부피의 관계를 파악하는 문제입니다. 반지름이 반으로 줄면 밑면적이 1/4로 줄어드는 '제곱 관계'를 이해해야 합니다. 두 통의 부피를 각각 구한 뒤 차이를 비교하세요.

💡 반지름을 반으로 줄이면 넓이는 1/4이 돼요. 피자 크기를 반으로 줄이면 면적은 1/4로 확 줄어드는 것과 같은 원리!

Q47 분수 나눗셈 심화

어떤 수를 3/4으로 나누면 2/5가 됩니다. 같은 수를 2/5로 나누면 얼마가 됩니까?

①) ①3/10

②) ②3/4

③) ③9/20

④) ④3/20

🎯 **정답: ②3/4**

📖 1단계: □ ÷ 3/4 = 2/5이므로, □ = 2/5 × 3/4 = 6/20 = 3/10
2단계: 구하는 값 = 3/10 ÷ 2/5 = 3/10 × 5/2 = 15/20 = 3/4
3단계: 검증 — a÷b=c일 때, a÷c=b가 성립합니다. □÷(3/4)=2/5이므로 □÷(2/5)=3/4. 나누는 수와 몫이 서로 교환됩니다.

🧠 풀이 전략: 나눗셈에서 제수와 몫의 대칭 관계를 활용합니다. a÷b=c이면 a÷c=b라는 성질을 직접 계산으로 확인하거나, 이 성질을 알면 바로 답할 수 있습니다.

💡 나눗셈의 이 대칭 성질은 곱셈의 교환법칙(a×b=b×a)에서 비롯됩니다. a=b×c이면 a=c×b이니까요!

Q48 소수·분수 융합

0.375를 분수로 바꾸면 a/b(기약분수)입니다. 이때 a+b의 값은 얼마입니까?

①) ①8

②) ②11

③) ③14

④) ④375

🎯 **정답: ②11**

📖 1단계: 0.375 = 375/1000

2단계: 분자·분모를 125로 약분 → 375÷125=3, 1000÷125=8 → 3/8

3단계: 3과 8의 최대공약수는 1이므로 기약분수. a+b = 3+8 = 11

🧠 풀이 전략: 소수를 분수로 변환한 뒤 최대공약수로 약분하여 기약분수를 만드는 기본 과정입니다. 125로 약분하는 것을 떠올리려면 1000=8×125임을 아는 것이 핵심입니다.

💡 0.375는 동전으로 표현하면 37.5센트, 즉 3/8달러예요. 미국에서는 '3 bits'라고 부르기도 했답니다!

Q49 비와 비율 추론

어떤 물건의 원래 가격에 25%를 올렸다가, 올린 가격에서 다시 20%를 내렸습니다. 최종 가격은 원래 가격과 비교하면 어떻게 됩니까?

①) ①원래 가격보다 5% 비싸다

②) ②원래 가격과 같다

③) ③원래 가격보다 5% 싸다

④) ④원래 가격보다 1% 싸다

🎯 **정답: ②원래 가격과 같다**

📖 1단계: 원래 가격을 100이라 하면, 25% 인상 → 100 × 1.25 = 125

2단계: 125에서 20% 할인 → 125 × 0.80 = 100

3단계: 최종 가격 100 = 원래 가격 100 → 변화 없음

함정: '25% 올리고 20% 내리면 5% 이득'이라 생각하기 쉽지만, 기준이 달라지므로 단순 뺄셈이 안 됩니다.

🧠 풀이 전략: 비율 변화의 기준이 달라지는 함정을 파악해야 합니다. 인상은 원래 가격 기준, 할인은 인상된 가격 기준이므로 1.25×0.80을 계산해서 곱이 1인지 확인하세요.

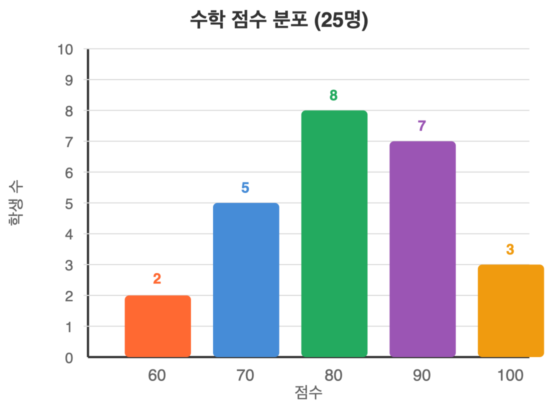
💡 이것을 '기준 효과'라고 해요. 주식이 50% 떨어졌다가 50% 오르면 원래대로가 아니라 25% 손해입니다!

Q50 통계와 확률 추론

아래 막대그래프는 어느 반 학생 25명의 수학 점수 분포입니다.

60점: 2명, 70점: 5명, 80점: 8명, 90점: 7명, 100점: 3명

이 반의 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구했을 때, 크기 순서로 바르게 나열한 것은?



①) ①최빈값<평균<중앙값

②) ②평균<중앙값<최빈값

③) ③중앙값<평균<최빈값

④) ④최빈값=중앙값<평균

🎯 **정답: ④최빈값=중앙값<평균**

📖 1단계: 최빈값 = 가장 많은 80점(8명) → 80

2단계: 중앙값 = 25명 중 13번째 값이다. 누적 인원은 60점까지 2명, 70점까지 7명, 80점까지 15명이므로 8번째부터 15번째까지가 80점, 따라서 13번째 = 80

3단계: 평균 = (60×2+70×5+80×8+90×7+100×3) ÷ 25 = (120+350+640+630+300) ÷ 25 = 2040 ÷ 25 = 81.6

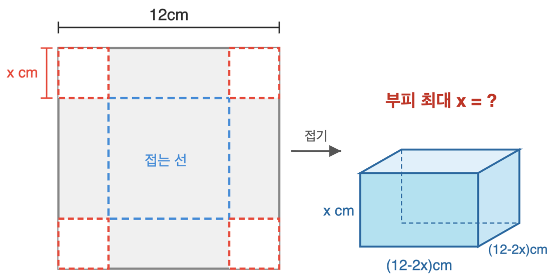
4단계: 최빈값=80, 중앙값=80, 평균=81.6 이므로 최빈값=중앙값<평균

🧠 풀이 전략: 세 대표값을 각각 구해서 비교합니다. 최빈값은 빈도가 가장 높은 값, 중앙값은 순서대로 가운데 값, 평균은 전체 합÷개수입니다. 분포가 오른쪽으로 약간 치우쳐 있으므로 평균이 클 것으로 예상할 수 있습니다.

💡 분포가 한쪽으로 치우치면 평균이 그 방향으로 끌려가요. 이것을 '왜도(skewness)'라고 합니다!

Q51 입체도형 심화

한 변이 12cm인 정사각형 종이의 네 모서리에서 한 변이 x cm인 정사각형을 잘라낸 뒤 접어서 뚜껑 없는 상자를 만들려고 합니다. 이 상자의 부피가 최대가 되려면 잘라내는 정사각형의 한 변이 몇 cm여야 합니까?



①) ①1cm

②) ②2cm

③) ③3cm

④) ④4cm

🎯 **정답: ②2cm**

📖 1단계: 잘라내는 정사각형의 한 변을 x cm라 하면, 상자의 가로·세로 = (12-2x)cm, 높이 = x cm

2단계: 부피 $V = x(12-2x)^2$ — 각 경우 계산:

- x=1: 1×10×10=100
- x=2: 2×8×8=128
- x=3: 3×6×6=108
- x=4: 4×4×4=64

3단계: x=2일 때 부피 128cm^3로 최대 (보기 중에서)

참고: 미적분으로 구하면 x=2일 때가 정확히 최댓값입니다.

🧠 풀이 전략: 상자 부피 최적화 문제입니다. 잘라내는 크기에 따라 부피가 달라지므로, 보기의 각 값을 대입하여 부피를 비교하는 전략이 효과적입니다. 체계적 대입으로 최댓값을 찾으세요.

💡 이 문제는 고등학교 미적분에서 다시 만나게 돼요! 지금은 대입으로 풀지만, 나중엔 미분으로 정확한 최댓값을 구할 수 있답니다.

Q52 분수 나눗셈 심화

5/6 ÷ □ = 1과 1/4 일 때, □에 알맞은 분수를 구하시오.

①) ①2/3

②) ②15/24

③) ③5/3

④) ④24/30

🎯 **정답: ①2/3**

📖 1단계: 1과 1/4 = 5/4

2단계: 5/6 ÷ □ = 5/4이므로, □ = 5/6 ÷ 5/4 = 5/6 × 4/5 = 20/30 = 2/3

3단계: 검증 — 5/6 ÷ 2/3 = 5/6 × 3/2 = 15/12 = 5/4 = 1과 1/4 ✓

🧠 풀이 전략: a÷□=b에서 □=a÷b로 변환하는 역연산 능력이 핵심입니다. 대분수를 가분수로 바꾸고, 분수의 나눗셈을 역수의 곱셈으로 전환하세요.

Q53 수학적 사고와 증명

연속하는 두 짝수의 곱은 항상 4의 배수입니다. 이것이 참인 이유를 아래에서 고르시오.

①) ①짝수는 모두 4의 배수이므로

②) ②두 짝수를 더하면 4의 배수이므로

③) ③연속 짝수 중 하나는 반드시 4의 배수이므로

④) ④짝수끼리 곱하면 무조건 8의 배수이므로

🎯 **정답: ③연속 짝수 중 하나는 반드시 4의 배수이므로**

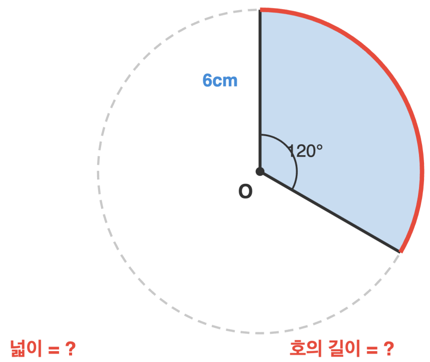
📖 1단계: 연속하는 두 짝수를 2n, 2n+2로 놓습니다.
2단계: 곱 = 2n(2n+2) = 2n × 2(n+1) = 4n(n+1)
3단계: n(n+1)은 연속한 두 자연수의 곱이므로 정수 → 4n(n+1)은 4의 배수.
또한 2n, 2(n+1) 중 하나는 4의 배수(연속 짝수 중 하나는 4의 배수). 예: 6,8 → 8이 4의 배수. 10,12 → 12가 4의 배수.

🧠 풀이 전략: 문자로 일반화하여 증명하는 문제입니다. '연속하는 짝수'를 2n, 2n+2로 표현하고 곱을 전개하면 반드시 4가 인수로 나옴을 보일 수 있습니다. 각 보기가 왜 맞거나 틀린지 논리적으로 판단하세요.

💡 이런 방식을 '일반화 증명'이라고 해요. 몇 개의 예시 대신 문자를 써서 '모든 경우'를 한 번에 증명하는 수학의 힘이죠!

Q54 원과 원주율 심화

반지름이 6cm인 원에서 중심각이 120°인 부채꼴의 넓이와 호의 길이를 각각 구하시오. (원주율 = 3.14)



🎯 **정답: 부채꼴 넓이: 37.68cm², 호의 길이: 12.56cm**

📖 1단계: 부채꼴은 원의 120/360 = 1/3
2단계: 원의 넓이 = 6×6×3.14 = 113.04cm² → 부채꼴 넓이 = 113.04 × 1/3 = 37.68cm²
3단계: 원의 둘레 = 2×6×3.14 = 37.68cm → 호의 길이 = 37.68 × 1/3 = 12.56cm

🧠 풀이 전략: 부채꼴은 원의 일부분이므로, 중심각이 전체(360°)에서 차지하는 비율을 구한 뒤 원의 넓이와 둘레에 그 비율을 곱합니다. 비율적 사고가 핵심입니다.

💡 120°짜리 부채꼴 3개를 합치면 정확히 원 1개가 돼요. 피자를 3등분한 것과 같죠!

Q55 비례와 최적화

A는 혼자 하면 12일, B는 혼자 하면 18일, C는 혼자 하면 36일이 걸리는 일이 있습니다. 세 사람이 함께 일하면 며칠이 걸립니까?

①) ①4일

②) ②6일

③) ③8일

④) ④9일

🎯 **정답: ②6일**

📖 1단계: 하루 작업량 — A: 1/12, B: 1/18, C: 1/36

2단계: 합계 = 1/12 + 1/18 + 1/36. 통분(공통분모 36) = 3/36 + 2/36 + 1/36 = 6/36 = 1/6

3단계: 하루에 전체의 1/6을 하므로, 6일이면 완성

🧠 풀이 전략: 일의 양 문제는 '전체 일=1'로 놓고, 각자의 하루 작업량을 분수로 표현한 뒤 합산합니다. 통분 능력이 필요하며, 합산한 분수의 역수가 걸리는 날수입니다.

💡 이런 문제를 '일률(work rate) 문제'라고 해요. 수도꼭지로 물을 채우는 문제, 기계가 물건을 만드는 문제도 같은 원리랍니다!

Q56 소수·분수 융합

$0.\dot{1}\dot{2}$(=0.121212...)를 분수로 바꾸면 a/b (기약분수)이다. 이때 a+b의 값은?

①) ① 37

②) ② 45

③) ③ 111

④) ④ 33

🎯 **정답: ① 37**

📖 1단계: x = 0.121212...로 놓으면, 100x = 12.121212...

2단계: 100x - x = 12 → 99x = 12 → x = 12/99

3단계: 12/99를 약분하면 GCD(12, 99) = 3이므로 4/33.

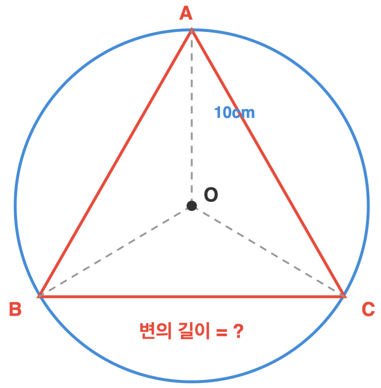
4단계: a = 4, b = 33이므로 a+b = 4 + 33 = 37. 따라서 정답은 ①이다.

🧠 풀이 전략: 순환소수를 분수로 변환하는 표준 기법을 사용해야 해. 순환마디 길이만큼 10의 거듭제곱을 곱해서 빼면 순환 부분이 소거돼. 이후 반드시 기약분수로 약분해야 해.

💡 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있어. 이것은 유리수의 핵심 성질이야!

Q57 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원에 내접하는 정삼각형의 넓이를 구하여라. (π는 사용하지 않음, √3≈1.732)



①) ① 75√3 cm²

②) ② 100√3 cm²

③) ③ 50√3 cm²

④) ④ 25√3 cm²

🎯 **정답: ① 75√3 cm²**

📖 1단계: 원에 내접하는 정삼각형에서 외접원 반지름 R과 한 변 a의 관계: a = R√3. 따라서 a = 10√3 cm.

2단계: 정삼각형 넓이 공식: S = (√3/4)×a²

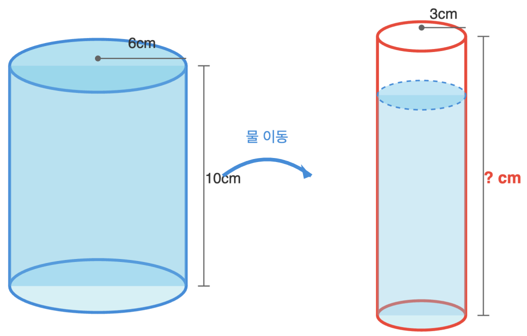
3단계: S = (√3/4)×(10√3)² = (√3/4)×300 = 75√3 ≈ 129.9 cm²

🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정삼각형 문제야. 외접원 반지름 R과 정삼각형 한 변 a의 관계를 알아야 해. 중심에서 꼭짓점까지가 R, 중심각이 120°씩이라는 점을 활용하면 삼각비로 변의 길이를 구할 수 있어.

💡 같은 원에 내접하는 정다각형 중 정삼각형이 가장 넓이가 작고, 변의 수가 많아질수록 원의 넓이에 가까워져!

Q58 입체도형 심화

밑면 반지름이 6cm, 높이가 10cm인 원기둥 모양의 그릇에 물이 가득 차 있다. 이 물을 밑면 반지름이 3cm인 원기둥 그릇에 옮겨 담으면 물의 높이는 몇 cm인가? (π는 약분됨)



①) ① 20cm

②) ② 30cm

③) ③ 40cm

④) ④ 60cm

🎯 **정답: ③ 40cm**

📖 1단계: 큰 원기둥의 물 부피 = $\pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi\ cm^3$

2단계: 작은 원기둥에서 $360\pi = \pi \times 3^2 \times h \rightarrow 360\pi = 9\pi h$

3단계: $h = 360 \div 9 = 40$cm

🧠 풀이 전략: 부피 보존 원리를 사용해야 해. 물의 양은 변하지 않으므로 두 원기둥의 부피를 같다고 놓으면 돼. 반지름이 절반이 되면 밑넓이는 1/4이 되므로 높이는 4배가 될 거야.

💡 반지름이 절반이 되면 밑넓이는 1/4이 돼. 그래서 높이가 4배! 이것이 '제곱의 힘'이야.

Q59 비와 비율 추론

어떤 물건의 원래 가격에 30%를 올린 후, 올린 가격에서 다시 30%를 할인했다. 최종 가격은 원래 가격의 몇 %인가?

①) ① 100%

②) ② 91%

③) ③ 95%

④) ④ 90%

🎯 **정답: ② 91%**

📖 1단계: 원래 가격을 100으로 놓으면, 30% 인상 후 가격 = $100 \times 1.3 = 130$

2단계: 130에서 30% 할인 = $130 \times 0.7 = 91$

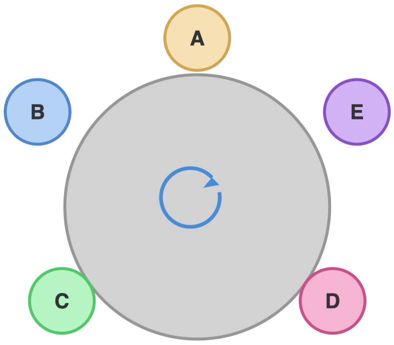
3단계: 최종 가격은 원래 가격의 91%이다. 같은 비율로 올리고 내려도 원래로 돌아오지 않는다!

🧠 풀이 전략: 비율의 곱셈 원리를 이해해야 해. '같은 비율로 올리고 내리면 원래대로'라는 착각이 함정이야. 기준이 달라지므로 $1.3 \times 0.7 = 0.91$로 원래보다 줄어들어.

💡 이것을 '기준 변동 효과'라고 해. 주식이 50% 빠지면 원래로 돌아가려면 100% 올라야 해!

Q60 논리·경시 퍼즐

5명의 학생이 원형 탁자에 앉는 방법의 수는? (회전하여 같은 배치가 되는 것은 같은 것으로 본다)



①) ① 120가지
②) ② 24가지
③) ③ 60가지
④) ④ 20가지

🎯 **정답: ② 24가지**

📖 1단계: 5명을 일렬로 세우는 경우의 수 = 5! = 120가지
2단계: 원형 배열에서는 한 사람을 기준으로 고정하면 회전으로 같은 배치 5개가 1개로 합쳐진다.
3단계: 원형 순열 = 5!/5 = (5-1)! = 4! = 24가지

🧠 풀이 전략: 원형 순열 문제야. 일렬 배열과 달리 원형에서는 '시작점'이 없으므로, 한 명을 고정하고 나머지를 배열하는 방식으로 생각해야 해. (n-1)! 공식의 원리를 이해하는 것이 핵심이야.

💡 원탁의 기사 이야기처럼, 아서왕의 원탁에 12명이 앉는 방법은 11! = 39,916,800가지나 돼!

Q61 소수·분수 융합

1/7 = 0.142857142857...이다. 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는?

①) ① 1
②) ② 4
③) ③ 8
④) ④ 5

🎯 **정답: ② 4**

📖 1단계: 1/7의 순환마디는 142857로 길이가 6이다.
2단계: 50 ÷ 6 = 8 나머지 2이므로, 50번째 자리는 순환마디의 2번째 숫자이다.
3단계: 순환마디 142857에서 1번째 = 1, 2번째 = 4, 3번째 = 2, 4번째 = 8, 5번째 = 5, 6번째 = 7이므로 2번째 숫자는 4이다.
4단계: 따라서 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 4이다. 정답은 ②이다.

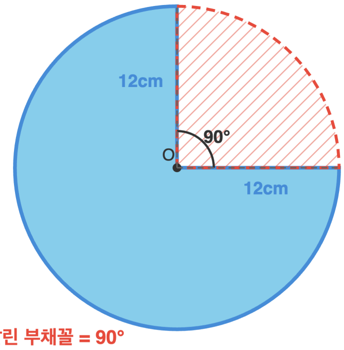
🧠 풀이 전략: 순환소수의 주기성을 활용하는 문제야. 순환마디의 길이로 나누어 나머지를 구하면, 그 나머지가 순환마디에서 몇 번째 자리인지 알려줘. 나머지가 0이면 마지막 자리야.

💡 1/7의 순환마디 142857은 '순환수'라 불리며, 142857×2=285714처럼 자릿수가 회전해!

Q62 원과 원주율 심화

반지름 12cm인 원에서 중심각이 90°인 부채꼴을 잘라냈다. 남은 도형의 넓이와 둘레를 각각 구하여라. (π≈3.14)

p62 · 원에서 부채꼴 잘라내기



잘린 부채꼴 = 90°

남은 부분 = 270°

🎯 **정답: 넓이: 108π = 339.12cm², 둘레: 18π+24 = 80.52cm**

📖 1단계: 남은 부분 중심각 = 360°−90° = 270° = 전체의 3/4

2단계: 넓이 = $(3/4)\times\pi\times12^2 = (3/4)\times144\pi = 108\pi \approx 339.12\text{cm}^2$

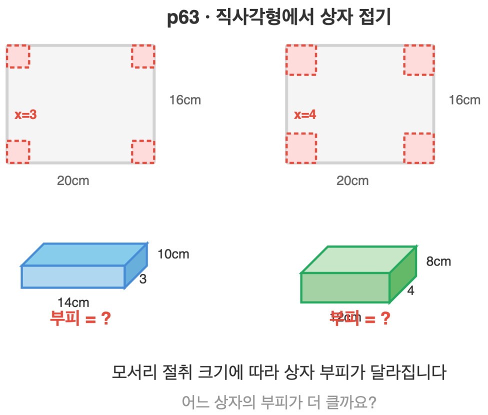
3단계: 둘레 = 호의 길이 + 반지름 2개 = $(3/4)\times2\pi\times12 + 12\times2 = 18\pi + 24 \approx 80.52$cm

🧠 풀이 전략: 부채꼴을 잘라낸 나머지 도형의 넓이와 둘레를 구하는 문제야. 넓이는 전체 원의 비율로 구하고, 둘레는 호+직선 부분을 모두 합해야 해. 둘레에서 반지름 2개를 빠뜨리기 쉬우니 주의!

💡 피자 한 조각이 정확히 90°이면 피자의 1/4이야. 8등분 피자는 조각당 45°!

Q63 입체도형 심화

가로 20cm, 세로 16cm인 직사각형 종이의 네 모서리에서 한 변이 x cm인 정사각형을 잘라내고 접어 상자를 만든다. x=3일 때와 x=4일 때 중 어느 것이 부피가 더 큰가?



①) ① x=3 ($420cm^3$)

②) ② x=4 ($384cm^3$)

③) ③ 같다

④) ④ x=4 ($420cm^3$)

🎯 **정답: ① x=3 ($420cm^3$)**

📖 1단계: x=3일 때: 가로=20−6=14, 세로=16−6=10, 높이=3 → 부피=14×10×3=$420cm^3$

2단계: x=4일 때: 가로=20−8=12, 세로=16−8=8, 높이=4 → 부피=12×8×4=$384cm^3$

3단계: 420>384이므로 x=3일 때 부피가 더 크다.

🧠 풀이 전략: 상자 만들기 최적화 문제의 기초야. 잘라내는 크기가 커지면 높이는 높아지지만 밑면이 줄어들어. 두 경우를 직접 계산해서 비교하면 돼. 더 큰 값이 항상 좋은 것은 아니라는 것이 핵심이야.

💡 미적분을 배우면 정확히 어떤 x에서 부피가 최대인지 구할 수 있어. 이것이 '최적화'의 시작이야!

Q64 통계와 확률 추론

주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 합이 7이 될 확률은?

①) ① 1/6
②) ② 5/36
③) ③ 1/9
④) ④ 7/36

🎯 **정답: ① 1/6**

📖 1단계: 두 주사위의 모든 경우의 수 = 6×6 = 36가지
2단계: 합이 7인 경우: (1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1) → 6가지
3단계: 확률 = 6/36 = 1/6

🧠 풀이 전략: 경우의 수를 체계적으로 세는 문제야. 격자표(표본공간)를 그려서 모든 경우를 나열하고, 조건을 만족하는 경우를 세면 돼. 합이 7인 경우가 가장 많다는 사실도 기억하자.

💡 주사위 두 개의 합 중 7이 나올 확률이 가장 높아! 그래서 보드게임에서 7은 특별한 숫자야.

Q65 수학적 사고와 증명

1+2+3+...+n = n(n+1)/2 공식을 이용하여, 1부터 100까지의 홀수의 합을 구하여라.

①) ① 2000
②) ② 2500
③) ③ 2550
④) ④ 5050

🎯 **정답: ② 2500**

📖 1단계: 1~100의 모든 수의 합 = 100×101/2 = 5050
2단계: 1~100의 짝수의 합 = 2+4+6+...+100 = 2(1+2+3+...+50) = 2×50×51/2 = 2550
3단계: 홀수의 합 = 전체 합 − 짝수의 합 = 5050−2550 = 2500
(별해: 1~50번째 홀수의 합 = 50^2 = 2500)

🧠 풀이 전략: 직접 홀수를 더하기보다 '전체 − 짝수 = 홀수'라는 여사건 전략을 쓰거나, 홀수의 합 = n^2 공식을 활용할 수 있어. 공식을 변형하여 활용하는 능력이 핵심이야.

💡 1+3+5+...+(2n−1) = n^2이라는 공식은 정사각형에 ㄱ자 모양을 붙여나가는 것으로 시각적으로 증명할 수 있어!

Q66 비례와 최적화

A는 혼자 하면 12일, B는 혼자 하면 18일 걸리는 일이 있다. A와 B가 함께 일하다가 A가 4일 동안 일한 뒤 빠지면, B 혼자 남은 일을 마치는데 며칠이 더 걸리는가?

①) ① 6일
②) ② 7일
③) ③ 8일
④) ④ 9일

🎯 **정답: ③ 8일**

📖 1단계: A의 하루 일량 = 1/12, B의 하루 일량 = 1/18
2단계: 둘이 함께 4일 한 일 = 4 × (1/12 + 1/18) = 4 × (3/36 + 2/36) = 4 × 5/36 = 20/36 = 5/9
3단계: 남은 일 = 1 - 5/9 = 4/9
4단계: B 혼자 남은 일을 하는 기간 = (4/9) ÷ (1/18) = (4/9) × 18 = 8일. 따라서 B 혼자 8일이 더 걸린다. 정답은 ③이다.

🧠 풀이 전략: 일의 양을 1로 놓고 각자의 하루 일량을 분수로 구하는 '일 문제'의 전형이야. 함께 일한 기간의 완성량을 구하고, 남은 양을 한 사람의 일량으로 나누면 돼. 분수 나눗셈 실력이 핵심이야.

💡 이런 문제를 '수조 문제'라고도 해. 고대 중국 수학책 '구장산술'에도 비슷한 문제가 나와!

Q67 논리·경시 퍼즐

1부터 30까지의 수가 적힌 카드 30장이 있다. 두 사람이 번갈아 카드를 한 장씩 가져가는데, 자기가 가진 카드 중 두 장의 합이 정확히 50이 되면 이긴다. 양쪽 모두 최선을 다할 때, 먼저 시작하는 사람의 첫 카드 전략에 대한 설명으로 옳은 것은?

①) ① 30을 가져간다
②) ② 20을 가져간다
③) ③ 25를 가져간다
④) ④ 어떤 카드를 가져가든 후공이 막아 선공은 이길 수 없다

🎯 **정답: ④ 어떤 카드를 가져가든 후공이 막아 선공은 이길 수 없다**

📖 1단계: 두 장의 합이 50이 되는 카드 쌍은 (20,30), (21,29), (22,28), (23,27), (24,26)의 다섯 쌍뿐이다. (25는 짝이 없고, 1부터 19까지의 카드는 50을 만들 짝이 없다.)
2단계: 이 다섯 쌍은 서로 겹치지 않는다. 따라서 후공은 '선공이 어떤 쌍의 한 장을 가져가면 곧바로 그 쌍의 나머지 한 장을 가져간다'는 보완 전략을 쓸 수 있다.
3단계: 그러면 선공은 어떤 쌍도 두 장 모두 모을 수 없으므로 절대 이길 수 없다. 첫 카드로 20, 30, 25 무엇을 잡아도 후공이 그 짝을 차지해 막아 버린다.
4단계: 그러므로 정답은 ④이다. (대칭적으로 선공도 같은 방법으로 막을 수 있어, 양쪽이 최선을 다하면 승부가 나지 않는다.)

🧠 풀이 전략: 이 문제는 '보완 전략(complementary strategy)' 접근법을 써야 합니다. 목표 합 50을 만들기 위해, 첫 카드를 어떤 수로 잡아야 나머지 카드들에서 상대의 선택을 '보완'하는 짝을 항상 가져갈 수 있는지 분석합니다. 합이 30이 되는 쌍을 이용하면 20+30=50 구조를 만들 수 있습니다.

💡 이런 유형의 게임을 '조합 게임 이론(Combinatorial Game Theory)'이라 하며, 실제 수학 올림피아드에서 자주 출제됩니다.

Q68 분수 나눗셈 심화

어떤 분수 A에 3/4을 곱했더니 2/5가 나왔다. 같은 분수 A를 2/3으로 나누면 얼마인가?

①) ① 4/5

②) ② 8/15

③) ③ 6/5

④) ④ 4/15

🎯 **정답: ① 4/5**

📖 1단계: A × 3/4 = 2/5이므로 A = 2/5 ÷ 3/4 = 2/5 × 4/3 = 8/15입니다.
2단계: A ÷ 2/3 = 8/15 ÷ 2/3 = 8/15 × 3/2를 계산합니다.
3단계: 8/15 × 3/2 = 24/30 = 4/5입니다.
검증: 4/5 × 2/3 = 8/15 = A ✓, A × 3/4 = 8/15 × 3/4 = 24/60 = 2/5 ✓

🧠 풀이 전략: 미지 분수를 먼저 역산으로 구한 뒤, 그 분수로 새로운 나눗셈을 수행하는 2단계 역추적 문제입니다. 곱셈의 역연산(나눗셈)을 두 번 연속 적용하는 능력을 봅니다.

💡 분수의 나눗셈은 '역수를 곱하는 것'인데, 이 원리는 중세 아랍 수학자 알콰리즈미가 체계화했습니다.

Q69 비례와 최적화

공장에서 기계 A는 하루 8시간 가동하면 제품 120개를 만들고, 기계 B는 하루 6시간 가동하면 제품 108개를 만든다. 하루 총 가동시간을 10시간만 쓸 수 있을 때, 두 기계의 가동시간을 어떻게 배분해야 하루 생산량이 최대인가?

①) ① A: 4시간, B: 6시간

②) ② A: 5시간, B: 5시간

③) ③ A: 0시간, B: 10시간

④) ④ A: 10시간, B: 0시간

🎯 **정답: ③ A: 0시간, B: 10시간**

📖 1단계: 기계별 시간당 생산량을 구합니다. A: 120÷8=15개/시간, B: 108÷6=18개/시간.
2단계: B가 시간당 생산량이 더 높으므로(18>15), 제한된 10시간을 모두 B에 투입하는 것이 최적입니다.
3단계: B만 10시간 가동하면 18×10=180개. 비교: A만 10시간이면 15×10=150개, 반반이면 15×5+18×5=165개. 따라서 B에 10시간 전부 배분이 최대(180개)입니다.

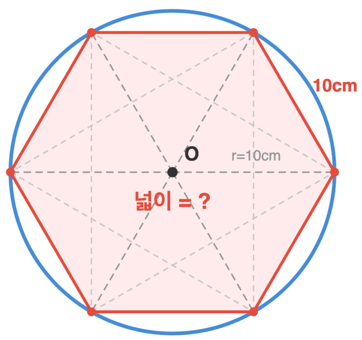
🧠 풀이 전략: 이 문제는 '단위당 효율 비교 후 최적 배분' 전략을 써야 합니다. 총량이 아니라 시간당 생산량(단위 효율)을 먼저 구해 비교해야 합니다. 직관적으로 '골고루 나누면 좋겠지'라는 함정을 피해야 합니다.

💡 이런 문제를 경제학에서는 '선형계획법(Linear Programming)'이라 하며, 실제 공장 운영에서 매일 사용됩니다.

Q70 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원에 내접하는 정육각형의 넓이를 구하여라. (√3 ≈ 1.73으로 계산)

p70 · 원에 내접하는 정육각형



①) ① 약 $259.8cm^2$
②) ② 약 $300cm^2$
③) ③ 약 $314cm^2$
④) ④ 약 $173cm^2$

🎯 **정답: ① 약 $259.8cm^2$**
📖 1단계: 원에 내접하는 정육각형의 한 변의 길이는 반지름과 같으므로 10cm입니다.
2단계: 정육각형은 한 변이 10cm인 정삼각형 6개로 나눌 수 있습니다.
3단계: 정삼각형 넓이 = $(\sqrt{3}/4) \times 10^2 = 25\sqrt{3} \approx 25 \times 1.73 = 43.25cm^2$
4단계: 정육각형 넓이 = $6 \times 43.25 = 259.5 \approx 259.8cm^2$
(정확히는 $150\sqrt{3} = 150 \times 1.732\ldots \approx 259.8cm^2$)
🧠 풀이 전략: 정육각형을 정삼각형 6개로 분해하는 전략을 씁니다. 핵심은 '원에 내접하는 정육각형의 한 변 = 반지름'이라는 성질을 아는 것입니다. ③ $314cm^2$는 원의 넓이(πr^2)를 구한 함정 보기입니다.
💡 꿀벌의 벌집이 정육각형인 이유는, 같은 재료로 가장 넓은 공간을 만들 수 있는 도형이기 때문입니다.

Q71 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지 자연수 중에서 3으로도 나누어떨어지지 않고 7로도 나누어떨어지지 않는 수는 모두 몇 개인가?

①) ① 67개
②) ② 71개
③) ③ 57개
④) ④ 62개

🎯 **정답: ③ 57개**
📖 1단계: 포함-배제 원리를 사용합니다. 먼저 3의 배수: $\lfloor 100/3 \rfloor = 33$개, 7의 배수: $\lfloor 100/7 \rfloor = 14$개.
2단계: 3과 7의 공배수(21의 배수): $\lfloor 100/21 \rfloor = 4$개.
3단계: 3 또는 7의 배수 = 33 + 14 - 4 = 43개 (포함-배제).
4단계: 3으로도 7로도 나누어떨어지지 않는 수 = 100 - 43 = 57개.
🧠 풀이 전략: '~이 아닌 것의 개수'를 구할 때는 전체에서 빼는 여사건 전략을 씁니다. 3 또는 7의 배수를 구할 때 단순 합산하면 공배수를 이중으로 세므로, 포함-배제 원리를 적용해야 합니다.
💡 포함-배제 원리는 18세기 수학자 오일러와 드 무아브르가 발전시켰으며, 컴퓨터 과학의 알고리즘 분석에도 핵심적으로 쓰입니다.

Q72 분수 나눗셈 심화

피자 한 판의 3/8을 세 명이 똑같이 나누어 먹었다. 한 사람이 먹은 양은 피자 전체의 얼마인가?

①) ① 1/8

②) ② 3/24

③) ③ 3/11

④) ④ 1/8과 3/24 모두

🎯 **정답: ④ 1/8과 3/24 모두**

📖 1단계: 전체의 3/8을 3명이 나누므로 한 사람의 몫은 3/8 ÷ 3입니다.
2단계: 3/8 ÷ 3 = 3/8 × 1/3 = 3/24입니다.
3단계: 3/24를 약분하면 1/8입니다. 따라서 3/24와 1/8은 같은 양이므로, 보기 ①과 ②가 모두 맞습니다.
이 문제의 핵심은 '같은 분수의 다른 표현'을 알아보는 것입니다.

🧠 풀이 전략: 분수 나눗셈을 수행한 뒤 약분 여부를 확인하는 문제입니다. 함정은 ①과 ②를 서로 다른 답으로 착각하게 만드는 것입니다. 동치 분수 판별력을 봅니다.

💡 분수가 같은지 다른지 판별하는 가장 빠른 방법은 '교차 곱셈'입니다. a/b = c/d이면 a×d = b×c가 성립합니다.

Q73 비례와 최적화

A, B, C 세 사람이 투자한 금액의 비가 2:3:5이다. 총 이익금 150만 원을 투자 비율대로 나눌 때, C가 A보다 얼마나 더 많이 받는가?

①) ① 30만 원

②) ② 45만 원

③) ③ 60만 원

④) ④ 75만 원

🎯 **정답: ② 45만 원**

📖 1단계: 비의 합 = 2+3+5 = 10
2단계: A의 몫 = 150 × 2/10 = 30만 원, C의 몫 = 150 × 5/10 = 75만 원.
3단계: C - A = 75 - 30 = 45만 원.
검증: B = 150 × 3/10 = 45만 원. 합계 30+45+75 = 150만 원 ✓

🧠 풀이 전략: 비례배분 문제에서 '차이'를 묻고 있으므로, 각각의 몫을 구한 뒤 빼야 합니다. 비의 차이(5-2=3)로 바로 계산할 수도 있습니다: 150 × 3/10 = 45만 원.

💡 이런 비례배분 방식을 동업 이익 분배라 하며, 고대 바빌로니아 점토판에도 이미 등장합니다.

Q74 수학적 사고와 증명

연속하는 세 자연수의 합은 항상 3의 배수임을 설명하려 한다. 연속하는 세 자연수를 n, n+1, n+2로 놓았을 때, 이 합이 3의 배수인 이유로 가장 올바른 것은?

①) ① 세 수 중 하나는 반드시 3의 배수이므로

②) ② n+(n+1)+(n+2)=3n+3=3(n+1)로 항상 3으로 묶이므로

③) ③ 연속하는 수는 홀짝이 번갈아 나오므로

④) ④ 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차가 2이므로

🎯 **정답: ② n+(n+1)+(n+2)=3n+3=3(n+1)로 항상 3으로 묶이므로**

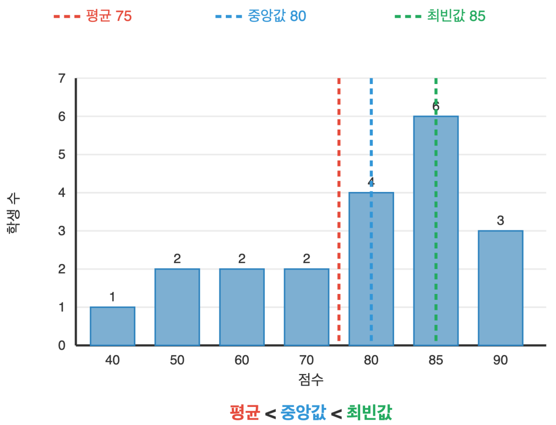
📖 1단계: 연속 세 자연수를 n, n+1, n+2로 놓으면 합 = n+(n+1)+(n+2) = 3n+3.
2단계: 3n+3 = 3(n+1)로 인수분해됩니다.
3단계: 3×(자연수) 꼴이므로 항상 3의 배수입니다. 이것이 '문자를 사용한 일반적 증명'입니다.
참고: ①(셋 중 하나가 3의 배수), ③(홀짝이 번갈아 남), ④(가장 큰 수와 가장 작은 수의 차가 2)는 모두 '합이 왜 3의 배수인지'를 직접 설명하지 못합니다. 합 자체를 3×(자연수)로 나타낸 ②가 가장 명확한 증명입니다.

🧠 풀이 전략: 문자식을 세워 일반화하는 '대수적 증명' 전략을 씁니다. ①과 ④도 맞는 설명이지만, ②가 가장 직접적이고 완전한 증명입니다. 왜 특정 설명이 더 '수학적'인지 판단하는 능력을 봅니다.

💡 이런 증명 방법을 '일반화(generalization)'라고 하며, 수학자들이 가장 선호하는 증명 방식입니다. 구체적 예시 100개보다 문자 하나의 증명이 더 강력합니다.

Q75 통계와 확률 추론

어느 반 학생 20명의 수학 시험 점수를 조사했더니, 평균은 75점, 중앙값은 80점, 최빈값은 85점이었다. 이 분포에 대한 설명으로 옳은 것은?



①) ① 대부분의 학생이 평균 이하이다

②) ② 낮은 점수를 받은 소수의 학생이 평균을 끌어내렸다

③) ③ 점수가 고르게 분포되어 있다

④) ④ 평균이 가장 대표성이 높은 값이다

🎯 **정답: ② 낮은 점수를 받은 소수의 학생이 평균을 끌어내렸다**

📖 1단계: 평균(75) < 중앙값(80) < 최빈값(85)인 분포를 분석합니다.
2단계: 중앙값이 80이면 학생의 절반(10명)이 80점 이상이므로, '대부분이 평균 이하'라는 ①은 거짓입니다. 오히려 절반 이상이 평균보다 높습니다.
3단계: 평균이 중앙값보다 낮은 것은 점수가 낮은 쪽으로 긴 꼬리를 가진 분포, 즉 '왼쪽 꼬리가 긴(음의 왜도, left-skewed)' 분포이기 때문입니다. 소수의 극단적 저점수가 평균을 끌어내린 결과이므로 ②가 정확한 설명입니다.

🧠 풀이 전략: 세 대표값의 크기 관계로 분포의 모양(왜도)을 추론하는 문제입니다. 평균 < 중앙값 < 최빈값이면 왼쪽으로 꼬리가 긴 분포이므로, 소수의 낮은 점수가 평균을 끌어내린 것입니다.

💡 실제 시험 점수 분석에서 '평균보다 중앙값이 높으면' 반 전체가 잘 본 것에 가깝고, 반대면 소수가 매우 잘 본 것입니다.

Q76 소수·분수 융합

0.777…을 분수로 바꾸면 7/9이다. 이 원리를 이용하여 0.363636…을 분수로 바꾸면?

①) ① 36/99

②) ② 4/11

③) ③ 36/100

④) ④ ①과 ② 모두

🎯 **정답: ④ ①과 ② 모두**

📖 1단계: $x = 0.363636\ldots$으로 놓으면, 순환마디가 2자리이므로 100을 곱합니다.
2단계: $100x = 36.363636\ldots$, $100x - x = 36$, $99x = 36$, $x = 36/99$.
3단계: 36/99를 약분합니다. GCD(36,99) = 9이므로 $36 \div 9 / 99 \div 9 = 4/11$.
따라서 36/99와 4/11은 같은 분수이며, 보기 ①과 ②가 모두 맞습니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수를 분수로 변환하는 '방정식 소거법'을 씁니다. 순환마디 자릿수만큼 10의 거듭제곱을 곱해 빼면 소수 부분이 소거됩니다. 그리고 약분 전후가 같은 수임을 판별해야 합니다.

💡 모든 순환소수는 분수로 표현할 수 있고, 모든 분수는 유한소수이거나 순환소수입니다. 반대로 π처럼 순환하지 않는 무한소수는 절대 분수가 될 수 없습니다.

Q77 비와 비율 추론

A, B 두 사람이 같은 거리를 달린다. A의 속력과 B의 속력의 비가 5:4이고, A가 B보다 6분 먼저 도착했다. B가 달린 시간은 몇 분인가?

①) ① 24분

②) ② 28분

③) ③ 30분

④) ④ 36분

🎯 **정답: ③ 30분**

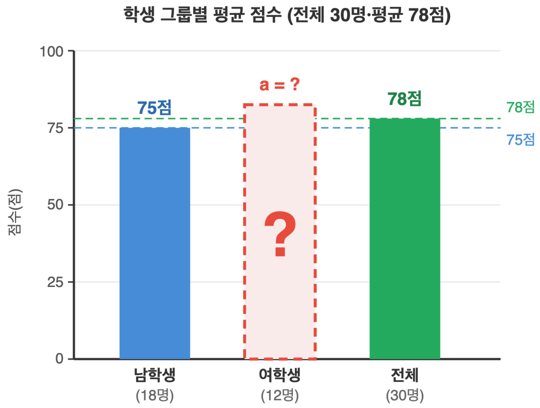
📖 1단계: 속력의 비가 5:4이면, 같은 거리를 갈 때 걸리는 시간의 비는 속력의 역비인 4:5이다.
2단계: A의 시간:B의 시간 = 4:5이므로, A가 4k분, B가 5k분 걸렸다고 놓으면 $5k - 4k = k = 6$분.
3단계: B가 달린 시간 = $5k = 5 \times 6 = 30$분.

🧠 풀이 전략: 속력의 비와 시간의 비가 역수 관계임을 이용한다. 비의 차이가 실제 시간 차이에 대응됨을 파악하고 비례식을 세워 푸는 전략이다.

💡 속력이 빠를수록 시간은 짧아지는 반비례 관계는 갈릴레이가 운동 법칙을 연구할 때 핵심이 된 개념이야!

Q78 통계와 확률 추론

어느 반 학생 30명의 수학 점수 평균이 78점이다. 이 중 남학생 18명의 평균은 75점이고 여학생 12명의 평균은 a점이다. 여학생 평균 a의 값은?



①) ① 80점

②) ② 82.5점

③) ③ 83점

④) ④ 84.5점

🎯 **정답: ② 82.5점**

📖 1단계: 전체 점수 합계 = 30×78 = 2340점.
2단계: 남학생 점수 합계 = 18×75 = 1350점.
3단계: 여학생 점수 합계 = 2340 - 1350 = 990점.
4단계: 여학생 평균 a = 990 ÷ 12 = 82.5점. 따라서 정답은 ② 82.5점이다.

🧠 풀이 전략: 가중평균의 역산 문제이다. 전체 합계에서 한 그룹의 합계를 빼면 다른 그룹의 합계를 알 수 있고, 이를 인원수로 나누어 평균을 구한다. 단순 평균(75+78)÷2=76.5로 구하는 실수를 피해야 한다.

💡 이런 방식을 '가중평균'이라 하는데, 여론조사에서 지역별 인구 비율에 맞춰 결과를 보정할 때도 같은 원리를 써!

Q79 논리·경시 퍼즐

1부터 30까지의 수가 적힌 카드 30장이 있다. A와 B가 번갈아 한 장씩 가져가며, 자기가 가져간 카드 수의 합이 먼저 50 이상이 되면 지는 게임이다. A가 먼저 시작할 때, A가 절대 지지 않는 전략은?

①) ① A는 처음에 1을 가져간다
②) ② A는 처음에 15를 가져간다
③) ③ A는 처음에 가장 큰 수를 가져간다
④) ④ A가 먼저 시작하면 반드시 진다

🎯 **정답: ① A는 처음에 1을 가져간다**

📖 1단계: 자기가 가져간 카드의 합이 먼저 50 이상이 되는 사람이 지므로, 자기 합을 49 이하로 유지하는 것이 목표다.
2단계: 카드를 가져갈수록 자기 합이 커지므로, 매 차례 남아 있는 가장 작은 수를 가져가는 것이 자기 합을 가장 천천히 늘리는 최선의 전략이다. 큰 수를 가져가면 자기 합만 빨리 커져 불리하다.
3단계: A가 먼저 1을 가져가고 두 사람 모두 매번 가장 작은 수를 가져가면, A는 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13(홀수)을, B는 2, 4, 6, 8, 10, 12(짝수)를 가져가게 된다.
4단계: 이때 A의 합 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49로 49 이하를 유지한다. 1부터 13까지 모두 빠진 뒤 B의 차례가 되면 B의 합은 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 = 42이고 남은 가장 작은 카드가 14이므로, B는 42 + 14 = 56이 되어 먼저 50 이상에 도달해 진다. 따라서 A는 지지 않는다.
5단계: 처음에 15(②)나 가장 큰 수(③)를 가져가면 A 자신의 합이 빠르게 커져 오히려 불리하므로, 정답은 ① A가 처음에 가장 작은 수인 1을 가져가는 것이다.

🧠 풀이 전략: 게임 이론에서 '필승 전략' 문제이다. 지는 조건(합≥50)을 피하려면 자기 합의 증가를 최소화하는 전략이 유리하다. 상대방에게 큰 수만 남기는 전략을 분석해야 한다.

💡 이런 유형의 게임은 '조합적 게임 이론'이라는 수학 분야에서 연구하는데, 바둑이나 체스의 전략 분석에도 활용돼!

Q80 비와 비율 추론

어떤 물건의 원가에 40%의 이익을 붙여 정가를 매겼다가, 정가에서 20% 할인하여 팔았다. 원가 대비 실제 이익률은 몇 %인가?

①) ① 8%
②) ② 12%
③) ③ 15%
④) ④ 20%

🎯 **정답: ② 12%**

📖 1단계: 원가를 100이라 하면 정가 = 100×1.4 = 140.
2단계: 할인 판매가 = 140×0.8 = 112.
3단계: 이익 = 112 - 100 = 12이므로 이익률 = 12%.

🧠 풀이 전략: 원가를 100으로 놓고 순차적으로 비율을 적용하는 전략이다. '40% 이익 후 20% 할인 = 20% 이익'이라고 착각하기 쉬운 함정을 피해야 한다. 비율의 비율은 단순 뺄셈이 아닌 곱셈이다.

💡 백화점 세일에서 '50% 올리고 30% 할인'하면 실제로는 5% 이익이야. 할인이 항상 손해는 아니라는 뜻이지!

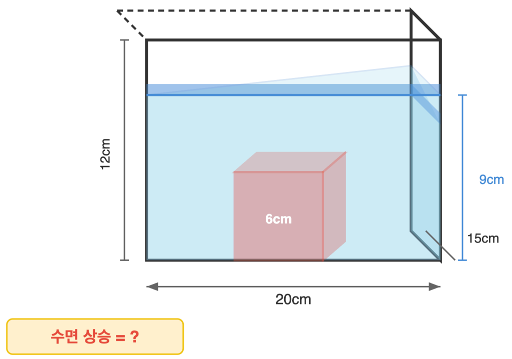
📝 초6 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q81 입체도형 심화

가로 20cm, 세로 15cm, 높이 12cm인 직육면체 수조에 물이 높이 9cm까지 차 있다. 여기에 한 변이 6cm인 정육면체 쇠공을 완전히 잠기도록 넣었을 때, 수면은 몇 cm 올라가는가?

p81 직육면체 수조와 정육면체



①) ① 0.54cm

②) ② 0.72cm

③) ③ 1.08cm

④) ④ 1.2cm

🎯 **정답: ② 0.72cm**

📖 1단계: 정육면체 부피 = 6^3 = 216cm³.

2단계: 수조의 밑면적 = 20×15 = 300cm².

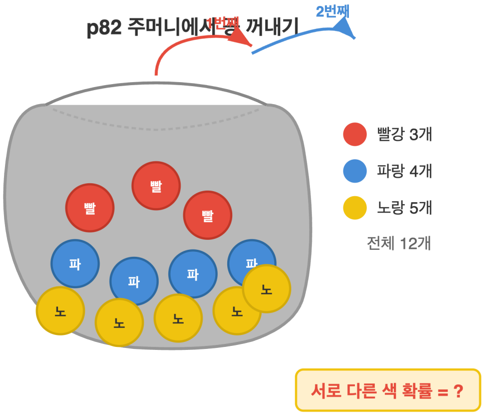
3단계: 수면 상승 높이 = 정육면체 부피 ÷ 밑면적 = 216÷300 = 0.72cm. (9+0.72=9.72cm < 12cm이므로 넘치지 않음 확인)

🧠 풀이 전략: 물에 물체를 넣으면 물체의 부피만큼 수면이 올라간다는 원리를 이용한다. 상승 높이 = 물체 부피 ÷ 수조 밑면적이다. 물이 넘치지 않는지도 반드시 확인해야 한다.

💡 아르키메데스가 목욕탕에서 '유레카!'를 외친 이유가 바로 이 원리 — 물에 들어간 부피만큼 수면이 오르는 것을 발견했기 때문이야!

Q82 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 공 3개, 파란 공 4개, 노란 공 5개가 들어 있다. 공을 하나 꺼내서 색을 확인하고 다시 넣지 않는다. 두 번 꺼낼 때, 두 공의 색이 서로 다를 확률은?



①) ① 37/66

②) ② 47/66

③) ③ 49/66

④) ④ 59/66

🎯 **정답: ② 47/66**

📖 1단계: 전체에서 2개를 뽑는 경우의 수 = 12×11÷2 = 66.

2단계: 같은 색 2개를 뽑는 경우의 수: 빨간끼리 3C2=3, 파란끼리 4C2=6, 노란끼리 5C2=10. 합=19.

3단계: 서로 다른 색 확률 = 1 - 19/66 = 47/66.

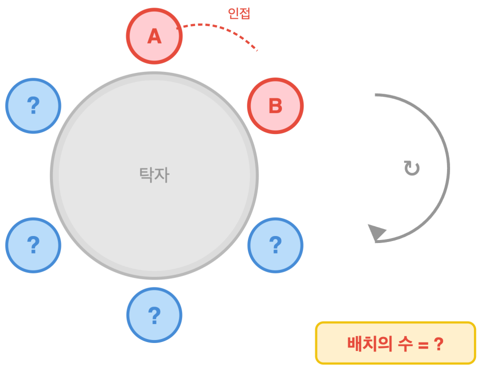
🧠 풀이 전략: 여사건을 이용하는 전략이다. '서로 다를 확률'을 직접 구하면 경우가 복잡하므로, '같을 확률'을 먼저 구하고 1에서 빼는 것이 효율적이다.

💡 여사건 활용은 확률에서 가장 강력한 도구 중 하나야. '적어도 하나'라는 표현이 나오면 거의 항상 여사건이 편리해!

Q83 논리·경시 퍼즐

6명이 원형 탁자에 앉는데, 특정 2명(A와 B)이 반드시 이웃하여 앉아야 한다. 가능한 배치의 수는? (회전하여 같은 배치는 하나로 센다)

p83 원형 탁자 배치



①) ① 24가지

②) ② 36가지

③) ③ 48가지

④) ④ 60가지

🎯 **정답: ③ 48가지**

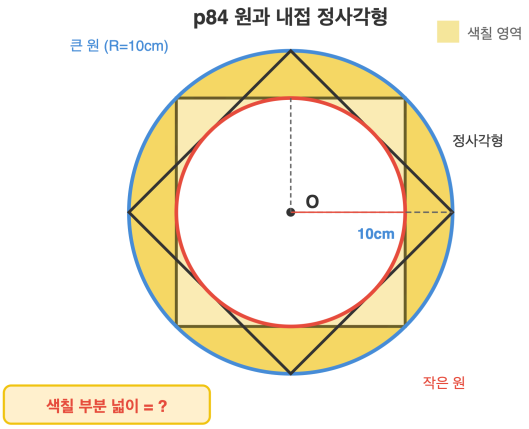
📖 1단계: A와 B를 하나의 묶음으로 보면 총 5묶음이 원형 탁자에 앉는 것이다.
2단계: 원형 순열이므로 (5-1)! = 4! = 24가지.
3단계: 묶음 안에서 A와 B의 자리를 바꿀 수 있으므로 ×2 = 48가지.

🧠 풀이 전략: 묶음(그룹화) 전략을 사용한다. 이웃 조건이 있는 원형 순열에서는 해당 요소를 하나로 묶어 전체 수를 줄인 뒤 원형 순열을 계산하고, 묶음 내부 배치를 곱한다.

💡 원형 순열은 아서왕의 원탁의 기사 문제에서 유래했다는 설이 있어. 둥근 탁자라 '맨 처음' 자리가 없으니 (n-1)!이 되는 거야!

Q84 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원에 내접하는 정사각형과, 그 정사각형에 내접하는 원이 있다. 큰 원과 작은 원 사이의 넓이(색칠 부분)는? (π=3.14)



①) ① 157cm²
②) ② 162cm²
③) ③ 172cm²
④) ④ 186cm²

🎯 **정답: ① 157cm²**

📖 1단계: 큰 원의 넓이 = $\pi \times 10^2$ = 314cm².
2단계: 내접 정사각형의 대각선 = 큰 원의 지름 = 20cm. 정사각형 한 변 = $20 \div \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$cm.
3단계: 작은 원의 지름 = 정사각형의 한 변 = $10\sqrt{2}$cm이므로, 작은 원의 반지름 = $5\sqrt{2}$cm.
4단계: 작은 원의 넓이 = $\pi \times (5\sqrt{2})^2 = \pi \times 50$ = 157cm².
5단계: 색칠 부분 = 314 - 157 = 157cm².

🧠 풀이 전략: 내접 관계를 단계별로 분석한다. 큰 원→정사각형→작은 원의 크기 관계를 파악하고, 핵심은 정사각형의 대각선=큰 원의 지름, 정사각형의 변=작은 원의 지름이라는 것이다. 놀랍게도 넓이 차이가 작은 원의 넓이와 같다!

💡 큰 원 넓이가 작은 원 넓이의 정확히 2배라는 것은 우연이 아니야. 반지름의 비가 $1:\sqrt{2}$이니까 넓이의 비는 1:2가 되는 거야!

Q85 비례와 최적화

어떤 일을 A 혼자 하면 12일, B 혼자 하면 18일, C 혼자 하면 36일이 걸린다. 세 사람이 함께 시작했으나, A가 며칠 후 빠지고 B와 C가 나머지를 마쳤더니 총 8일이 걸렸다. A는 며칠 동안 일했는가?

①) ① 3일
②) ② 4일
③) ③ 5일
④) ④ 6일

🎯 **정답: ② 4일**

📖 1단계: 하루 작업량은 A가 1/12, B가 1/18, C가 1/36이다. 세 사람 합은 1/12 + 1/18 + 1/36 = 3/36 + 2/36 + 1/36 = 6/36 = 1/6.
2단계: A가 x일 일하고 빠졌다면 x일 동안 세 사람이 함께 한 양 = x/6이고, 나머지 (8-x)일은 B+C만 작업한다. B+C 하루 작업량 = 1/18 + 1/36 = 2/36 + 1/36 = 3/36 = 1/12.
3단계: x/6 + (8-x)/12 = 1. 양변에 12를 곱하면 2x + (8-x) = 12 → x + 8 = 12 → x = 4.
4단계: 검산하면 세 사람 4일 = 4/6 = 2/3, B·C 4일 = 4/12 = 1/3, 합 = 1. 따라서 A는 4일 동안 일했다. 정답은 ②이다.

🧠 풀이 전략: 일의 양 문제에서는 전체 일의 양을 1로 놓고, 각 사람의 하루 작업량을 분수로 나타낸다. 구간을 나누어(함께 일한 기간 / 일부만 일한 기간) 방정식을 세우는 전략이다.

💡 이런 '일의 양' 문제는 고대 이집트 린드 파피루스(기원전 1650년경)에도 나올 만큼 오래된 수학 문제야!

Q86 통계와 확률 추론

아래 자료는 두 학급의 수학 시험 결과이다.
- 1반(20명): 평균 82점, 중앙값 85점, 최빈값 90점
- 2반(20명): 평균 82점, 중앙값 78점, 최빈값 75점
두 반의 평균은 같은데 분포 모양이 다르다. 다음 중 옳은 것은?

①) ① 1반이 2반보다 고르게 분포되어 있다
②) ② 1반은 높은 점수에 학생이 몰려 있고, 낮은 점수 쪽으로 꼬리가 있다
③) ③ 2반은 대부분 학생이 평균 이상이다
④) ④ 두 반의 분포 모양은 동일하다

🎯 **정답: ② 1반은 높은 점수에 학생이 몰려 있고, 낮은 점수 쪽으로 꼬리가 있다**

📖 1단계: 1반은 최빈값(90) > 중앙값(85) > 평균(82) 순서이다. 이는 왼쪽으로 꼬리가 긴 분포(음의 왜도)를 의미한다.
2단계: 즉 대부분의 학생이 높은 점수에 몰려 있고, 소수의 낮은 점수가 평균을 끌어내린 것이다.
3단계: 2반은 평균(82) > 중앙값(78) > 최빈값(75)으로 오른쪽 꼬리(양의 왜도). 대부분 낮은 점수에 몰려 있고 소수의 높은 점수가 평균을 올린 것이다.

🧠 풀이 전략: 세 대표값(평균, 중앙값, 최빈값)의 대소 관계로 분포의 모양(왜도)을 추론하는 문제이다. 평균이 극단값에 민감하고 최빈값은 가장 많은 값이라는 성질을 활용한다.

💡 소득 분포가 대표적인 양의 왜도 분포야. 소수의 고소득자가 평균을 끌어올려서 '평균 소득'이 '중위 소득'보다 항상 높아!

Q87 수학적 사고와 증명

1×2 + 2×3 + 3×4 + ... + 19×20의 값을 구하여라. (힌트: n×(n+1) = (1/3)[n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1)]를 이용)

①) ① 2660
②) ② 2780
③) ③ 2870
④) ④ 2980

🎯 **정답: ① 2660**

📖 1단계: n×(n+1) = (1/3)[n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1)]이므로, 합을 구하면 중간 항이 모두 상쇄된다(망원경 합).
2단계: 합 = (1/3)[19×20×21 - 0×1×2] = (1/3)×7980 = 2660.
3단계: 검증 — 처음 몇 항: 1×2=2, 2×3=6, 3×4=12. n=3까지 합=20. 공식: (1/3)×3×4×5=20. ✓

🧠 풀이 전략: 텔레스코핑(망원경) 합 전략을 사용한다. 각 항을 적절히 분해하면 연속된 항끼리 상쇄되어 처음과 끝 항만 남는다. 이것은 수학적 귀납법이나 급수 계산에서 매우 강력한 기법이다.

💡 이 기법의 이름 '텔레스코핑'은 망원경처럼 쭉 접히면서(상쇄되면서) 짧아진다는 뜻이야. 가우스가 1+2+...+100을 구한 것과 비슷한 발상이지!

Q88 분수 나눗셈 심화

어떤 수를 3/4로 나누었더니 2/5가 되었습니다. 같은 수를 2/5로 나누면 결과는 얼마인가요? (풀이 과정에서 역수 관계를 활용하세요)

①) ① 3/10
②) ② 3/4
③) ③ 15/8
④) ④ 8/15

🎯 **정답: ② 3/4**

📖 1단계: 어떤 수를 □라 하면, □ ÷ 3/4 = 2/5이므로 □ = 2/5 × 3/4 = 6/20 = 3/10입니다.
2단계: 같은 수 3/10을 2/5로 나눕니다. 3/10 ÷ 2/5 = 3/10 × 5/2 = 15/20 = 3/4입니다.
3단계: 검증 — (□ ÷ 3/4) × (3/4) ÷ (2/5)를 계산하면 원래 나눗셈의 제수와 결과가 뒤바뀌는 대칭 구조를 확인할 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 이 문제는 '미지수 복원 후 재연산' 전략을 사용합니다. a÷b=c이면 a÷c=b라는 나눗셈의 대칭 관계를 깨달으면 미지수를 구하지 않고도 답을 알 수 있습니다. 하지만 직접 계산으로도 확인하는 습관이 중요합니다.

💡 나눗셈에서 a÷b=c이면 항상 a÷c=b가 성립합니다. 이것을 '나눗셈의 역관계'라 하며, 곱셈·나눗셈이 서로 거울 관계인 것과 같은 원리입니다.

Q89 소수·분수 융합

$0.\dot{1}\dot{6}$ (0.16 순환)을 분수로 바꾸면 A/B입니다. $0.\dot{8}\dot{3}$ (0.83 순환)을 분수로 바꾸면 C/D입니다. A/B + C/D의 값을 기약분수로 나타내세요.

①) ① 1
②) ② 5/6
③) ③ 99/100
④) ④ 11/12

🎯 **정답: ① 1**

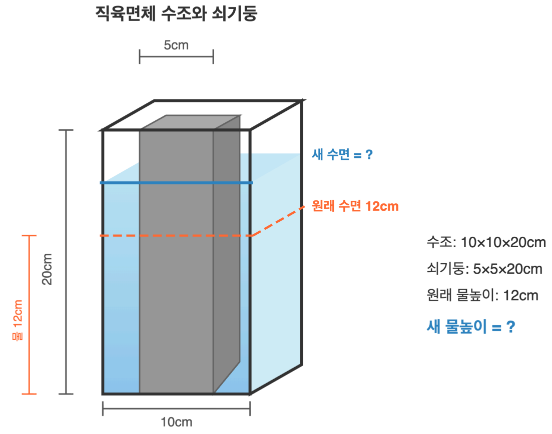
📖 1단계: $0.\dot{1}\dot{6}$은 두 자리 '16'이 반복되는 순환소수 0.161616...입니다. x = 0.161616...이라 하면 100x = 16.161616...이므로 100x - x = 16 → 99x = 16 → x = 16/99입니다. GCD(16, 99) = 1이라 기약분수이므로 A = 16, B = 99입니다.
2단계: $0.\dot{8}\dot{3}$은 두 자리 '83'이 반복되는 순환소수 0.838383...입니다. y = 0.838383...이라 하면 100y = 83.838383...이므로 100y - y = 83 → 99y = 83 → y = 83/99입니다. 83은 소수라 GCD(83, 99) = 1이므로 C = 83, D = 99입니다.
3단계: A/B + C/D = 16/99 + 83/99 = 99/99 = 1입니다. 분모가 같은 두 순환소수가 보수 관계여서 합이 정확히 1이 됩니다. 함정 보기 ③ 99/100은 99/99을 잘못 본 값입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수를 분수로 바꾸는 표준 방법(10배, 100배 해서 빼기)을 적용한 뒤, 결과를 합산합니다. 핵심은 두 순환소수가 보수 관계(합이 1)임을 발견하는 것입니다. 함정 보기 5/6과 99/100에 주의해야 합니다.

💡 1/6 = 0.1666...과 5/6 = 0.8333...처럼, 분모가 같은 두 분수의 합이 1이면 순환소수로 바꿔도 합이 정확히 1입니다. 소수점 아래 무한히 반복되는 수들이 깔끔하게 정수가 되는 마법 같은 순간이죠!

Q90 입체도형 심화

밑면이 한 변 10cm인 정사각형이고 높이가 20cm인 직육면체 수조에 물이 높이 12cm까지 차 있습니다. 여기에 밑면이 한 변 5cm인 정사각형이고 높이가 20cm인 쇠기둥을 수직으로 세워 넣었습니다. 쇠기둥은 바닥에 닿아 있습니다. 물의 높이는 몇 cm가 되나요? (물은 넘치지 않는다고 가정)



①) ① 14cm

②) ② 15cm

③) ③ 16cm

④) ④ 13.5cm

🎯 **정답: ③ 16cm**

📖 1단계: 원래 물의 부피를 구합니다. 10×10×12 = 1200(cm³)입니다.

2단계: 쇠기둥이 들어가면 물이 차지할 수 있는 밑면적이 줄어듭니다. 수조 밑면적 100cm² - 쇠기둥 단면적 25cm² = 75cm²입니다.

3단계: 물의 부피는 변하지 않으므로 1200 = 75 × h → h = 1200 ÷ 75 = 16cm입니다.

4단계: 검증 — 16cm < 20cm이므로 물이 넘치지 않습니다. 쇠기둥 높이 20cm > 수면 16cm이므로 기둥이 물 위로 나옵니다.

🧠 풀이 전략: 물체를 넣었을 때 수면 변화 문제는 '물의 부피 보존' 원리를 사용합니다. 핵심은 물이 차지하는 단면적이 변한다는 것입니다. 전체 밑면적에서 기둥 단면적을 빼고, 같은 부피를 유지하도록 높이를 구합니다.

💡 아르키메데스는 목욕탕에서 물이 넘치는 것을 보고 부력의 원리를 발견했다고 합니다. 이 문제도 같은 원리 — 물체가 차지하는 공간만큼 물이 밀려 올라갑니다!

Q91 수학적 사고와 증명

1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수의 합과 5의 배수의 합을 각각 구한 뒤 더하면, 15의 배수가 두 번 세어집니다. 포함-배제 원리를 사용하여 '3의 배수이거나 5의 배수인 수'들의 합을 구하세요.

①) ① 2318
②) ② 2633
③) ③ 2418
④) ④ 3168

🎯 **정답: ③ 2418**

📖 1단계: 3의 배수의 합은 3 + 6 + 9 + ... + 99 = 3(1 + 2 + ... + 33) = 3 × (33×34/2) = 3 × 561 = 1683이다.
2단계: 5의 배수의 합은 5 + 10 + 15 + ... + 100 = 5(1 + 2 + ... + 20) = 5 × (20×21/2) = 5 × 210 = 1050이다.
3단계: 15의 배수의 합(중복 부분)은 15 + 30 + 45 + ... + 90 = 15(1 + 2 + ... + 6) = 15 × (6×7/2) = 15 × 21 = 315이다. 15는 3과 5의 최소공배수이므로 두 집합 모두에 포함되어 중복으로 더해진다.
4단계: 포함-배제 원리를 적용하면 1683 + 1050 - 315 = 2418이다. 따라서 '3의 배수이거나 5의 배수인 수'들의 합은 2418이다. 정답은 ③이다.

🧠 풀이 전략: 이 문제는 포함-배제 원리(합집합 = A + B - A∩B)를 '개수'가 아닌 '합'에 적용하는 확장 문제입니다. 등차수열의 합 공식 n(n+1)/2을 활용하고, 최소공배수로 중복 부분을 찾아 빼야 합니다.

💡 포함-배제 원리는 18세기 수학자 드 모르간과 관련이 있습니다. 이 원리를 3개, 4개 집합으로 확장하면 더하고 빼고를 번갈아 하는 아름다운 패턴이 나타납니다!

Q92 비와 비율 추론

어떤 물건의 원래 가격에서 30% 할인한 뒤, 할인된 가격에 10% 세금을 붙였더니 최종 가격이 15,400원이 되었습니다. 원래 가격은 얼마인가요?

①) ① 18,000원
②) ② 20,000원
③) ③ 22,000원
④) ④ 24,000원

🎯 **정답: ② 20,000원**

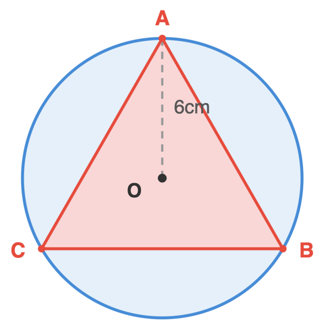
📖 1단계: 원래 가격을 x원이라 하면, 30% 할인 후 가격은 x × 0.7입니다.
2단계: 여기에 10% 세금을 붙이면 x × 0.7 × 1.1 = x × 0.77입니다.
3단계: x × 0.77 = 15,400 → x = 15,400 ÷ 0.77 = 20,000원입니다.
4단계: 검증 — 20,000 × 0.7 = 14,000, 14,000 × 1.1 = 15,400 ✓

🧠 풀이 전략: 할인과 세금이 순서대로 적용되는 복합 비율 문제입니다. '30% 할인 후 10% 세금'은 원래 가격의 0.7 × 1.1 = 0.77배라는 것을 한 번에 파악하면 빠르게 풀 수 있습니다. 할인과 세금이 상쇄되지 않음(20%만 할인된 게 아님)에 주의합니다.

💡 30% 할인 후 30% 세금을 붙이면 원래 가격이 될 것 같지만, 실제로는 0.7 × 1.3 = 0.91, 즉 원래보다 9% 싸집니다! 비율의 곱셈은 뺄셈과 다릅니다.

Q93 원과 원주율 심화

반지름이 6cm인 원 안에 가장 큰 정삼각형을 내접시켰습니다. 원의 넓이에서 정삼각형의 넓이를 뺀 나머지 부분의 넓이를 구하세요. (π = 3.14, $\sqrt{3}$ = 1.73으로 계산)



원의 넓이 - 삼각형 넓이 = ?

①) ① 약 66.4cm²

②) ② 약 73.1cm²

③) ③ 약 86.2cm²

④) ④ 약 93.5cm²

🎯 **정답: ① 약 66.4cm²**

📖 1단계: 원의 넓이 = $\pi \times 6^2 = 3.14 \times 36 = 113.04$cm²입니다.

2단계: 반지름 R = 6cm인 원에 내접하는 정삼각형의 한 변은 $a = R\sqrt{3} = 6 \times 1.73 = 10.38$cm입니다.

3단계: 정삼각형의 넓이 = $(\sqrt{3}/4) \times a^2 = (1.73 \div 4) \times 10.38^2 = 0.4325 \times 107.74 \approx 46.6$cm²입니다. (또는 $(3\sqrt{3}/4)R^2 = 27 \times 1.73 = 46.71$cm²로도 거의 같습니다.)

4단계: 나머지 넓이 = 113.04 - 46.6 = 약 66.4cm²이므로 정답은 ① 약 66.4cm²입니다.

🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정삼각형 문제는 외접원 반지름과 변의 관계($a = R\sqrt{3}$)를 알아야 합니다. 원 넓이와 삼각형 넓이를 각각 구한 뒤 빼면 됩니다. 정삼각형 넓이 공식 $(3\sqrt{3}/4)R^2$을 외울 필요 없이 한 변을 먼저 구해도 됩니다.

💡 원에 내접하는 정다각형 중 변의 수가 늘어날수록 넓이가 원에 가까워집니다. 아르키메데스는 정96각형으로 π 값을 3.14 근처로 추정했습니다!

Q94 논리·경시 퍼즐

1부터 9까지의 숫자 카드가 각각 1장씩 있습니다. 이 중 5장을 뽑아 합이 홀수가 되게 하려면, 홀수 카드를 반드시 몇 장 뽑아야 하는지 모든 경우를 따져 설명하세요. (홀수 카드: 1,3,5,7,9 / 짝수 카드: 2,4,6,8)

①) ① 홀수 카드 1장 또는 3장
②) ② 홀수 카드 2장 또는 4장
③) ③ 홀수 카드 3장 또는 5장
④) ④ 홀수 카드 1장, 3장, 5장 모두 가능

🎯 **정답: ④ 홀수 카드 1장, 3장, 5장 모두 가능**

📖 1단계: 합이 홀수가 되려면 홀수 개수가 홀수여야 합니다(홀+짝=홀, 홀수끼리 합은 홀수 개일 때만 홀수).
2단계: 5장 중 홀수 카드 수의 가능한 경우 — 홀수 카드 5장, 짝수 카드 4장이므로: 홀1짝4(가능, 짝수카드 4장 전부+홀수1장), 홀3짝2(가능), 홀5짝0(가능, 홀수카드 5장 전부).
3단계: 홀수 카드 1장, 3장, 5장 모두 가능합니다. 각각 확인 — 1장: 합에 홀수 1개 포함→홀수 ✓, 3장: 홀+홀+홀=홀 ✓, 5장: 홀수 5개 합=홀수 ✓.

🧠 풀이 전략: 홀짝 성질(패리티)을 이용합니다. 여러 수의 합이 홀수가 되려면 홀수의 개수가 홀수여야 한다는 핵심 원리를 파악하고, 카드 장수 제한(홀수5장, 짝수4장)에서 가능한 조합을 따집니다.

💡 패리티(홀짝성)는 수학에서 가장 강력한 도구 중 하나입니다. 체스판에서 대각선으로 반대편 모서리 두 개를 잘라내면 도미노로 덮을 수 없다는 유명한 증명도 패리티를 사용합니다!

Q95 비례와 최적화

A 공장은 하루에 상자를 120개 만들고 B 공장은 하루에 80개 만듭니다. 두 공장이 함께 일하면 상자 600개를 며칠 만에 완성할 수 있나요?

①) ① 2일
②) ② 3일
③) ③ 4일
④) ④ 5일

🎯 **정답: ② 3일**

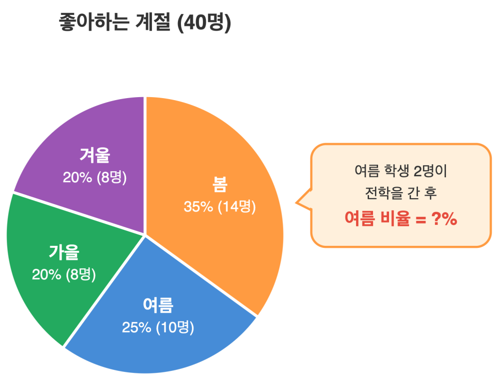
📖 1단계: 두 공장의 하루 생산량 합 = 120 + 80 = 200개입니다.
2단계: 600개를 만드는 데 걸리는 일수 = 600 ÷ 200 = 3일입니다.
3단계: 검증 — A공장 3일: 360개, B공장 3일: 240개, 합계: 600개 ✓

🧠 풀이 전략: 공동 작업 문제는 각각의 작업률(하루 생산량)을 합산한 뒤 전체 양을 나누면 됩니다. 이 문제는 기본적인 공동 작업 문제로, 분수가 아닌 정수로 깔끔하게 떨어지지만 작업률 합산의 개념을 확실히 이해해야 합니다.

💡 실제 공장에서는 두 공장이 함께 일하면 의사소통 비용 때문에 단순 합산보다 약간 느려지는 경우가 많습니다. 이것을 '브룩스의 법칙'이라 합니다!

Q96 통계와 확률 추론

아래 원그래프는 한 학급 40명의 좋아하는 계절 조사 결과입니다. 봄 35%, 여름 25%, 가을 20%, 겨울 나머지. 만약 여름을 좋아하는 학생 중 2명이 전학을 가면, 전체에서 여름을 좋아하는 학생의 비율은 약 몇 %가 되나요? (소수 첫째 자리에서 반올림)



①) ① 약 20%
②) ② 약 21%
③) ③ 약 22%
④) ④ 약 23%

🎯 **정답: ② 약 21%**

📖 1단계: 원래 여름을 좋아하는 학생 수 = 40 × 0.25 = 10명입니다.
2단계: 2명이 전학 가면 여름 학생 = 8명, 전체 학생 = 38명입니다.
3단계: 새 비율 = 8/38 = 4/19 ≈ 0.2105... ≈ 약 21%입니다.
4단계: 함정 분석 — 단순히 25% - 5%(2/40) = 20%로 계산하면 틀립니다. 분모(전체)도 줄어들기 때문입니다.

🧠 풀이 전략: 비율 변화 문제에서 핵심은 분자(해당 항목)와 분모(전체)가 동시에 변한다는 것입니다. 분자만 줄고 분모는 그대로라고 착각하기 쉬운데, 전학으로 전체 인원도 줄어듭니다. 이 '분모 함정'을 놓치지 않아야 합니다.

💡 심슨의 역설이라는 현상이 있습니다. 각 그룹에서는 A가 B보다 비율이 높은데, 전체를 합치면 B가 더 높아지는 놀라운 통계 현상입니다!

Q97 분수 나눗셈 심화

케이크 한 판의 3/5을 8명이 똑같이 나누어 먹으려 합니다. 한 사람이 먹는 케이크의 양은 전체의 얼마인가요?

①) ① 3/40
②) ② 8/15
③) ③ 1/5
④) ④ 3/13

🎯 **정답: ① 3/40**

📖 1단계: 케이크의 3/5을 8명이 나누므로, 한 사람의 몫 = 3/5 ÷ 8입니다.
2단계: 3/5 ÷ 8 = 3/5 × 1/8 = 3/40입니다.
3단계: 검증 — 3/40 × 8 = 24/40 = 3/5 ✓ 8명이 각각 3/40씩 먹으면 합이 3/5이 됩니다.

🧠 풀이 전략: '전체의 일부를 여러 명이 나눈다'는 분수÷자연수 문제입니다. 자연수로 나누는 것은 그 수의 역수를 곱하는 것과 같다는 원리를 적용합니다. 보기 ②는 분자와 분모를 더한 흔한 실수, ④는 분자와 분모+분자를 쓴 실수입니다.

💡 분수 나눗셈의 '뒤집어 곱하기' 규칙은 중세 인도 수학자 브라마굽타가 처음 체계화했습니다. 무려 1400년 전의 아이디어가 지금도 그대로 쓰이고 있어요!

Q98 소수·분수 융합

다음 계산의 결과를 기약분수로 나타내세요: 2.5 × 3/4 - 1.2 ÷ 3/5

①) ① -1/8

②) ② -1/4

③) ③ -1/2

④) ④ -1/16

🎯 **정답: ① -1/8**

📖 1단계: 2.5 × 3/4를 계산합니다. 2.5 = 5/2이므로, 5/2 × 3/4 = 15/8입니다.
2단계: 1.2 ÷ 3/5를 계산합니다. 1.2 = 6/5이므로, 6/5 ÷ 3/5 = 6/5 × 5/3 = 30/15 = 2입니다.
3단계: 15/8 - 2 = 15/8 - 16/8 = -1/8입니다.
4단계: -1/8은 이미 기약분수입니다.

🧠 풀이 전략: 소수와 분수가 섞인 혼합 연산에서는 먼저 소수를 분수로 통일하는 것이 핵심입니다. 곱셈·나눗셈을 먼저 계산하고(사칙연산 순서) 마지막에 뺄셈을 합니다. 결과가 음수가 나올 수 있다는 점에서 함정이 있습니다.

💡 음수의 개념을 처음 사용한 것은 고대 중국의 '구장산술'이라는 수학책입니다. 빨간 막대로 양수를, 검은 막대로 음수를 나타냈다고 합니다!

Q99 수학적 사고와 증명

연속하는 네 자연수의 곱에 1을 더하면 항상 어떤 자연수의 제곱이 됩니다. 예를 들어 $1×2×3×4+1=25=5^2$입니다. 2×3×4×5+1도 제곱수인지 확인하고, 왜 항상 성립하는지 문자식으로 설명하세요.

🎯 **정답: $2×3×4×5+1=121=11^2$. 연속 네 수를 n, n+1, n+2, n+3이라 하면 $n(n+3)(n+1)(n+2)+1 = (n^2+3n)(n^2+3n+2)+1$. $t=n^2+3n$으로 놓으면 $t(t+2)+1=t^2+2t+1=(t+1)^2$이므로 항상 완전제곱수입니다.**

📖 1단계: 2×3×4×5 = 120, 120+1 = 121 = 11^2. 확인 완료!
2단계: 일반화 — 연속 네 수 n(n+1)(n+2)(n+3)을 재배열합니다. $[n(n+3)][(n+1)(n+2)] = (n^2+3n)(n^2+3n+2)$입니다.
3단계: $t = n^2+3n$으로 치환하면 $t(t+2)+1 = t^2+2t+1 = (t+1)^2$입니다.
4단계: 따라서 $n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = (n^2+3n+1)^2$으로 항상 완전제곱수입니다. n=2일 때: 4+6+1 = 11, 11^2 = 121 ✓

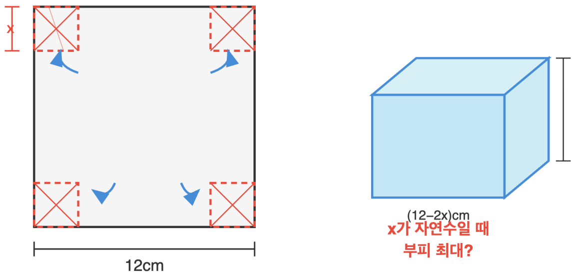
🧠 풀이 전략: '항상 성립한다'는 주장을 증명하려면 구체적 예시 확인 후 문자식으로 일반화해야 합니다. 핵심 기법은 네 수를 양 끝끼리 곱해 이차식으로 정리한 뒤, 치환으로 완전제곱식 형태를 만드는 것입니다. 이것은 대수적 항등식 증명의 기초입니다.

💡 이 성질을 발견한 것은 고대 인도 수학자들입니다. 현대 수학에서는 이를 '소피 제르맹 항등식'과 관련지어 설명하기도 합니다. 간단한 치환 하나로 아름다운 패턴이 드러나는 것이 수학의 매력이죠!

Q100 입체도형 심화

한 변이 12cm인 정사각형 종이의 네 모서리에서 한 변이 xcm인 정사각형을 잘라내고 접어 올려 뚜껑 없는 상자를 만듭니다. 상자의 부피가 최대가 되려면 x는 얼마여야 하나요? (x는 자연수)

p100. 상자 만들기



V = x(12−2x)² (x는 자연수)

①) ① x=1

②) ② x=2

③) ③ x=3

④) ④ x=4

🎯 **정답: ② x=2**

📖 1단계: 상자의 밑면 한 변 = 12-2x(cm), 높이 = x(cm)이므로 부피 $V = x(12-2x)^2$입니다.

2단계: 자연수 x에 대해 각각 계산합니다.

- x=1: $1\times10^2 = 100cm^3$
- x=2: $2\times8^2 = 128cm^3$
- x=3: $3\times6^2 = 108cm^3$
- x=4: $4\times4^2 = 64cm^3$
- x=5: $5\times2^2 = 20cm^3$

3단계: x=2일 때 $128cm^3$으로 최대입니다.

4단계: 참고 — 미적분을 사용하면 실수 범위에서 x=2일 때 최대가 됩니다(dV/dx=0 → x=2). 자연수 조건과 일치합니다.

🧠 풀이 전략: 전개도에서 상자를 만드는 문제는 변수를 설정하고 부피 함수를 세운 뒤, 가능한 값을 대입하여 비교합니다. 자연수 제한이 있으므로 모든 경우를 대입하는 '전수조사' 전략이 확실합니다. x의 범위는 0 < x < 6(양변이 양수)입니다.

💡 이 문제는 미적분학의 유명한 최적화 문제입니다! 고등학교에서 미분을 배우면 12(12-2x)(12-6x)=0을 풀어 x=2를 정확히 구할 수 있습니다. 초등학생도 전수조사로 같은 답을 찾을 수 있다는 것이 멋지죠!

Q101 분수 나눗셈 심화

어떤 수를 3/7로 나누어야 할 것을 잘못하여 3/7을 곱했더니 결과가 9/14가 되었습니다. 원래 계산의 올바른 결과를 구하세요.

①) ① 3/2

②) ② 7/2

③) ③ 21/4

④) ④ 49/6

🎯 **정답: ② 7/2**

📖 1단계: 잘못된 계산에서 어떤 수 구하기. 어떤 수 × 3/7 = 9/14이므로, 어떤 수 = 9/14 ÷ 3/7 = 9/14 × 7/3 = 63/42 = 3/2.
2단계: 올바른 계산 수행. 3/2 ÷ 3/7 = 3/2 × 7/3 = 21/6 = 7/2.
3단계: 검증. 7/2 = 3.5이고, 잘못된 결과 9/14 ≈ 0.643. 나눗셈이 곱셈보다 결과가 훨씬 크므로 합리적.

🧠 풀이 전략: '잘못하여 곱했다' 유형은 역추적 전략을 써야 해. 먼저 잘못된 식에서 원래 수를 구하고, 그 수로 올바른 식을 세우는 2단계 역연산 문제야.

💡 이런 '잘못 계산' 문제는 경시대회 단골 유형으로, 역수의 역수는 자기 자신이라는 성질을 활용해요.

Q102 소수·분수 융합

1/6을 소수로 나타내면 0.1666...입니다. 소수점 아래 첫째 자리부터 100번째 자리까지의 모든 숫자를 더하면 얼마인가요?

①) ① 594

②) ② 595

③) ③ 590

④) ④ 600

🎯 **정답: ② 595**

📖 1단계: 1/6 = 0.1666...에서 소수점 아래 첫째 자리는 1, 둘째 자리부터는 6이 반복.
2단계: 1번째 자리 숫자의 합 = 1. 2번째~100번째 자리는 모두 6이므로 99개.
3단계: 전체 합 = 1 + 6 × 99 = 1 + 594 = 595.

🧠 풀이 전략: 순환소수의 구조를 파악하고 반복 패턴을 이용해 합을 구하는 전략이야. 첫 자리가 순환 부분과 다른지 주의해야 해.

💡 1/6처럼 순환 시작 전에 비순환 부분이 있는 소수를 '혼순환소수'라고 해요.

Q103 비와 비율 추론

소금물 200g에 소금이 30g 녹아 있습니다. 여기에 물 100g을 더 넣으면 농도는 몇 %가 되나요?

①) ① 10%

②) ② 12%

③) ③ 15%

④) ④ 20%

🎯 **정답: ① 10%**

📖 1단계: 처음 소금물의 소금 양 = 30g.
2단계: 물 100g을 추가하면 전체 소금물 = 200 + 100 = 300g. 소금은 여전히 30g.
3단계: 농도 = 30/300 × 100 = 10%.

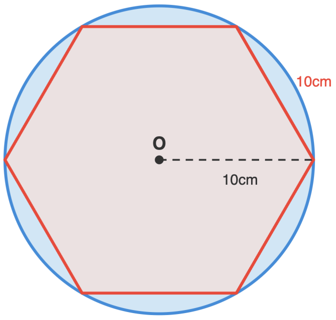
🧠 풀이 전략: 농도 문제는 '소금 양은 변하지 않고 전체 양만 변한다'는 핵심을 파악하는 게 중요해. 물만 넣으면 소금 양은 그대로야.

💡 바닷물의 평균 염도는 약 3.5%로, 이 소금물보다 훨씬 묽답니다.

Q104 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원 안에 가장 큰 정육각형을 그렸습니다. 원의 넓이에서 정육각형의 넓이를 빼면 약 몇 cm^2인가요? ($\pi = 3.14$)

p104. 원에 내접하는 정육각형



①) ① 약 $14.0cm^2$

②) ② 약 $54.6cm^2$

③) ③ 약 $55.2cm^2$

④) ④ 약 $64.0cm^2$

🎯 **정답: ② 약 $54.6cm^2$**

📖 1단계: 원의 넓이 = $\pi \times 10^2 = 3.14 \times 100 = 314cm^2$.

2단계: 원에 내접하는 정육각형의 한 변 = 반지름 = 10cm. 정육각형은 정삼각형 6개로 나뉨. 정삼각형 한 개의 넓이 = $(\sqrt{3}/4) \times 10^2 = 25\sqrt{3} \approx 25 \times 1.732 = 43.3cm^2$.

3단계: 정육각형 넓이 = $6 \times 43.3 = 259.8cm^2$. 차이 = $314 - 259.8 \approx 54.2cm^2$. 보기 중 가장 가까운 약 $54.6cm^2$.

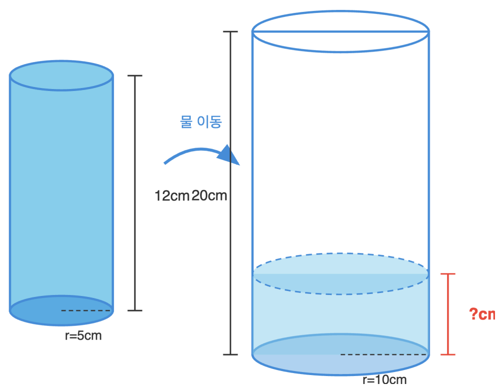
🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정육각형의 한 변이 반지름과 같다는 핵심 성질을 알아야 해. 정육각형을 6개의 정삼각형으로 분해하는 전략을 써.

💡 정육각형이 벌집 모양인 이유는 같은 둘레로 가장 넓은 면적을 채울 수 있는 도형이기 때문이에요.

Q105 입체도형 심화

밑면의 반지름이 5cm이고 높이가 12cm인 원기둥 모양의 컵에 물이 가득 차 있습니다. 이 물을 밑면의 반지름이 10cm이고 높이가 20cm인 원기둥 모양의 통에 옮기면 물의 높이는 몇 cm가 되나요? (π = 3.14)

p105. 물 옮기기



①) ① 2cm

②) ② 3cm

③) ③ 4cm

④) ④ 6cm

🎯 **정답: ② 3cm**

📖 1단계: 작은 컵의 물 부피 = $\pi \times 5^2 \times 12 = \pi \times 25 \times 12 = 300\pi$ cm^3.

2단계: 큰 통에서 물의 높이를 h라 하면, $\pi \times 10^2 \times h = 300\pi$.

3단계: $100\pi h = 300\pi$, h = 3cm. 큰 통의 높이 20cm보다 작으므로 넘치지 않음.

🧠 풀이 전략: 물의 부피가 보존된다는 원리를 이용해. 두 원기둥의 부피 공식을 세우고 등식으로 연결하면 돼. 반지름이 2배면 밑면적은 4배가 되는 점에 주의해야 해.

💡 반지름이 2배가 되면 밑면적은 4배가 되어서, 같은 양의 물이 1/4 높이만 차오릅니다.

Q106 비례와 최적화

어떤 공장에서 기계 A는 하루에 제품 120개를, 기계 B는 하루에 80개를 만듭니다. 두 기계를 함께 가동하면 제품 600개를 만드는 데 며칠이 걸리나요?

①) ① 2일

②) ② 3일

③) ③ 4일

④) ④ 5일

🎯 **정답: ② 3일**

📖 1단계: 두 기계의 하루 생산량 합 = 120 + 80 = 200개.

2단계: 600개 ÷ 200개/일 = 3일.

3단계: 검증. 3일간 A는 360개, B는 240개, 합계 600개. 정확함.

🧠 풀이 전략: 공동 작업 문제에서 각 기계의 단위 시간당 생산량을 합산하는 기본 전략을 써. 이 문제는 정수로 나눠떨어지는지 확인하는 것도 중요해.

💡 이런 문제를 '작업률(rate)' 문제라 하며, 고대 중국 수학서 '구장산술'에도 비슷한 문제가 실려 있어요.

Q107 분수 나눗셈 심화

길이가 7/4 m인 리본을 3/8 m씩 잘라서 선물 포장에 사용하려고 합니다. 리본을 최대 몇 개 만들 수 있고, 남는 리본의 길이는 몇 m인가요?

🎯 **정답: 최대 4개, 남는 리본 1/4 m**

📖 1단계: 7/4 ÷ 3/8 = 7/4 × 8/3 = 56/12 = 14/3 = 4와 2/3.
2단계: 정수 부분이 4이므로 최대 4개를 만들 수 있음.
3단계: 사용한 리본 = 3/8 × 4 = 12/8 = 3/2 m. 남은 리본 = 7/4 - 3/2 = 7/4 - 6/4 = 1/4 m.

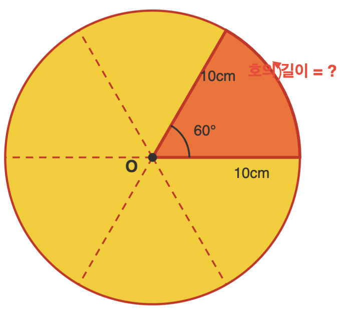
🧠 풀이 전략: 나눗셈의 몫과 나머지를 분수에서 구하는 문제야. 나눗셈 결과의 정수 부분이 만들 수 있는 개수이고, 나머지는 원래 단위로 다시 계산해야 해.

💡 분수의 나머지를 구할 때는 몫의 정수 부분만 취한 뒤, 원래 양에서 (제수 × 정수몫)을 빼면 됩니다.

Q108 원과 원주율 심화

지름이 20cm인 원 모양의 피자를 중심에서 6등분했습니다. 한 조각의 호의 길이(둥근 부분)와 두 직선(반지름) 부분을 합한 한 조각의 전체 둘레는 약 몇 cm인가요? (π = 3.14)

p108. 원의 6등분 – 부채꼴



지름 20cm, 반지름 10cm

①) ① 약 20.5cm
②) ② 약 30.5cm
③) ③ 약 31.4cm
④) ④ 약 40.5cm

🎯 **정답: ② 약 30.5cm**

📖 1단계: 원의 전체 둘레 = π × 20 = 3.14 × 20 = 62.8cm.
2단계: 6등분이므로 한 조각의 호의 길이 = 62.8 ÷ 6 ≈ 10.47cm.
3단계: 한 조각의 전체 둘레 = 호의 길이 + 반지름 × 2 = 10.47 + 10 + 10 = 30.47 ≈ 약 30.5cm.

🧠 풀이 전략: 피자 한 조각의 둘레는 곡선 부분(호)과 직선 부분(반지름 2개)의 합이야. 호의 길이는 전체 둘레를 등분 수로 나누면 돼.

💡 피자 한 조각을 수학에서는 '부채꼴(sector)'이라고 하며, 부채꼴의 호의 길이 공식은 2πr × (중심각/360°)입니다.

Q109 비와 비율 추론

형과 동생의 용돈 비는 5:3입니다. 형이 동생에게 2,000원을 주면 두 사람의 용돈이 같아집니다. 처음에 형의 용돈은 얼마였나요?

①) ① 8,000원

②) ② 10,000원

③) ③ 12,000원

④) ④ 15,000원

🎯 **정답: ② 10,000원**

📖 1단계: 형:동생 = 5:3이므로 형 = 5x, 동생 = 3x로 놓음.
2단계: 형이 2,000원을 주면 형 = 5x - 2000, 동생 = 3x + 2000. 같아지므로 5x - 2000 = 3x + 2000.
3단계: 2x = 4000, x = 2000. 형의 처음 용돈 = 5 × 2000 = 10,000원.

🧠 풀이 전략: 비를 문자로 놓고 조건(같아진다)에서 방정식을 세우는 전략이야. 비의 차이가 이동한 금액의 2배와 같다는 점을 이용할 수도 있어.

💡 비 5:3에서 차이는 2칸인데, 2,000원을 주고받으면 1칸씩 이동하므로 1칸 = 2,000원이라고 바로 알 수 있어요.

Q110 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 구슬 4개, 파란 구슬 3개, 노란 구슬 2개가 있습니다. 구슬을 한 개 꺼낸 후 다시 넣고, 또 한 개를 꺼냅니다. 두 번 모두 같은 색 구슬을 꺼낼 확률은 얼마인가요?

p110. 복원추출 확률

①) ① 29/81

②) ② 1/3

③) ③ 4/9

④) ④ 29/36

🎯 **정답: ① 29/81**

📖 1단계: 전체 구슬 = 4 + 3 + 2 = 9개. 복원추출이므로 매번 9개에서 뽑음.
2단계: 빨-빨 확률 = 4/9 × 4/9 = 16/81. 파-파 확률 = 3/9 × 3/9 = 9/81. 노-노 확률 = 2/9 × 2/9 = 4/81.
3단계: 같은 색 확률 = 16/81 + 9/81 + 4/81 = 29/81.

🧠 풀이 전략: 복원추출에서 '같은 색' 확률은 각 색별로 연속 같은 색이 나올 확률을 구해서 합하는 전략이야. 경우를 나누어 더하는 게 핵심이야.

💡 29/81 ≈ 0.358로, 약 36%의 확률입니다. 직관보다 꽤 높은데, 빨간 구슬이 많아서 빨-빨 확률이 전체를 끌어올리기 때문이에요.

Q111 수학적 사고와 증명

연속하는 두 짝수의 곱은 항상 4의 배수임을 설명하려 합니다. 다음 중 올바른 근거는 무엇인가요?

①) ① 짝수는 2의 배수이므로 두 짝수의 곱은 2+2=4의 배수이다

②) ② 연속하는 두 짝수를 2n, 2n+2라 하면 곱은 $4n^2+4n=4n(n+1)$이므로 4의 배수이다

③) ③ 짝수끼리의 합이 4의 배수이므로 곱도 4의 배수이다

④) ④ 연속하는 두 수의 곱은 항상 짝수이므로 4의 배수이다

🎯 **정답: ② 연속하는 두 짝수를 2n, 2n+2라 하면 곱은 $4n^2+4n=4n(n+1)$이므로 4의 배수이다**

📖 1단계: 연속하는 두 짝수를 2n과 2(n+1) = 2n+2로 표현.

2단계: 곱 = 2n × (2n+2) = 2n × 2(n+1) = 4n(n+1).

3단계: 4n(n+1)은 4 × (자연수)의 형태이므로 항상 4의 배수. 이것이 문자를 사용한 일반적 증명.

오답 분석: ①은 배수의 곱에서 지수는 더해지는 것이 아님(2×2=4가 맞지만 근거가 틀림). ③은 합과 곱을 혼동. ④는 '짝수'와 '4의 배수'를 구별하지 못함.

🧠 풀이 전략: 증명의 근거를 판별하는 문제야. 올바른 수학적 논증인지 판단하려면 문자식으로 일반화하여 인수를 확인하는 전략을 써야 해. 각 보기의 논리적 오류를 찾는 것도 중요해.

💡 수학에서 '항상'이 들어간 명제를 증명할 때는 구체적 예시만으로는 부족하고, 문자를 써서 모든 경우를 한꺼번에 보여야 해요. 이것을 '일반화' 또는 '연역적 증명'이라고 합니다.

Q112 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인가?

①) ① 47개

②) ② 53개

③) ③ 54개

④) ④ 60개

🎯 **정답: ② 53개**

📖 1단계: 3의 배수 개수 = ⌊100÷3⌋ = 33개, 5의 배수 개수 = ⌊100÷5⌋ = 20개.

2단계: 15의 배수(3과 5의 공배수) 개수 = ⌊100÷15⌋ = 6개.

3단계: 포함-배제 원리로 3의 배수 또는 5의 배수 = 33 + 20 − 6 = 47개.

4단계: 전체 100개에서 빼면 100 − 47 = 53개.

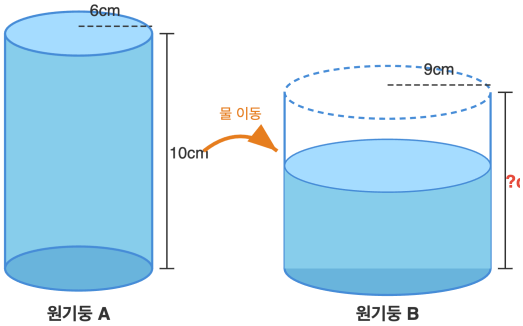
🧠 풀이 전략: 포함-배제 원리를 적용해야 하는 문제야. 두 집합의 합집합 크기를 구한 뒤 전체에서 빼는 여사건 접근법이 핵심이야. 단순히 33+20을 빼면 중복(15의 배수)을 두 번 빼게 되는 함정에 주의해야 해.

💡 포함-배제 원리는 프랑스 수학자 르장드르가 소수 개수를 셀 때 사용한 에라토스테네스의 체와 깊은 관련이 있어!

Q113 입체도형 심화

밑면의 반지름이 6cm이고 높이가 10cm인 원기둥 모양의 그릇에 물이 가득 차 있다. 이 물을 밑면의 반지름이 9cm인 원기둥 모양의 빈 그릇에 모두 부으면, 물의 높이는 몇 cm인가? (원주율 π는 약분 가능)

p113 · 물 옮기기



①) ① 40/9 cm
②) ② 5 cm
③) ③ 20/3 cm
④) ④ 4 cm

🎯 **정답: ① 40/9 cm**
📖 1단계: 작은 원기둥의 물 부피 = $\pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi$ cm^3.
2단계: 큰 원기둥에서 물높이를 h라 하면 $\pi \times 9^2 \times h = 360\pi$.
3단계: $81h = 360$, $h = 360/81 = 40/9 \approx 4.44$cm.
※ 함정: 반지름 비가 6:9 = 2:3이므로 높이가 10×(2/3)=20/3이라 착각하면 ③을 고름. 부피는 반지름의 제곱에 비례!
🧠 풀이 전략: 부피 보존 원리를 이용해야 해. 핵심은 원기둥 부피가 $\pi r^2 h$이므로 반지름이 바뀌면 높이는 반지름의 '제곱'의 역비로 변한다는 점이야. 단순 비례가 아닌 제곱 비례 함정에 주의!

Q114 분수 나눗셈 심화

어떤 수에 3/4을 곱해야 할 것을 잘못하여 3/4으로 나누었더니 결과가 32가 되었다. 원래 계산의 올바른 결과는 얼마인가?

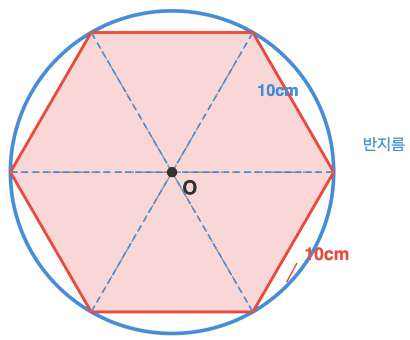
①) ① 12
②) ② 13.5
③) ③ 18
④) ④ 24

🎯 **정답: ③ 18**
📖 1단계: 어떤 수를 x라 하면, 잘못된 계산은 $x \div 3/4 = 32$입니다. $x \div 3/4 = x \times 4/3$이므로 $x \times 4/3 = 32$, 따라서 $x = 32 \times 3/4 = 24$.
2단계: 올바른 계산은 $x \times 3/4 = 24 \times 3/4 = 18$입니다. 따라서 올바른 결과는 18입니다.
🧠 풀이 전략: 역연산으로 원래 수를 먼저 구한 뒤, 올바른 연산을 적용하는 2단계 문제. 나눗셈을 곱셈으로 잘못 적용한 실수 상황을 역추적해야 해.

Q115 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원에 내접하는 정육각형의 넓이는 몇 cm^2인가?

p115 · 원에 내접하는 정육각형



①) ① $150\sqrt{3}$ cm^2

②) ② $200\sqrt{3}$ cm^2

③) ③ $250\sqrt{3}$ cm^2

④) ④ $300\sqrt{3}$ cm^2

🎯 **정답: ① $150\sqrt{3}$ cm^2**

📖 1단계: 원에 내접하는 정육각형의 한 변의 길이 = 반지름 = 10cm.

2단계: 정육각형은 한 변이 10cm인 정삼각형 6개로 나뉜다.

3단계: 정삼각형 한 개의 넓이 = $(\sqrt{3}/4) \times 10^2 = 25\sqrt{3}$ cm^2.

4단계: 정육각형 넓이 = $6 \times 25\sqrt{3} = 150\sqrt{3} \approx 259.8$ cm^2.

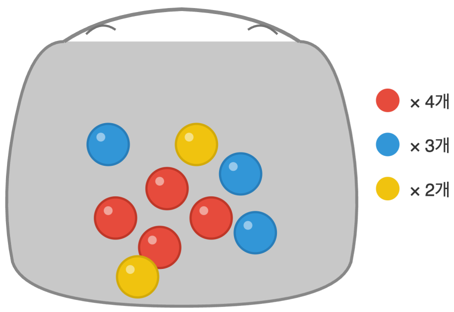
🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정육각형의 핵심 성질(변=반지름)을 알아야 해. 정육각형을 6개의 정삼각형으로 분할하는 전략이 필수야. 정삼각형 넓이 공식 $(\sqrt{3}/4)a^2$을 정확히 적용해야 해.

💡 벌집이 정육각형인 이유는 같은 둘레로 가장 넓은 면적을 만들 수 있는 다각형 타일링이기 때문이야!

Q116 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 구슬 4개, 파란 구슬 3개, 노란 구슬 2개가 들어 있다. 구슬을 하나 꺼낸 뒤 다시 넣지 않고 두 번째 구슬을 꺼낼 때, 두 구슬이 같은 색일 확률은?

p116 · 구슬 꺼내기 확률



두 개를 연속으로 꺼낼 때, 같은 색일 확률은?

①) ① 5/18
②) ② 1/4
③) ③ 2/9
④) ④ 11/36

🎯 **정답: ① 5/18**

📖 1단계: 전체 9개에서 2개를 순서대로 꺼내는 경우의 수 = 9 × 8 = 72.
2단계: 같은 색 — 빨강: 4×3=12, 파랑: 3×2=6, 노랑: 2×1=2. 합계=20.
3단계: 확률 = 20/72 = 5/18.
검증: 조합으로도 — C(4,2)+C(3,2)+C(2,2) = 6+3+1 = 10, 전체 C(9,2)=36. 10/36 = 5/18. ✓

🧠 풀이 전략: 비복원 추출에서 같은 색 확률을 구하는 문제야. 각 색상별로 2개를 뽑는 경우를 따로 세서 더하는 분류 합산 전략을 써야 해. 순열/조합 어느 쪽으로든 풀 수 있어.

Q117 수학적 사고와 증명

$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + 3 + ... + n)^2$이 성립함을 이용하여 $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 20^3$의 값을 구하면?

①) ① 44100
②) ② 41200
③) ③ 38400
④) ④ 46200

🎯 **정답: ① 44100**

📖 1단계: 1+2+3+...+20 = 20×21/2 = 210.
2단계: 주어진 공식에 의해 $1^3+2^3+...+20^3 = 210^2 = 44100$.
3단계: 검증 — $1^3+2^3+3^3 = 1+8+27 = 36 = (1+2+3)^2 = 6^2 = 36$. ✓

🧠 풀이 전략: 세제곱 합 공식 $\Sigma k^3 = (\Sigma k)^2$를 활용하는 문제야. 직접 세제곱을 더하면 엄청 오래 걸리지만, 공식을 알면 자연수의 합만 구하면 돼. 공식의 위력을 체감하는 문제!

💡 이 놀라운 공식은 니코마코스의 정리라 불리며, 고대 그리스 시대부터 알려져 있었어!

Q118 비와 비율 추론

어떤 가게에서 원가에 40%의 이익을 붙여 정가를 매겼다. 이 정가에서 몇 %를 할인해야 원가와 같아지는가?

①) ① 약 28.6%
②) ② 30%
③) ③ 35%
④) ④ 40%

🎯 **정답: ① 약 28.6%**

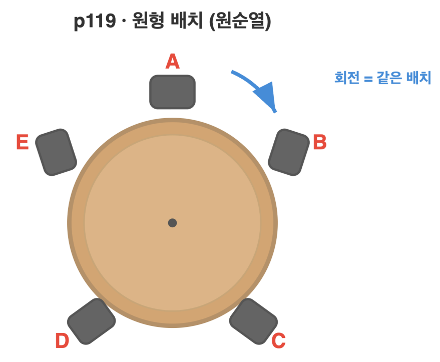
📖 1단계: 원가를 100이라 하면 정가 = 100 × 1.4 = 140.
2단계: 할인율을 x%라 하면 140 × (1 − x/100) = 100.
3단계: 1 − x/100 = 100/140 = 5/7, x/100 = 2/7, x = 200/7 ≈ 28.57%.
※ 함정: 40%를 올렸으니 40%를 빼면 된다고 착각하면 ④를 고르게 됨.

🧠 풀이 전략: 기준이 달라지는 비율 문제야! 이익은 원가 기준이지만 할인은 정가 기준이므로, 같은 금액이라도 퍼센트가 다르다는 핵심을 파악해야 해. 기준 변화 함정이 핵심이야.

💡 이것이 바로 '기준효과'야. 100에서 50% 올리면 150, 여기서 50% 내리면 75로 원래보다 줄어들어!

Q119 논리·경시 퍼즐

A, B, C, D, E 다섯 명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는? (회전하여 같은 배치가 되는 것은 같은 경우로 본다)



5명의 원형 배치: (5-1)! = 24가지

①) ① 24
②) ② 60
③) ③ 120
④) ④ 12

🎯 **정답: ① 24**

📖 1단계: 5명을 일렬로 세우는 경우의 수 = 5! = 120.
2단계: 원탁에서는 회전해서 같은 것을 한 가지로 치므로, 한 사람(예: A)을 고정한다.
3단계: 나머지 4명을 배열하는 경우의 수 = 4! = 24.
∴ 원형 순열 = (n−1)! = 4! = 24.

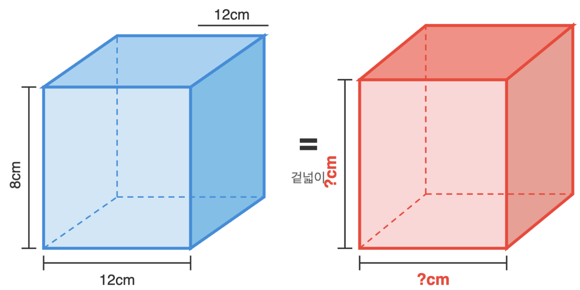
🧠 풀이 전략: 원형 순열 문제야! 일직선 순열(n!)과 달리, 원형에서는 회전 대칭을 고려해 한 사람을 기준점으로 고정하고 나머지를 배열해야 해. (n-1)! 공식의 원리를 이해하는 게 핵심이야.

💡 만약 뒤집기(거울 대칭)까지 같다고 보면 24÷2=12가 되는데, 이건 '목걸이 순열'이라고 불러!

Q120 입체도형 심화

밑면이 한 변 12cm인 정사각형이고 높이가 8cm인 직육면체의 겉넓이와 같은 겉넓이를 가지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하면? (소수 첫째 자리까지)

p120 · 겉넓이가 같은 직육면체와 정육면체



①) ① 9.8cm

②) ② 10.2cm

③) ③ 10.6cm

④) ④ 11.0cm

🎯 **정답: ③ 10.6cm**

📖 1단계: 직육면체 겉넓이 = $2(12\times12 + 12\times8 + 12\times8) = 2(144 + 96 + 96) = 2 \times 336 = 672$ cm².

2단계: 정육면체의 한 변을 a라 하면 겉넓이 = $6a^2 = 672$.

3단계: $a^2 = 112$, $a = \sqrt{112} = 4\sqrt{7} \approx 4 \times 2.6458 = 10.583 \approx 10.6$cm.

🧠 풀이 전략: 두 입체의 겉넓이 공식을 각각 세운 뒤 등식으로 연결하여 미지수를 구하는 문제야. 직육면체 겉넓이를 정확히 계산하고, 제곱근을 어림하는 능력이 필요해.

💡 같은 겉넓이일 때 정육면체가 직육면체보다 부피가 항상 더 크거나 같아. 이걸 '등주부등식'의 입체 버전이라 해!

📝 초6 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q121 비례와 최적화

A 도시에서 B 도시까지 240km이다. 자동차가 처음 절반 거리는 시속 80km로, 나머지 절반 거리는 시속 60km로 달렸다. 전체 구간의 평균 속력은 시속 몇 km인가?

①) ① 68 km/h

②) ② 약 68.6 km/h

③) ③ 70 km/h

④) ④ 약 72 km/h

🎯 **정답: ② 약 68.6 km/h**

📖 1단계: 전반 120km를 시속 80km로 → 소요 시간 = 120/80 = 1.5시간.

2단계: 후반 120km를 시속 60km로 → 소요 시간 = 120/60 = 2시간.

3단계: 총 거리 240km, 총 시간 3.5시간. 평균 속력 = 240/3.5 = 480/7 ≈ 68.57 km/h.

※ 함정: (80+60)÷2 = 70으로 단순 평균을 내면 ③을 고르게 됨. 거리가 같을 때 평균 속력은 조화평균!

🧠 풀이 전략: 평균 속력은 산술평균이 아니라 '총 거리 ÷ 총 시간'이야! 거리가 같을 때는 조화평균 2ab/(a+b)을 쓸 수 있어. 단순 평균 함정에 빠지지 않도록 주의해야 해.

💡 거리가 같을 때의 평균 속력은 항상 조화평균이고, 이는 산술평균보다 항상 작아! 2×80×60/(80+60) = 9600/140 = 480/7 ≈ 68.6.

Q122 소수·분수 융합

어떤 순환소수 $0:\dot{1}\dot{8}$(=0.181818…)을 기약분수로 나타내면 a/b입니다. 같은 방법으로 $0:\dot{2}\dot{7}$을 기약분수로 나타낸 분자와 분모의 합에서 a+b의 값을 빼면 얼마입니까?

①) ① 1

②) ② 2

③) ③ 3

④) ④ 4

🎯 **정답: ① 1**

📖 1단계: 0.181818…=18/99=2/11이므로 a=2, b=11, a+b=13입니다.

2단계: 0.272727…=27/99=3/11이므로 분자와 분모의 합은 3+11=14입니다.

3단계: 14−13=1입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수를 분수로 바꾸는 공식(순환마디/9의 반복)을 적용한 뒤 약분하여 기약분수를 만들고, 두 결과를 비교하는 전략입니다.

💡 모든 순환소수는 반드시 분수로 나타낼 수 있어요. 반대로, 분수는 반드시 유한소수이거나 순환소수입니다!

Q123 비례와 최적화

한 공장에서 A 기계는 하루에 장난감 120개, B 기계는 하루에 80개를 만듭니다. 가동비는 A 기계가 하루 15만 원, B 기계가 하루 8만 원입니다. 두 기계를 가동하여 정확히 1000개를 만들려고 합니다. 각 기계는 하루 단위로 가동하며 가동한 날수만큼 비용이 듭니다. 총 가동비를 최소로 하려면 A, B 기계를 각각 며칠씩 가동해야 하고, 그때의 총 비용은 얼마입니까?

🎯 **정답: A 기계 1일, B 기계 11일 가동(작업 기간 11일), 총 비용 103만 원**

📖 1단계: A를 a일, B를 b일 가동한다고 하면 생산량 조건은 120a+80b=1000, 양변을 40으로 나누면 3a+2b=25입니다.
2단계: a, b가 음이 아닌 정수인 해는 (a,b)=(1,11),(3,8),(5,5),(7,2)입니다.
3단계: 각 경우의 총 비용을 계산하면 (1,11)→15×1+8×11=103만 원, (3,8)→15×3+8×8=109만 원, (5,5)→15×5+8×5=115만 원, (7,2)→15×7+8×2=121만 원입니다.
4단계: 따라서 A 기계를 1일, B 기계를 11일 가동할 때 총 비용이 103만 원으로 가장 적으며, 작업 기간은 11일입니다.

🧠 풀이 전략: 각 기계의 일률(하루 생산량)을 합산하여 공동 작업 기간을 구하고, 단독 사용 시나리오와 비교하여 비용 최적해를 찾는 전략입니다.

💡 실제 공장에서는 '선형계획법'이라는 수학을 써서 기계 배분을 최적화한답니다!

Q124 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개입니까? (포함-배제의 원리를 사용하세요)

①) ① 45개
②) ② 47개
③) ③ 53개
④) ④ 60개

🎯 **정답: ② 47개**

📖 1단계: 3의 배수의 개수: ⌊100÷3⌋=33개
2단계: 5의 배수의 개수: ⌊100÷5⌋=20개
3단계: 15의 배수(3과 5의 공배수)의 개수: ⌊100÷15⌋=6개
4단계: 포함-배제 원리로 33+20−6=47개

🧠 풀이 전략: 두 집합의 합집합 원소 수를 구할 때, 단순히 더하면 교집합이 중복 계산되므로 포함-배제 원리(|A∪B|=|A|+|B|−|A∩B|)를 적용합니다.

💡 이 문제는 유명한 'FizzBuzz' 프로그래밍 문제와 같은 원리예요. 프로그래머 면접에서도 자주 나온답니다!

Q125 수학적 사고와 증명

연속하는 두 짝수의 곱은 항상 4의 배수임을 설명하려 합니다. 다음 중 올바른 증명 방법은 어느 것입니까?

(가) 2×4=8, 4×6=24, 6×8=48 → 모두 4의 배수이므로 항상 성립
(나) 연속하는 두 짝수를 2n, 2n+2로 놓으면 2n×(2n+2)=4n(n+1)이므로 항상 4의 배수
(다) 짝수는 2의 배수이므로 짝수×짝수=4의 배수
(라) 큰 수에서도 성립하므로 항상 참

①) ① (가)
②) ② (나)
③) ③ (다)
④) ④ (라)

🎯 **정답: ② (나)**
📖 1단계: (가)는 몇 가지 예시만 확인한 것으로, 귀납적 일반화의 오류입니다. 모든 경우를 확인하지 못합니다.
2단계: (나)는 임의의 짝수를 2n으로 표현하고, 다음 짝수 2n+2와의 곱 2n(2n+2)=4n(n+1)로 변환하여 4가 인수임을 보였으므로 올바른 증명입니다.
3단계: (다)는 '연속하는'이라는 조건을 무시했고, 짝수×짝수가 항상 4의 배수인 것은 맞지만 논증 과정이 불완전합니다. (라)는 큰 수 확인만으로는 증명이 되지 않습니다.
🧠 풀이 전략: 수학적 증명에서는 '모든 경우'를 포괄하는 일반적 표현(문자식)이 필요합니다. 예시 나열은 증명이 아니며, 문자를 사용한 연역적 논증이 올바른 방법임을 판별하는 전략입니다.
💡 수학에서 '모든'에 대한 증명은 예시 100만 개보다 문자 하나로 된 식이 더 강력해요!

Q126 분수 나눗셈 심화

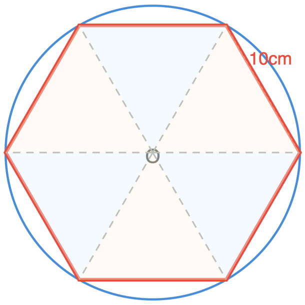
어떤 수를 3/4으로 나누었더니 2와 2/3이 되었습니다. 어떤 수를 구한 뒤, 그 수를 다시 2/3으로 나누면 얼마입니까?

①) ① 2
②) ② 3
③) ③ 4
④) ④ 5

🎯 **정답: ② 3**
📖 1단계: □÷3/4=2와 2/3=8/3이므로, □=8/3×3/4=8/4=2입니다.
2단계: 어떤 수는 2입니다.
3단계: 2÷2/3=2×3/2=3
🧠 풀이 전략: '÷분수=결과'에서 원래 수를 구하려면 '결과×나눈 분수'를 계산하는 역연산 전략을 쓰고, 구한 수로 다시 분수 나눗셈을 수행합니다.
💡 분수로 나누는 것은 역수를 곱하는 것과 같아요. 이 원리를 알면 분수 나눗셈이 훨씬 쉬워집니다!

Q127 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원에 내접하는 정육각형의 넓이를 구하세요. (정육각형은 6개의 정삼각형으로 나뉩니다. 정삼각형의 넓이 공식: 한 변의 길이가 a일 때 $(\sqrt{3}/4)\times a^2$)



정육각형 넓이 = ?

①) ① $150\sqrt{3}$ cm²

②) ② $200\sqrt{3}$ cm²

③) ③ $250\sqrt{3}$ cm²

④) ④ $300\sqrt{3}$ cm²

🎯 **정답: ① $150\sqrt{3}$ cm²**

📖 1단계: 원에 내접하는 정육각형의 한 변의 길이는 반지름과 같으므로 10cm입니다.

2단계: 정육각형은 한 변이 10cm인 정삼각형 6개로 나뉩니다.

3단계: 정삼각형 하나의 넓이 $=(\sqrt{3}/4)\times 10^2=25\sqrt{3}$ cm²

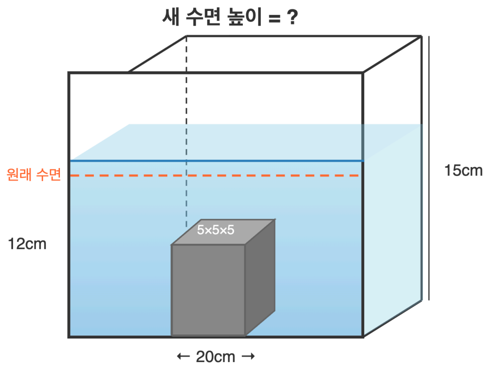
4단계: 정육각형 넓이 $=6\times 25\sqrt{3}=150\sqrt{3}$ cm² ≈ 259.8 cm²

🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정육각형의 핵심 성질(한 변=반지름)을 이용하고, 정육각형을 6개의 정삼각형으로 분할하여 넓이를 구하는 전략입니다.

💡 벌집이 정육각형인 이유는 같은 둘레로 가장 넓은 면적을 만들 수 있는 도형이기 때문이에요!

Q128 입체도형 심화

밑면의 가로가 20cm, 세로가 15cm, 높이가 12cm인 직육면체 모양 수조에 물이 높이 8cm까지 차 있습니다. 여기에 한 변의 길이가 5cm인 정육면체 쇠공을 완전히 물에 잠기도록 넣었을 때, 수면의 높이는 몇 cm가 됩니까? (쇠공은 바닥에 가라앉습니다)



①) ① 8.2cm

②) ② 8.3cm

③) ③ 약 8.42cm

④) ④ 8.5cm

🎯 **정답: ③ 약 8.42cm**

📖 1단계: 원래 물의 부피=20×15×8=2400cm³

2단계: 정육면체 쇠공의 부피=5³=125cm³

3단계: 쇠공이 잠기면 쇠공이 차지하는 공간만큼 수면이 올라갑니다. 수조 밑면적=20×15=300cm². 수면 상승분 =125÷300=5/12≈0.417cm

4단계: 새 수면 높이=8+5/12=8과 5/12≈8.42cm

🧠 풀이 전략: 아르키메데스의 원리를 적용합니다. 물에 잠긴 물체의 부피만큼 물이 밀려 올라가므로, 쇠공의 부피를 수조의 밑면적으로 나누면 수면 상승 높이를 구할 수 있습니다.

💡 아르키메데스는 목욕탕에서 물이 넘치는 것을 보고 부력의 원리를 발견했다고 해요. '유레카!'라고 외쳤다는 유명한 일화가 있죠!

Q129 소수·분수 융합

0.125를 분수로 바꾸면 a/b(기약분수)이고, 0.375를 분수로 바꾸면 c/d(기약분수)입니다. (a/b)÷(c/d)의 값은 얼마입니까?

①) ① 1/4

②) ② 1/3

③) ③ 3/8

④) ④ 1/2

🎯 **정답: ② 1/3**

📖 1단계: 0.125=125/1000=1/8 (a=1, b=8)

2단계: 0.375=375/1000=3/8 (c=3, d=8)

3단계: (1/8)÷(3/8)=(1/8)×(8/3)=8/24=1/3

🧠 풀이 전략: 소수를 분수로 변환한 뒤 약분하여 기약분수를 만들고, 분수 나눗셈(역수 곱셈)을 수행하는 복합 전략입니다.

💡 0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625, 0.75, 0.875는 모두 8분의 1 단위예요. 컴퓨터의 2진수와 관련이 깊답니다!

Q130 논리·경시 퍼즐

서로 다른 색의 모자가 빨강, 파랑, 노랑 3개 있고, A, B, C 세 사람이 하나씩 씁니다. 다음 조건을 모두 만족할 때, 각 사람의 모자 색은?

조건1: A는 빨간 모자를 쓰지 않았다.
조건2: B는 빨간 모자도 노란 모자도 쓰지 않았다.
조건3: C는 노란 모자를 쓰지 않았다.

①) ① A-파랑, B-빨강, C-노랑
②) ② A-노랑, B-파랑, C-빨강
③) ③ A-빨강, B-파랑, C-노랑
④) ④ A-파랑, B-노랑, C-빨강

🎯 **정답: ② A-노랑, B-파랑, C-빨강**

📖 1단계: 조건2에서 B는 빨강×, 노랑×이므로 B=파랑(확정)
2단계: 조건1에서 A는 빨강×, 그리고 파랑은 B가 씀 → A=노랑
3단계: 남은 C=빨강. 조건3 확인: C는 노랑×인데 빨강이므로 조건 만족 ✓

🧠 풀이 전략: 가장 제약이 많은 사람(B)부터 확정하고, 나머지를 소거법으로 결정하는 논리 퍼즐 전략입니다.

💡 이런 논리 퍼즐을 '제약 만족 문제(CSP)'라고 해요. 컴퓨터 과학에서 스도쿠, 시간표 짜기 등에 같은 원리를 사용합니다!

Q131 수학적 사고와 증명

1+2+3+…+n = n(n+1)/2 공식을 이용하여, 1부터 50까지의 합에서 1부터 30까지의 합을 빼면 얼마인지 구하고, 이것이 31+32+…+50의 합과 같음을 설명하세요.

🎯 **정답: 810**

📖 1단계: 1부터 50까지의 합=50×51/2=1275
2단계: 1부터 30까지의 합=30×31/2=465
3단계: 차이=1275−465=810
4단계: 이것이 31+32+…+50과 같은 이유: 1부터 50까지의 합은 (1+2+…+30)+(31+32+…+50)으로 나눌 수 있으므로, 전체에서 앞부분을 빼면 자연스럽게 뒷부분(31~50)만 남습니다. 이는 집합의 차 원리와 같습니다.

🧠 풀이 전략: 가우스 합 공식을 활용하되, 부분합의 차가 구간합과 같음을 논리적으로 설명하는 전략입니다. 수식으로 증명하고 직관적 의미를 부여합니다.

💡 가우스는 10살 때 1부터 100까지의 합을 순식간에 구했다고 해요. 선생님이 시간 벌려고 낸 문제를 바로 풀어버린 거죠! 답은 5050입니다.

Q132 소수·분수 융합

0.\overline{27}을 분수로 바꾼 것을 A, 0.2\overline{7}을 분수로 바꾼 것을 B라 할 때, B – A의 값을 기약분수로 구하시오.

①) ① 1/198

②) ② 1/90

③) ③ 1/55

④) ④ 1/30

🎯 **정답: ① 1/198**

📖 1단계: 0.\overline{27}=27/99=3/11이므로 A=3/11입니다.
2단계: 0.2\overline{7}=0.2777...에서 x=0.2777...로 놓으면 100x−10x=27.777...−2.777...=25, 90x=25, x=25/90=5/18이므로 B=5/18입니다.
3단계: B−A=5/18−3/11=55/198−54/198=1/198이고, 1과 198의 최대공약수가 1이므로 1/198이 기약분수입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수를 분수로 변환하는 공식(순환마디/9의 반복)을 적용한 뒤, 통분하여 뺄셈하는 전략. 약분 가능 여부를 반드시 확인해야 한다.

💡 순환소수 0.\overline{142857}은 1/7과 같아요. 142857은 '순환수(cyclic number)'로 불리며, 2~6을 곱하면 같은 숫자가 순서만 바뀌어요!

Q133 소수·분수 융합

어떤 분수의 분자에 3을 더하면 2/3이 되고, 분모에 3을 더하면 1/2이 됩니다. 원래 분수를 구하시오.

①) ① 5/9

②) ② 7/11

③) ③ 3/7

④) ④ 5/11

🎯 **정답: ① 5/9**

📖 1단계: 원래 분수를 a/b라 하면, (a+3)/b = 2/3이므로 3(a+3)=2b → 3a+9=2b … ①
2단계: a/(b+3) = 1/2이므로 2a=b+3 → b=2a−3 … ②
3단계: ②를 ①에 대입: 3a+9=2(2a−3) → 3a+9=4a−6 → a=15 … 재확인: a=15이면 b=2(15)−3=27. (15+3)/27=18/27=2/3 ✓, 15/(27+3)=15/30=1/2 ✓. 하지만 15/27=5/9.
따라서 원래 분수는 15/27 = 5/9.

🧠 풀이 전략: 미지수 2개(분자, 분모)에 대한 연립방정식을 세우는 전략. 조건 2개를 식으로 바꾸고 대입법으로 풀어야 한다.

💡 고대 이집트에서는 분자가 항상 1인 '단위분수'만 사용했어요. 2/3은 예외적으로 허용된 유일한 분수였답니다!

Q134 비와 비율 추론

소금물 A는 300g에 소금이 12g, 소금물 B는 200g에 소금이 18g 들어있습니다. 두 소금물을 모두 섞은 후, 물을 증발시켜 총 무게를 400g으로 만들면 농도는 몇 %가 됩니까?

①) ① 6%

②) ② 7%

③) ③ 7.5%

④) ④ 8%

🎯 **정답: ③ 7.5%**

📖 1단계: 소금의 총량 = 12 + 18 = 30g.
2단계: 섞은 소금물의 총량 = 300 + 200 = 500g. 물을 증발시켜 400g으로 만들어도 소금은 증발하지 않으므로 소금은 여전히 30g.
3단계: 농도 = 30/400 × 100 = 7.5%.
함정: 각 소금물의 농도(4%와 9%)의 평균 6.5%로 답하면 틀립니다. 증발 후 총량이 바뀌므로 반드시 소금 총량 기준으로 다시 계산해야 합니다.

🧠 풀이 전략: 농도 문제는 '소금의 양은 변하지 않는다'는 핵심 원리를 파악하는 것이 관건. 증발은 물만 날아가므로 소금 총량을 먼저 구한 뒤, 변한 전체 무게로 나누는 전략.

💡 사해(Dead Sea)의 염도는 약 34%로 일반 바다(3.5%)의 10배예요. 사람이 물에 뜨는 이유가 바로 이 높은 농도 때문이죠!

Q135 비와 비율 추론

어떤 물건의 가격이 월요일에 25% 올랐고, 화요일에 20% 내렸습니다. 원래 가격 대비 최종 가격은 어떻게 변했습니까?

①) ① 5% 올랐다

②) ② 변함없다

③) ③ 5% 내렸다

④) ④ 없음: 정확히 다른 비율이다

🎯 **정답: ② 변함없다**

📖 1단계: 원래 가격을 100이라 하면, 25% 인상 후 → 100 × 1.25 = 125.
2단계: 125에서 20% 할인 → 125 × 0.8 = 100.
3단계: 최종 가격 100이 원래 가격 100과 같으므로 가격은 변함없습니다. (1.25 × 0.8 = 1.0이므로 인상과 할인이 정확히 상쇄됩니다.)

🧠 풀이 전략: 비율의 곱셈 원리를 이해하는 전략. 인상과 할인의 기준이 다르므로(인상은 원래 가격 기준, 할인은 인상된 가격 기준) 단순 덧셈뺄셈이 아닌 곱셈으로 계산해야 한다. 1.25 × 0.8의 결과가 핵심.

💡 이 문제의 핵심은 '기준이 달라진다'는 것! 25%와 20%가 상쇄될 것 같지만, 실제로는 1.25 × 0.8 = 1.0으로 우연히 같아져요. 만약 30% 인상 후 30% 할인이면? 0.91로 9% 손해!

Q136 비례와 최적화

A, B, C 세 사람이 용돈을 2:3:5의 비로 나누어 가집니다. C가 B보다 12,000원 더 많이 받았다면, A가 받은 금액은 얼마입니까?

①) ① 8,000원

②) ② 10,000원

③) ③ 12,000원

④) ④ 15,000원

🎯 **정답: ③ 12,000원**

📖 1단계: 비 2:3:5에서 C−B에 해당하는 비의 차이 = 5−3 = 2.
2단계: 비 2가 12,000원에 해당하므로, 비 1 = 6,000원.
3단계: A의 비 = 2이므로, A = 2 × 6,000 = 12,000원.
검증: B = 3 × 6,000 = 18,000원, C = 5 × 6,000 = 30,000원. C−B = 12,000원 ✓. 총합 = 60,000원.

🧠 풀이 전략: 비례배분 문제에서 '차이'가 주어졌을 때, 비의 차이로 단위량을 먼저 구하는 전략. 전체 금액이 아닌 두 사람의 차이에서 출발하는 것이 핵심.

💡 비례배분은 고대 로마에서 군인들에게 전리품을 나눌 때도 사용했어요. 계급에 따라 비율이 달랐답니다!

Q137 비례와 최적화

자동차 A는 시속 60km, 자동차 B는 시속 80km로 같은 방향으로 동시에 출발합니다. A가 B보다 40km 앞에서 출발했다면, B가 A를 따라잡는 데 걸리는 시간은?

①) ① 1시간

②) ② 1시간 30분

③) ③ 2시간

④) ④ 2시간 30분

🎯 **정답: ③ 2시간**

📖 1단계: B가 A보다 빠른 속력의 차이 = 80 − 60 = 20km/h.
2단계: A가 40km 앞에 있으므로, B가 이 거리를 줄이는 데 걸리는 시간 = 40 ÷ 20 = 2시간.
3단계: 검증 — 2시간 후 A의 위치: 40 + 60×2 = 160km, B의 위치: 80×2 = 160km. 같은 위치 ✓.

🧠 풀이 전략: 추적(따라잡기) 문제는 '속력의 차이'로 '거리 차이'를 나누는 전략. 같은 방향이면 속력을 빼고, 반대 방향이면 더한다는 원리를 적용.

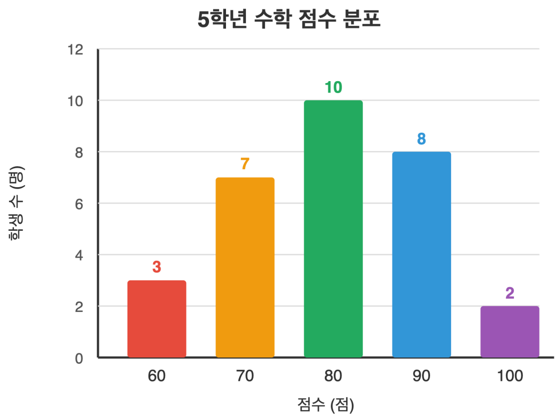
💡 이런 '추적 문제'는 그리스 철학자 제논의 '아킬레우스와 거북이' 역설에서 유래했어요. 수학적으로는 유한한 시간에 따라잡지만, 제논은 무한히 나누어 역설을 만들었죠!

Q138 통계와 확률 추론

아래 막대그래프는 5학년 학생 30명의 수학 점수 분포를 나타냅니다.

60점: 3명, 70점: 7명, 80점: 10명, 90점: 8명, 100점: 2명

이 데이터의 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구한 후, 세 값의 크기를 비교하시오.



①) ① 평균 > 중앙값 > 최빈값

②) ② 최빈값 > 중앙값 > 평균

③) ③ 평균 > 중앙값 = 최빈값

④) ④ 평균 < 중앙값 = 최빈값

🎯 **정답: ④ 평균 < 중앙값 = 최빈값**

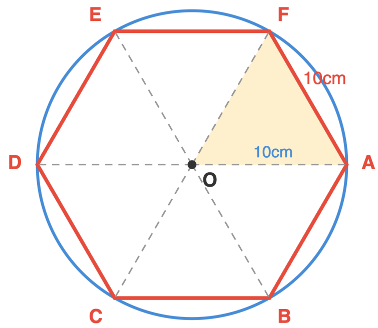
📖 1단계: 평균 = (60×3 + 70×7 + 80×10 + 90×8 + 100×2) ÷ 30 = (180+490+800+720+200) ÷ 30 = 2390 ÷ 30 ≈ 79.67점.
2단계: 중앙값 — 30명이므로 15번째와 16번째 값의 평균. 누적: 60점까지 3명, 70점까지 10명, 80점까지 20명. 15번째, 16번째 모두 80점 구간. 중앙값 = 80점.
3단계: 최빈값 — 가장 많은 학생이 받은 점수 = 80점(10명).
4단계: 비교 — 평균(≈79.67) < 중앙값(80) = 최빈값(80).

🧠 풀이 전략: 대표값 3가지를 각각 구하는 전략. 평균은 전체 합÷개수, 중앙값은 순서대로 나열하여 가운데 값, 최빈값은 가장 빈도가 높은 값. 왼쪽으로 꼬리가 긴 분포(왼쪽 치우침)에서는 평균 < 중앙값 ≤ 최빈값이 된다는 점을 이해해야 한다.

💡 평균, 중앙값, 최빈값이 모두 같으면 '정규분포'에 가까워요. 세 값의 관계를 보면 데이터가 어느 쪽으로 치우쳤는지 알 수 있답니다!

Q139 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원에 내접하는 정육각형의 넓이를 구하시오. (단, $\sqrt{3} \approx 1.73$으로 계산)



넓이 = ?

①) ① $150\sqrt{3}$ cm² ≈ 259.5cm²

②) ② $200\sqrt{3}$ cm² ≈ 346cm²

③) ③ $100\sqrt{3}$ cm² ≈ 173cm²

④) ④ $250\sqrt{3}$ cm² ≈ 432.5cm²

🎯 **정답: ① $150\sqrt{3}$ cm² ≈ 259.5cm²**

📖 1단계: 원에 내접하는 정육각형의 한 변의 길이 = 반지름 = 10cm (정육각형의 성질).

2단계: 정육각형은 한 변이 10cm인 정삼각형 6개로 나뉨. 정삼각형 하나의 넓이 = $(\sqrt{3}/4) \times 10^2 = 25\sqrt{3}$ cm².

3단계: 정육각형 넓이 = $6 \times 25\sqrt{3} = 150\sqrt{3} \approx 150 \times 1.73 = 259.5$cm².

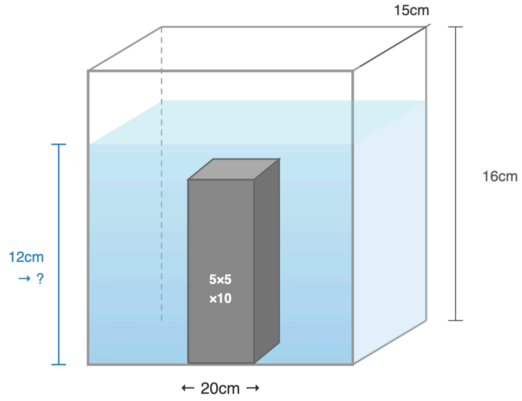
함정: 정사각형과 혼동하여 변×변으로 구하면 틀립니다.

🧠 풀이 전략: 정육각형을 정삼각형 6개로 분할하는 전략. 원에 내접하는 정육각형의 핵심 성질(한 변 = 반지름)을 알아야 하고, 정삼각형 넓이 공식 $(\sqrt{3}/4) \times a^2$을 활용해야 한다.

💡 벌집이 정육각형인 이유는 같은 둘레로 가장 넓은 면적을 만들 수 있는 정다각형 배열이기 때문이에요. 이를 '벌집 추측'이라 하며, 1999년에야 수학적으로 증명되었답니다!

Q140 입체도형 심화

밑면의 가로 20cm, 세로 15cm인 직육면체 모양의 수조에 물이 높이 12cm까지 차 있습니다. 여기에 가로 5cm, 세로 5cm, 높이 10cm인 쇠막대를 세로로 세워서 완전히 물에 넣으면, 수면의 높이는 몇 cm 올라갑니까?



①) ① 약 0.83cm

②) ② 약 0.91cm

③) ③ 약 1cm

④) ④ 약 1.2cm

🎯 **정답: ① 약 0.83cm**

📖 1단계: 쇠막대의 부피 = 5 × 5 × 10 = 250cm³.

2단계: 수조의 밑면적 = 20 × 15 = 300cm². 쇠막대를 넣으면 쇠막대가 차지하는 밑면적 = 5 × 5 = 25cm². 물이 차지할 수 있는 밑면적 = 300 − 25 = 275cm².

3단계: 원래 물의 부피 = 300 × 12 = 3600cm³. 쇠막대를 넣은 후, 물의 부피는 변하지 않지만 밑면적이 바뀌므로: 쇠막대 높이(10cm)까지는 밑면적 275cm², 그 위는 300cm².

4단계: 10cm 높이까지 물+쇠막대 용량 = 275 × 10 = 2750cm³(물 부분). 남은 물 = 3600 − 2750 = 850cm³. 10cm 위 수면 높이 = 850 ÷ 300 ≈ 2.83cm. 총 수면 높이 = 10 + 2.83 = 12.83cm. 올라간 높이 = 12.83 − 12 = 0.83cm.

🧠 풀이 전략: 물체를 넣었을 때 수면 상승 문제는 '물의 부피 보존'이 핵심. 단, 쇠막대가 물보다 낮을 수 있으므로 쇠막대 높이를 기준으로 구간을 나누어 계산하는 전략이 필요하다.

💡 아르키메데스가 왕관의 진위를 판별한 방법이 바로 이 원리예요! 물에 넣어 올라간 물의 부피 = 물체의 부피라는 것을 발견했죠.

Q141 논리·경시 퍼즐

13명의 학생이 각각 빨강, 파랑 중 하나의 모자를 쓰고 있습니다. 빨간 모자를 쓴 학생 중 아무나 한 명을 뽑아도, 그 학생과 같은 색 모자를 쓴 학생이 반드시 6명 이상 더 있으려면, 빨간 모자를 쓴 학생은 최소 몇 명이어야 합니까?

①) ① 6명
②) ② 7명
③) ③ 8명
④) ④ 13명

🎯 **정답: ② 7명**

📖 1단계: '빨간 모자를 쓴 학생 중 아무나 한 명을 뽑아도 같은 색 모자가 6명 이상 더 있다'는 조건을 해석합니다. 한 명을 뽑았을 때 나머지 빨간 모자가 6명 이상이어야 합니다.
2단계: 뽑은 1명 + 나머지 6명 이상 = 최소 7명.
3단계: 따라서 빨간 모자 학생이 7명이면, 아무나 한 명을 뽑아도 나머지 6명이 같은 색이므로 조건을 만족합니다. 6명이면 한 명을 뽑으면 나머지가 5명뿐이므로 조건 불만족.
따라서 최소 7명.

🧠 풀이 전략: 비둘기집 원리의 응용 문제. '아무나 뽑아도'라는 최악의 경우를 고려하는 전략. 조건을 부등식으로 바꾸어 최솟값을 구한다: $n-1 \geq 6$, 즉 $n \geq 7$.

💡 비둘기집 원리는 단순하지만 강력해요. '서울에 머리카락 수가 정확히 같은 사람이 반드시 2명 이상 있다'는 것도 이 원리로 증명할 수 있답니다!

Q142 수학적 사고와 증명

1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개입니까? 풀이 과정에서 어떤 원리를 사용했는지 설명하시오.

①) ① 40개
②) ② 46개
③) ③ 47개
④) ④ 53개

🎯 **정답: ③ 47개**

📖 1단계: 3의 배수의 개수 = $\lfloor 100/3 \rfloor = 33$개.
2단계: 5의 배수의 개수 = $\lfloor 100/5 \rfloor = 20$개.
3단계: 3과 5의 공배수(15의 배수)의 개수 = $\lfloor 100/15 \rfloor = 6$개.
4단계: 포함-배제 원리 적용: $33 + 20 - 6 = 47$개.
원리 설명: 3의 배수와 5의 배수를 단순히 더하면 15의 배수를 두 번 세게 됩니다(중복). 포함-배제 원리에 의해 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$로 중복을 빼야 정확한 개수를 구할 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 포함-배제(Inclusion-Exclusion) 원리를 적용하는 전략. 두 집합의 합집합 크기를 구할 때 교집합(공배수)의 중복을 제거해야 한다. 먼저 각 배수의 개수를 구하고, 공배수를 빼는 3단계 과정.

💡 이 문제는 유명한 프로그래밍 면접 문제 'FizzBuzz'와 같은 구조예요! 3의 배수면 Fizz, 5의 배수면 Buzz, 둘 다면 FizzBuzz를 출력하는 문제랍니다.

Q143 분수 나눗셈 심화

어떤 분수 A를 3/7로 나누면 14/9가 됩니다. 이 분수 A를 7/3으로 나누면 얼마가 되는지 구하세요.

①) ① 2/7

②) ② 2/3

③) ③ 6/49

④) ④ 18/49

🎯 **정답: ① 2/7**

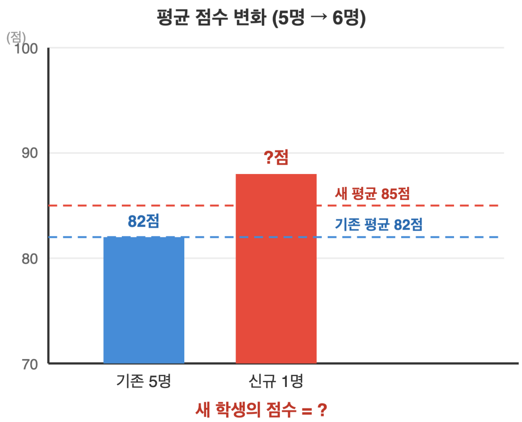
📖 1단계: A÷(3/7)=14/9이므로 A=14/9×3/7=(14×3)/(9×7)=42/63=2/3입니다.
2단계: 구하는 값은 A÷(7/3)=(2/3)÷(7/3)=(2/3)×(3/7)=6/21=2/7입니다.
함정: ② 2/3은 A 자체의 값이라 그대로 답으로 착각하기 쉽지만, 구하는 것은 A÷(7/3)=2/7입니다.

🧠 풀이 전략: 역수 관계를 이용한 문제. A÷(3/7)의 결과를 알 때 A÷(7/3)을 구하려면, 3/7과 7/3이 역수 관계임을 파악. A÷(3/7)=A×(7/3)=14/9이고 A÷(7/3)=A×(3/7)이므로, 두 식을 곱하면 A^2=14/9×A×(3/7)에서 풀 수도 있지만, 직접 A를 구한 뒤 대입하는 게 확실.

💡 나누는 수와 그 역수로 나누는 것의 관계: a÷b와 a÷(1/b)의 곱은 항상 a^2이 됩니다!

Q144 통계와 확률 추론

5명의 수학 점수 평균이 82점입니다. 여기에 한 명이 더 참가하여 6명의 평균이 85점이 되었습니다. 새로 참가한 학생의 점수는 몇 점인지 구하고, 만약 6명 중 최고점이 이 학생이라면 나머지 5명의 점수 중앙값이 될 수 있는 최댓값을 구하세요. (나머지 5명 점수는 모두 자연수)



🎯 **정답: 새 학생 점수: 100점, 나머지 5명 중앙값 최댓값: 99점**

📖 1단계: 기존 5명 총점 = 82 × 5 = 410점.
2단계: 6명 총점 = 85 × 6 = 510점이므로 새 학생 점수 = 510 - 410 = 100점.
3단계: 나머지 5명은 합이 410점이고 모두 자연수이며, 새 학생(100점)이 최고점이므로 각각 99점 이하입니다.
4단계: 다섯 점수를 작은 것부터 a ≤ b ≤ c ≤ d ≤ e (모두 99 이하)라 하면 중앙값은 가운데 값 c입니다. 모든 값이 99 이하이므로 중앙값도 99 이하이고, c = d = e = 99로 둘 수 있는지 확인합니다.
5단계: c = d = e = 99이면 a + b = 410 - 297 = 113이고, a ≤ b ≤ 99인 자연수(예: 56, 57)가 존재합니다. 즉 56, 57, 99, 99, 99(합 410)가 조건을 모두 만족하므로 중앙값의 최댓값은 99점입니다.

🧠 풀이 전략: 평균과 총합의 관계를 이용해 미지수를 구하고, 중앙값 최대화 문제는 극단값 배치 전략을 사용. 나머지 값들을 가능한 한 크게 만들되 조건을 만족시키는 방향으로 배치.

💡 통계에서 평균이 같아도 분포가 완전히 다를 수 있어요. 이를 '심슨의 역설'과 연결 지어 생각해볼 수 있습니다.

Q145 소수·분수 융합

$0.\dot{1}\dot{2}$(=0.121212...)를 분수로 바꾸면 a/b(기약분수)입니다. 0:$1\dot{2}\dot{3}$(=0.123123...)를 분수로 바꾸면 c/d(기약분수)입니다. a+b+c+d의 값을 구하세요.

①) ① 180
②) ② 178
③) ③ 411
④) ④ 172

🎯 **정답: ③ 411**

📖 1단계: 0.121212...=12/99=4/33이므로 a=4, b=33입니다.
2단계: 0.123123...=123/999=41/333이므로 c=41, d=333입니다.
3단계: a+b+c+d=4+33+41+333=411입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수를 분수로 변환하는 공식 활용: 순환마디가 n자리이면 순환마디/(10^n-1). 이후 기약분수로 약분하고 분자분모를 더하는 산술 문제.

💡 모든 순환소수는 분수로 표현할 수 있고, 모든 분수는 유한소수이거나 순환소수입니다. 이것이 유리수의 정의예요!

Q146 비와 비율 추론

어떤 상품의 정가에서 30% 할인하여 판 가격이 원가의 1.05배(5% 이익)였습니다. 정가는 원가의 몇 %인지 구하세요.

①) ① 135%
②) ② 140%
③) ③ 150%
④) ④ 155%

🎯 **정답: ③ 150%**

📖 1단계: 원가를 C라 하면, 판매가=1.05C (5% 이익).
2단계: 정가의 70%가 판매가이므로, 정가×0.7=1.05C.
3단계: 정가=1.05C÷0.7=1.5C=원가의 150%.

🧠 풀이 전략: 할인율과 이익률이 동시에 주어진 복합 비율 문제. 원가를 기준으로 놓고, 판매가→정가 순서로 역산하는 전략이 필요. '할인 후 가격=정가×(1-할인율)'을 역으로 사용.

💡 백화점 '반값 세일'도 정가를 높이 설정하면 이익을 볼 수 있어요. 원가 대비 정가 설정이 상술의 핵심입니다.

Q147 분수 나눗셈 심화

길이가 5/6 m인 테이프를 2/9 m씩 자르면 몇 도막이 되고, 남는 테이프의 길이는 몇 m인지 구하세요.

🎯 **정답: 3도막, 남는 길이: 1/6 m**

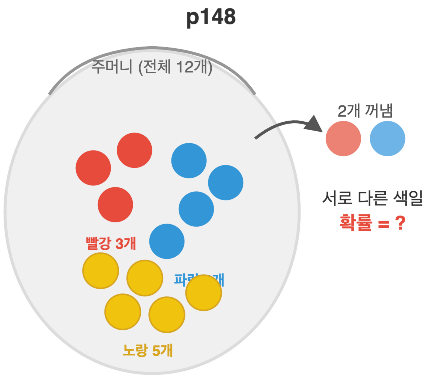
📖 1단계: (5/6)÷(2/9)=(5/6)×(9/2)=45/12=15/4=3과 3/4.
2단계: 몫의 정수 부분이 3이므로 3도막을 자를 수 있음.
3단계: 남는 길이=5/6-2/9×3=5/6-6/9=5/6-2/3=5/6-4/6=1/6. 재확인: 2/9×3=6/9=2/3. 5/6-2/3=5/6-4/6=1/6 m. 정답: 3도막, 남는 길이 1/6 m.

🧠 풀이 전략: 분수 나눗셈의 실생활 적용. 나눗셈 결과에서 정수 부분(=도막 수)과 나머지(=남는 길이)를 분리하는 문제. 나머지=원래 길이-(정수 몫×자르는 길이)로 계산.

💡 옷감을 재단할 때도 이런 계산을 해요. 남는 자투리를 줄이는 것이 원단 절약의 핵심!

Q148 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 구슬 3개, 파란 구슬 4개, 노란 구슬 5개가 들어있습니다. 한 번에 구슬 2개를 동시에 꺼낼 때, 두 구슬의 색이 서로 다를 확률을 구하세요.



①) ① 37/66
②) ② 47/66
③) ③ 29/66
④) ④ 19/33

🎯 **정답: ② 47/66**
📖 1단계: 전체 구슬 12개에서 2개를 뽑는 경우의 수=C(12,2)=66.
2단계: 같은 색 2개를 뽑는 경우: 빨강 C(3,2)=3, 파랑 C(4,2)=6, 노랑 C(5,2)=10. 합=19.
3단계: 서로 다른 색 확률=1-19/66=47/66.
🧠 풀이 전략: 여사건 활용 전략. '서로 다른 색'을 직접 세는 것보다, '같은 색'의 여사건으로 계산하는 것이 훨씬 효율적. 조합(C) 개념을 활용하여 경우의 수를 체계적으로 셈.
💡 확률에서 '여사건'을 이용하면 복잡한 계산을 간단하게 바꿀 수 있어요. 수학자들이 가장 좋아하는 기법 중 하나!

Q149 소수·분수 융합

2.4÷0.8+3/4×2/3의 값을 구하세요.

①) ① 3.5
②) ② 5/2
③) ③ 17/6
④) ④ 3과 3/4

🎯 **정답: ① 3.5**
📖 1단계: 2.4÷0.8=3.
2단계: 3/4×2/3=6/12=1/2.
3단계: 3+1/2=3.5이므로 답은 ① 3.5입니다. (②5/2는 곱셈을 먼저 하지 않고 (3+3/4)×2/3로 계산한 값, ④3과 3/4는 ×2/3를 빠뜨리고 3+3/4로 계산한 값입니다.)
🧠 풀이 전략: 소수 나눗셈과 분수 곱셈의 혼합 계산. 소수 부분은 소수끼리, 분수 부분은 분수끼리 따로 계산한 뒤 합산. 동치 표현(소수=분수=대분수)을 판별하는 안목 필요.
💡 3.5와 7/2와 3과 1/2은 모두 같은 수예요. 수학에서 하나의 수를 여러 가지로 표현할 수 있다는 것이 '수 체계'의 아름다움!

Q150 비와 비율 추론

A, B 두 합금이 있습니다. A는 구리와 주석의 비가 3:2이고, B는 구리와 주석의 비가 5:3입니다. A를 200g, B를 300g 섞으면 새 합금에서 구리의 비율은 몇 %인지 구하세요.

①) ① 60%

②) ② 61.5%

③) ③ 62.5%

④) ④ 63.75%

🎯 **정답: ② 61.5%**

📖 1단계: A 200g에서 구리=200×3/5=120g, 주석=80g.
2단계: B 300g에서 구리=300×5/8=187.5g, 주석=112.5g.
3단계: 총 구리=120+187.5=307.5g, 전체=500g. 구리 비율=307.5/500=0.615=61.5%이므로 답은 ② 61.5%입니다.

🧠 풀이 전략: 합금 혼합 문제는 농도 혼합과 같은 원리. 각 합금에서 구리의 양을 따로 구한 뒤 합산하여 전체 비율을 계산. 비의 값을 분수로 변환하는 것이 핵심.

💡 합금은 고대부터 금속의 성질을 개선하기 위해 사용했어요. 청동기 시대의 청동도 구리+주석 합금입니다!

Q151 분수 나눗셈 심화

□÷5/8=2/3일 때, □÷5/12의 값을 구하세요.

①) ① 1

②) ② 5/6

③) ③ 6/5

④) ④ 1과 1/5

🎯 **정답: ① 1**

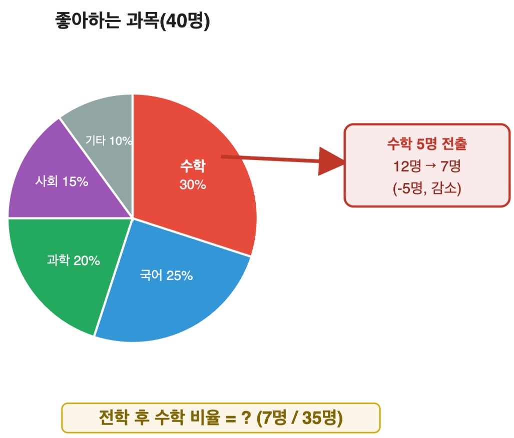
📖 1단계: □÷(5/8)=2/3에서 □=(2/3)×(5/8)=10/24=5/12.
2단계: □÷(5/12)=(5/12)÷(5/12)=1.
3단계: 어떤 수를 자기 자신으로 나누면 항상 1. 함정: □를 구하지 않고 바로 나누기 값을 추측하면 틀리기 쉬움.

🧠 풀이 전략: 미지수를 먼저 구한 뒤 새로운 나눗셈에 대입하는 2단계 역연산 문제. □의 값이 마침 5/12로, 두 번째 나눗셈에서 자기 자신을 나누는 구조를 발견하면 계산 없이도 답을 알 수 있음.

💡 a÷a=1은 0이 아닌 모든 수에 대해 성립해요. 이것을 '나눗셈의 항등 성질'이라고 합니다.

Q152 통계와 확률 추론

아래 원그래프는 학급 40명의 좋아하는 과목을 조사한 결과입니다. 수학 30%, 국어 25%, 과학 20%, 사회 15%, 기타 10%. 이 학급에서 5명이 전학을 갔는데, 전학 간 학생은 모두 수학을 좋아하는 학생이었습니다. 전학 후 학급에서 수학을 좋아하는 학생의 비율은 몇 %인지 소수 첫째 자리에서 반올림하여 구하세요.



①) ① 약 17%

②) ② 약 20%

③) ③ 약 23%

④) ④ 약 25%

🎯 **정답: ② 약 20%**

📖 1단계: 원래 수학 좋아하는 학생=40×0.3=12명.

2단계: 전학 후 수학 학생=12-5=7명, 전체 학생=40-5=35명.

3단계: 수학 비율=7/35=1/5=0.2=20%. 정답은 ② 약 20%.

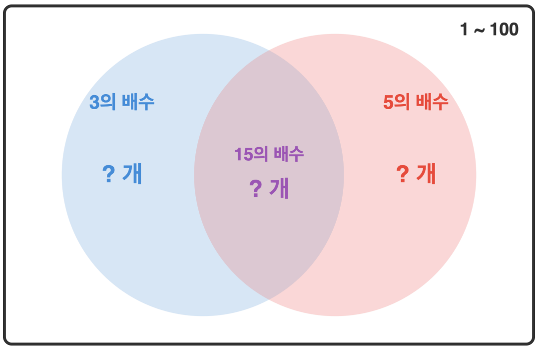
🧠 풀이 전략: 원그래프에서 비율→실제 인원 역산 후, 조건 변화(전학)에 따른 비율 재계산. 분모(전체)와 분자(해당 과목) 모두 변하는 이중 변화에 주의.

💡 비율은 분모가 바뀌면 완전히 달라져요. 같은 7명이어도 40명 중이면 17.5%, 35명 중이면 20%!

Q153 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하세요.

p153



3의 배수 또는 5의 배수 = ?

①) ① 39개
②) ② 46개
③) ③ 47개
④) ④ 53개

🎯 **정답: ③ 47개**

📖 1단계: 3의 배수 개수=⌊100/3⌋=33개.
2단계: 5의 배수 개수=⌊100/5⌋=20개.
3단계: 15의 배수(3과 5의 공배수) 개수=⌊100/15⌋=6개.
4단계: 포함-배제 원리: 33+20-6=47개.

🧠 풀이 전략: 포함-배제(Inclusion-Exclusion) 원리 적용. '또는'으로 연결된 조건의 개수를 셀 때 단순 합산하면 교집합이 중복 계산되므로, 교집합을 빼줘야 함. 3과 5의 최소공배수=15임을 파악하는 것이 핵심.

💡 이 문제는 유명한 'FizzBuzz' 프로그래밍 문제의 수학 버전이에요. 프로그래머 면접에서 자주 출제됩니다!

Q154 수학적 사고와 증명

연속하는 세 자연수의 합은 항상 3의 배수임을 설명하고, 연속하는 네 자연수의 합이 항상 짝수임을 증명하세요. 다음 중 올바른 설명은?

①) ① 세 수의 합=(가운데 수)×3이므로 3의 배수, 네 수의 합은 짝+홀+짝+홀=짝
②) ② 세 수의 합에 항상 3이 포함되므로 3의 배수, 네 수의 합은 4의 배수
③) ③ 세 수의 합=(첫 수)×3+3이므로 3의 배수, 네 수의 합=2×(첫 수+마지막 수)이므로 짝수
④) ④ ①과 ③ 모두 올바름

🎯 **정답: ④ ①과 ③ 모두 올바름**

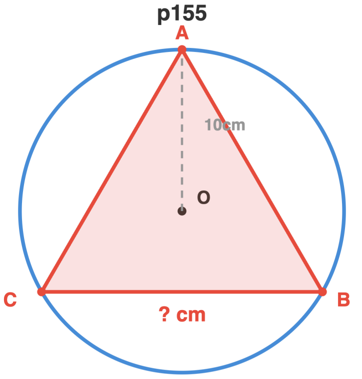
📖 1단계: 연속 세 수를 n-1, n, n+1로 놓으면 합=(n-1)+n+(n+1)=3n. 3n은 3의 배수. (①의 설명)
2단계: 또는 n, n+1, n+2로 놓으면 합=3n+3=3(n+1). 역시 3의 배수. (③의 전반부)
3단계: 연속 네 수를 n, n+1, n+2, n+3으로 놓으면 합=4n+6=2(2n+3). 2의 배수이므로 짝수. 또는 첫 수+마지막 수=n+(n+3)=2n+3, 두번째+세번째=(n+1)+(n+2)=2n+3. 합=2(2n+3)=짝수. ①의 짝홀교대 설명도 맞고, ③의 2×(합) 설명도 맞음.

🧠 풀이 전략: 문자식을 이용한 일반화 증명. 연속 수를 문자로 놓고 합을 정리하면 특정 수의 배수 형태가 나타남을 보이는 전략. 여러 가지 올바른 증명 방법이 존재할 수 있으므로 각 보기를 검증.

💡 수학에서 '증명'은 한 가지 방법만 있는 게 아니에요. 같은 사실을 여러 방법으로 증명하는 것도 수학의 재미입니다!

Q155 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원 안에 가장 큰 정삼각형을 내접시켰습니다. 이 정삼각형의 넓이는 몇 cm^2입니까? ($\sqrt{3}$ = 1.73으로 계산)



①) ① 125.5cm^2

②) ② 129.9cm^2

③) ③ 136.2cm^2

④) ④ 150cm^2

🎯 **정답: ② 129.9cm^2**

📖 1단계: 원에 내접하는 정삼각형의 한 변의 길이를 구합니다. 외접원 반지름 R=10cm이고, 정삼각형에서 $R = a/\sqrt{3}$ 이므로 $a = 10\sqrt{3}$ cm입니다.

2단계: 정삼각형의 넓이 공식은 $(\sqrt{3}/4)\times a^2$ 입니다.

3단계: $(\sqrt{3}/4)\times(10\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3}/4)\times300 = 75\sqrt{3} \approx 75\times1.73 = 129.75 \approx 129.9cm^2$

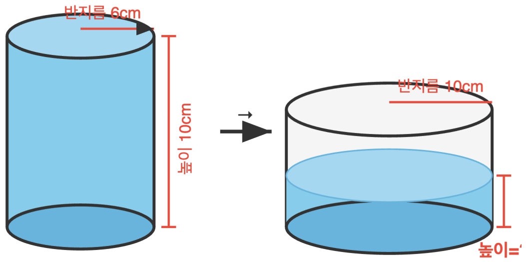
🧠 풀이 전략: 외접원과 정삼각형의 관계를 이용하는 문제입니다. 외접원 반지름 R과 정삼각형 변 a의 관계식 $R=a/\sqrt{3}$을 알면 변의 길이를 구할 수 있고, 그 후 정삼각형 넓이 공식을 적용합니다.

💡 정삼각형은 같은 원에 내접하는 모든 삼각형 중 넓이가 가장 큰 삼각형입니다!

Q156 입체도형 심화

밑면의 반지름이 6cm이고 높이가 10cm인 원기둥 모양 컵에 물이 가득 차 있습니다. 이 물을 밑면의 반지름이 10cm인 원기둥 모양 그릇에 모두 옮기면 물의 높이는 몇 cm가 됩니까? (원주율=3.14)

p156 · 원기둥 물 옮기기



①) ① 2.6cm

②) ② 3.6cm

③) ③ 4.2cm

④) ④ 5.4cm

🎯 **정답: ② 3.6cm**

📖 1단계: 작은 컵의 물 부피 = $\pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi\ cm^3$

2단계: 큰 그릇에서 물의 높이를 h라 하면 $\pi \times 10^2 \times h = 360\pi$

3단계: $100h = 360$, $h = 3.6$cm

🧠 풀이 전략: 부피 보존 원리를 적용합니다. 물의 총 부피는 변하지 않으므로, 작은 원기둥의 부피 = 큰 원기둥의 부피로 놓고 높이를 역산합니다. 핵심은 반지름의 제곱에 반비례한다는 것입니다.

💡 반지름이 2배가 되면 같은 높이에 4배의 물을 담을 수 있어요. 넓이가 반지름의 제곱에 비례하기 때문이죠!

Q157 비례와 최적화

어떤 공장에서 기계 A는 하루에 제품 120개, 기계 B는 하루에 제품 80개를 만듭니다. 두 기계가 함께 작동하여 총 600개의 제품을 만들려면 며칠이 걸립니까?

①) ① 2일

②) ② 3일

③) ③ 4일

④) ④ 5일

🎯 **정답: ② 3일**

📖 1단계: 두 기계의 하루 총 생산량 = 120 + 80 = 200개

2단계: 필요한 일수 = 600 ÷ 200 = 3일

3단계: 검증 — 3일 동안 A는 360개, B는 240개, 합계 360+240 = 600개 ✓

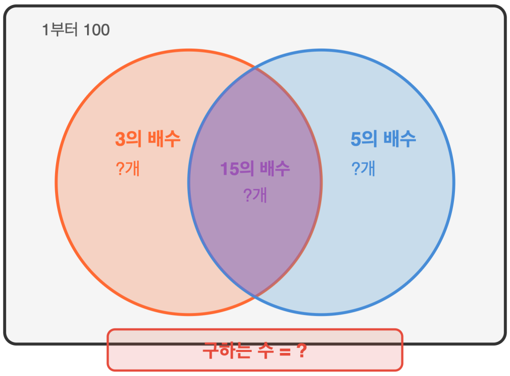
🧠 풀이 전략: 공동 작업 문제의 기본 구조입니다. 각 기계의 생산률을 합산하여 전체 생산률을 구한 뒤, 목표량을 나누어 소요 일수를 계산합니다.

💡 실제 공장에서는 기계가 함께 작동할 때 서로 간섭하여 단순 합산보다 약간 줄어드는 경우가 많아요!

Q158 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개입니까?

p158 · 벤 다이어그램 (1~100)



①) ① 47개

②) ② 53개

③) ③ 54개

④) ④ 60개

🎯 **정답: ② 53개**

📖 1단계: 3의 배수 개수 = ⌊100/3⌋ = 33개, 5의 배수 개수 = ⌊100/5⌋ = 20개

2단계: 15의 배수(3과 5의 공배수) 개수 = ⌊100/15⌋ = 6개

3단계: 포함-배제 원리로 3 또는 5의 배수 = 33 + 20 - 6 = 47개

4단계: 둘 다 아닌 수 = 100 - 47 = 53개

🧠 풀이 전략: 포함-배제 원리의 여사건 활용 문제입니다. '~도 아니고 ~도 아닌'은 전체에서 '~ 또는 ~'을 빼는 것이고, 합집합의 크기는 포함-배제로 구합니다. 교집합(공배수)을 빼는 것이 핵심입니다.

💡 이 방법을 확장하면 에라토스테네스의 체로 소수를 찾는 원리와 연결됩니다!

Q159 소수·분수 융합

0.375를 기약분수로 나타낸 후, 그 분수에 2/5를 더한 값을 소수로 나타내면 얼마입니까?

①) ① 0.675

②) ② 0.725

③) ③ 0.775

④) ④ 0.875

🎯 **정답: ③ 0.775**

📖 1단계: 0.375 = 375/1000 = 3/8 (125로 약분)

2단계: 3/8 + 2/5 = 15/40 + 16/40 = 31/40

3단계: 31/40 = 31×25/1000 = 775/1000 = 0.775

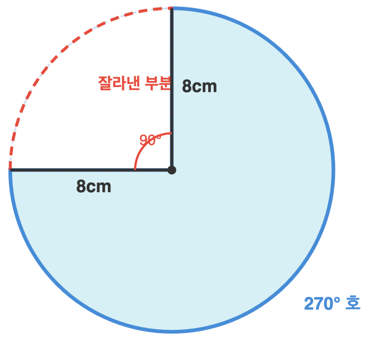
🧠 풀이 전략: 소수→분수→연산→소수 변환을 거치는 복합 문제입니다. 소수를 분수로 정확히 변환하고, 통분하여 더한 뒤, 다시 소수로 바꾸는 과정에서 각 단계의 정확성이 중요합니다.

💡 0.375는 1/8의 3배인 3/8이에요. 8의 배수 분모는 소수로 바꾸면 항상 소수점 아래 3자리로 끝납니다!

Q160 원과 원주율 심화

반지름이 8cm인 원에서 중심각이 90°인 부채꼴을 잘라냈습니다. 남은 도형의 둘레의 길이는 몇 cm입니까? (원주율=3.14)

p160 · 부채꼴을 잘라낸 원



①) ① 37.68cm

②) ② 53.68cm

③) ③ 54.84cm

④) ④ 66.84cm

🎯 **정답: ② 53.68cm**

📖 1단계: 남은 호의 길이 = 원둘레 × (270/360) = 2×3.14×8×(3/4) = 50.24×0.75 = 37.68cm

2단계: 잘린 부분의 두 반지름이 직선 변으로 남으므로, 직선 부분 = 8+8 = 16cm

3단계: 남은 도형의 둘레 = 37.68 + 16 = 53.68cm

🧠 풀이 전략: 부채꼴을 잘라낸 나머지 도형의 둘레를 구하는 문제입니다. 둘레는 남은 호의 길이와 잘린 면의 직선(반지름 2개)으로 구성됩니다. 호의 비율 계산이 핵심입니다.

💡 피자 한 조각을 떼어낸 나머지의 테두리 길이를 구하는 것과 같은 원리예요!

📝 초6 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q161 비와 비율 추론

어떤 물건의 원가에 40%의 이익을 붙여 정가를 매겼습니다. 그런데 팔리지 않아 정가에서 30%를 할인하여 팔았더니 실제 판매가는 6,860원이었습니다. 이 물건의 원가는 얼마입니까?

①) ① 6,000원
②) ② 7,000원
③) ③ 7,500원
④) ④ 8,000원

🎯 **정답: ② 7,000원**

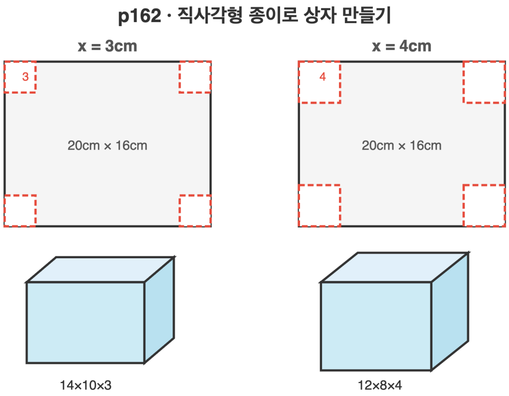
📖 1단계: 원가를 x원이라 하면, 정가 = x × 1.4
2단계: 할인 판매가 = 정가 × 0.7 = x × 1.4 × 0.7 = x × 0.98
3단계: x × 0.98 = 6,860 → x = 6,860 ÷ 0.98 = 7,000원
즉 원가 7,000원에 40% 이익 → 정가 9,800원, 30% 할인 → 판매가 6,860원

🧠 풀이 전략: 이중 비율 문제입니다. 원가→정가(×1.4)→판매가(×0.7)로 두 번의 비율 변환을 거칩니다. 핵심은 1.4×0.7=0.98로, 원가보다 2% 손해를 봤다는 것을 파악하는 것입니다.

💡 40% 올리고 30% 내리면 본전일 것 같지만, 실제로는 2% 손해예요! 올릴 때의 기준과 내릴 때의 기준이 다르기 때문이죠.

Q162 입체도형 심화

가로 20cm, 세로 16cm인 직사각형 종이의 네 모서리에서 한 변이 xcm인 정사각형을 잘라내고 접어서 뚜껑 없는 상자를 만듭니다. x=3일 때와 x=4일 때 상자의 부피 차이는 몇 cm^3입니까?



①) ① $12cm^3$
②) ② $18cm^3$
③) ③ $24cm^3$
④) ④ $36cm^3$

🎯 **정답: ④ $36cm^3$**

📖 1단계: x=3일 때 → 가로 20-6=14, 세로 16-6=10, 높이 3 → 부피 = 14×10×3 = $420cm^3$입니다.
2단계: x=4일 때 → 가로 20-8=12, 세로 16-8=8, 높이 4 → 부피 = 12×8×4 = $384cm^3$입니다.
3단계: 부피 차이 = 420 - 384 = $36cm^3$이므로 정답은 ④ $36cm^3$입니다.

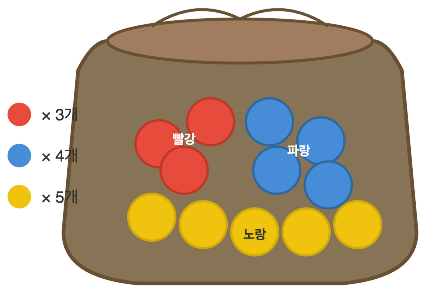
🧠 풀이 전략: 전개도에서 상자를 접는 문제입니다. 정사각형을 잘라내면 가로는 (20-2x), 세로는 (16-2x), 높이는 x가 됩니다. 두 경우를 각각 계산하고 차이를 구합니다.

💡 이 문제를 x에 대한 함수로 만들면 3차 함수가 되고, 미적분으로 부피가 최대인 x를 찾을 수 있어요!

Q163 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 공 3개, 파란 공 4개, 노란 공 5개가 들어 있습니다. 눈을 감고 공을 하나씩 꺼낼 때, 세 가지 색의 공을 모두 꺼내려면 최소 몇 개를 꺼내야 합니까? 또한, 운이 좋으면 최소 몇 개만 꺼내도 될까요?

p163 · 공 꺼내기 (최악/최선)



최악의 경우 = ? / 최선의 경우 = ?

①) ① 최악 10개, 최선 3개

②) ② 최악 8개, 최선 3개

③) ③ 최악 10개, 최선 2개

④) ④ 최악 9개, 최선 4개

🎯 **정답: ① 최악 10개, 최선 3개**

📖 1단계: 최선의 경우 — 첫 3개가 모두 다른 색이면 3개로 충분

2단계: 최악의 경우 — 노란 5개를 모두 뽑고, 파란 4개를 모두 뽑아도 2색뿐. 10번째에 빨간 공이 나와야 3색 완성

3단계: 따라서 최악 = 5+4+1 = 10개, 최선 = 3개

🧠 풀이 전략: 최악의 경우를 분석하는 극단적 사고가 필요합니다. 가장 많은 색부터 모두 뽑히는 상황을 가정하고, 마지막 색이 나오려면 몇 개까지 뽑아야 하는지 계산합니다.

💡 이런 문제를 '최악의 경우 분석(Worst-case analysis)'이라 하며, 컴퓨터 과학에서 알고리즘의 성능을 분석할 때도 같은 방법을 씁니다!

Q164 수학적 사고와 증명

1부터 연속된 홀수를 더하면 항상 완전제곱수가 됩니다. 예: $1=1^2$, $1+3=4=2^2$, $1+3+5=9=3^2$. 그렇다면 $1+3+5+7+...+39$의 값은 얼마이며, 이것이 완전제곱수인 이유를 설명하시오.

🎯 **정답: 400 (=20^2)**

📖 1단계: 39는 몇 번째 홀수인지 구합니다. n번째 홀수 = $2n-1$이므로 $2n-1=39$ → $n=20$

2단계: 규칙에 의해 처음 n개의 홀수의 합 = n^2 이므로 답은 $20^2 = 400$

3단계: 이유 — 정사각형 배열에서 한 변이 n인 정사각형을 만들 때, $(n-1)^2$ 정사각형에 L자 모양으로 $(2n-1)$개의 점을 추가하면 n^2 정사각형이 됩니다. 따라서 각 홀수는 정사각형을 한 단계 키우는 L자 조각에 해당합니다.

🧠 풀이 전략: 패턴 관찰 → 일반화 → 정당화의 수학적 사고 과정입니다. 핵심은 n번째 홀수를 구하는 공식과, 연속 홀수 합 = n^2이 되는 기하학적 이유(L자 배열)를 이해하는 것입니다.

💡 이 성질을 처음 증명한 사람은 고대 그리스의 피타고라스학파예요. 그들은 조약돌로 정사각형 모양을 만들며 이 규칙을 발견했답니다!

Q165 비례와 최적화

형, 누나, 동생이 용돈 36,000원을 나이 비 5:4:3으로 나누어 가졌습니다. 그 후 형이 자기 몫의 1/5을 동생에게 주었다면, 동생이 최종적으로 가진 금액은 얼마입니까?

①) ① 10,000원

②) ② 11,000원

③) ③ 12,000원

④) ④ 13,000원

🎯 **정답: ③ 12,000원**

📖 1단계: 비례배분 — 전체 비 = 5+4+3 = 12. 형 = 36,000×5/12 = 15,000원, 누나 = 36,000×4/12 = 12,000원, 동생 = 36,000×3/12 = 9,000원.

2단계: 형이 동생에게 주는 금액 = 15,000 × 1/5 = 3,000원.

3단계: 동생의 최종 금액 = 9,000 + 3,000 = 12,000원.

🧠 풀이 전략: 비례배분 후 재분배 문제입니다. 먼저 비례배분으로 각자의 몫을 구한 후, 이동 금액을 계산하여 최종 금액을 구합니다.

Q166 비례와 최적화

A 수도꼭지로만 물통을 채우면 12시간, B 수도꼭지로만 채우면 8시간 걸립니다. 두 수도꼭지를 동시에 틀면 빈 물통을 채우는 데 몇 시간이 걸립니까?

①) ① 4시간

②) ② 4시간 24분

③) ③ 4시간 48분

④) ④ 5시간

🎯 **정답: ③ 4시간 48분**

📖 1단계: A의 1시간 작업량 = 1/12, B의 1시간 작업량 = 1/8

2단계: 동시에 틀면 1시간 작업량 = 1/12 + 1/8 = 2/24 + 3/24 = 5/24

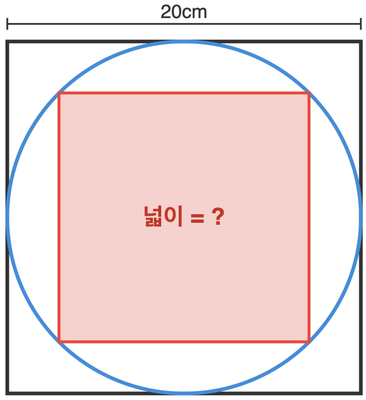
3단계: 전체 시간 = 1 ÷ 5/24 = 24/5 = 4.8시간 = 4시간 48분

🧠 풀이 전략: 일률 합산 문제입니다. 각각의 단위시간당 작업량(일률)을 분수로 나타낸 뒤 합산하고, 전체 작업을 1로 놓아 역수를 취합니다.

💡 이런 문제를 '일(work) 문제'라고 해요. 고대 이집트 린드 파피루스에도 비슷한 문제가 있답니다!

Q167 원과 원주율 심화

한 변이 20cm인 정사각형 안에 가장 큰 원을 그리고, 그 원 안에 가장 큰 정사각형을 다시 그렸습니다. 안쪽 정사각형의 넓이는 바깥 정사각형 넓이의 몇 %입니까?



정사각형 → 내접원 → 내접 정사각형

①) ① 25%

②) ② 40%

③) ③ 50%

④) ④ 62.5%

🎯 **정답: ③ 50%**

📖 1단계: 바깥 정사각형 한 변 = 20cm → 넓이 = 400cm²

2단계: 내접원의 반지름 = 10cm. 원에 내접하는 정사각형의 대각선 = 원의 지름 = 20cm

3단계: 안쪽 정사각형의 한 변 = $20/\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$cm → 넓이 = $(10\sqrt{2})^2 = 200$cm²

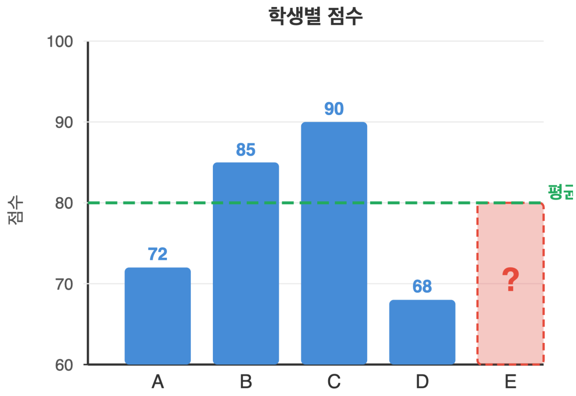
4단계: 비율 = 200/400 = 50%

🧠 풀이 전략: 이중 내접 도형 문제입니다. 핵심은 원에 내접하는 정사각형의 대각선이 원의 지름과 같다는 것입니다. 대각선으로 한 변을 구하고 넓이를 비교합니다.

💡 정사각형→원→정사각형으로 갈 때마다 넓이가 정확히 절반이 돼요. 이 과정을 무한히 반복해도 같은 비율이 유지됩니다!

Q168 통계와 확률 추론

다섯 명의 수학 시험 점수가 72, 85, 90, 68, x점입니다. 평균이 80점이 되려면 x는 얼마여야 합니까? 또한 이때 중앙값은 몇 점입니까?



①) ① x=80, 중앙값=80

②) ② x=85, 중앙값=85

③) ③ x=75, 중앙값=75

④) ④ x=85, 중앙값=82.5

🎯 **정답: ② x=85, 중앙값=85**

📖 1단계: 평균 80 → 합계 = 80×5 = 400. 72+85+90+68 = 315. x = 400-315 = 85

2단계: 다섯 수를 정렬: 68, 72, 85, 85, 90

3단계: 중앙값(3번째 수) = 85

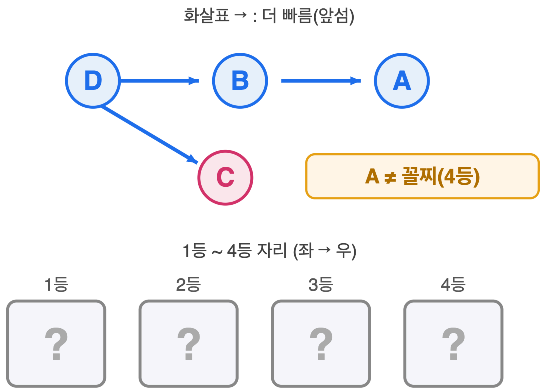
🧠 풀이 전략: 평균에서 역산하여 미지수를 구하고, 정렬 후 중앙값을 찾는 2단계 문제입니다. 평균×개수=합계 관계를 활용합니다.

💡 평균과 중앙값이 다를 수 있어요. 이 경우 평균은 80인데 중앙값은 85로, 한쪽으로 치우친 분포임을 알 수 있죠!

Q169 논리·경시 퍼즐

A, B, C, D 네 사람이 달리기를 했습니다. 다음 조건을 모두 만족할 때, 1등부터 4등까지의 순서를 구하시오.

• B는 A보다 빨랐다.
• C는 D보다 느렸다.
• D는 B보다 빨랐다.
• A는 꼴찌가 아니다.



①) ① D-A-B-C
②) ② D-B-A-C
③) ③ B-D-A-C
④) ④ D-A-C-B

🎯 **정답: ② D-B-A-C**

📖 1단계: 조건 정리 — B>A(B가 A보다 빠름), D>C, D>B, A≠꼴찌(4등).
2단계: D>B이고 B>A이므로 D>B>A입니다. 또 D>C이므로 D가 가장 빨라 1등입니다.
3단계: 남은 B, A, C의 순서 — B>A이므로 B가 A보다 앞서고, A는 꼴찌가 아니므로 4등이 될 수 없습니다. 따라서 4등은 C, 2등은 B, 3등은 A입니다.
4단계: 최종 순서는 D(1등) - B(2등) - A(3등) - C(4등)이므로 정답은 ② D-B-A-C입니다.

🧠 풀이 전략: 논리적 추론 문제입니다. 주어진 부등식 관계를 연쇄적으로 연결하고, 추가 조건으로 남은 경우를 확정합니다. 조건들을 그래프처럼 연결하여 전체 순서를 도출합니다.

💡 이런 문제를 '순서 추론(ordering puzzle)'이라 해요. 컴퓨터 과학에서 위상 정렬(topological sort)과 같은 원리입니다!

Q170 분수 나눗셈 심화

어떤 분수 A를 3/7로 나누었더니 14/9가 되었습니다. 같은 분수 A를 7/3으로 나누면 얼마가 됩니까?

①) ① 2/7
②) ② 2/3
③) ③ 9/2
④) ④ 3/2

🎯 **정답: ① 2/7**

📖 1단계: A÷(3/7)=14/9이므로 A=14/9×3/7=42/63=2/3입니다.
2단계: A÷(7/3)=(2/3)÷(7/3)=(2/3)×(3/7)=6/21=2/7입니다.
따라서 답은 ① 2/7입니다.

🧠 풀이 전략: 역수 관계를 이용합니다. a÷b=c이면 a÷(1/b의역)은 c×(b²의역)이 됩니다. 먼저 원래 분수를 구한 뒤 새 나눗셈을 수행하는 2단계 역추적 문제입니다.

💡 나누는 수가 역수로 바뀌면 결과는 원래 결과의 (나누는 수)² 의 역수배가 됩니다.

Q171 소수·분수 융합

0.375와 크기가 같은 기약분수를 a/b라 할 때, 0.375÷(a/b)+(a/b)÷0.375의 값을 구하시오.

①) ① 1

②) ② 2

③) ③ 3

④) ④ 4

🎯 **정답: ② 2**

📖 1단계: 0.375=375/1000=3/8 (기약분수). 따라서 a=3, b=8입니다.
2단계: 0.375÷(3/8)=(3/8)÷(3/8)=1입니다.
3단계: (3/8)÷0.375=(3/8)÷(3/8)=1입니다.
4단계: 1+1=2입니다.
핵심: 같은 수끼리 나누면 항상 1이므로 답은 반드시 2가 됩니다.

🧠 풀이 전략: 소수를 분수로 변환하면 동치임을 파악하는 것이 핵심입니다. x÷x+x÷x=1+1=2라는 항등식을 깨닫는 사고력 문제입니다. 함정은 복잡하게 계산하려다 실수하는 것입니다.

💡 어떤 0이 아닌 수 x에 대해서도 x÷x+x÷x=2는 항상 성립합니다. 이것은 수학에서 '항등식'이라고 합니다.

Q172 수학적 사고와 증명

연속하는 세 홀수의 합은 항상 3의 배수입니다. 이것이 참인 이유를 가장 잘 설명한 것은 어느 것입니까?

①) ① 홀수는 모두 3의 배수이므로

②) ② 연속 세 홀수를 2n-1, 2n+1, 2n+3으로 놓으면 합이 6n+3=3(2n+1)이므로

③) ③ 1+3+5=9이고 9는 3의 배수이므로 항상 성립

④) ④ 홀수끼리 더하면 항상 짝수가 되어 3의 배수이므로

🎯 **정답: ② 연속 세 홀수를 2n-1, 2n+1, 2n+3으로 놓으면 합이 6n+3=3(2n+1)이므로**

📖 1단계: 연속 세 홀수를 일반화합니다: 2n-1, 2n+1, 2n+3 (n은 자연수).
2단계: 합=(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)=6n+3입니다.
3단계: 6n+3=3(2n+1)이므로 항상 3의 배수입니다.
오답 분석: ①은 거짓(7은 홀수이지만 3의 배수 아님), ③은 한 가지 예시만으로 일반 증명 불가, ④는 거짓(홀수+홀수+홀수=홀수).

🧠 풀이 전략: 일반화를 통한 대수적 증명 문제입니다. 구체적 예시(③)와 일반적 증명(②)의 차이를 구별하는 능력, 그리고 거짓 주장(①,④)을 판별하는 논리력을 요구합니다.

💡 수학에서 하나의 예시는 절대 '증명'이 될 수 없지만, 하나의 반례는 주장을 완전히 깨뜨릴 수 있습니다.

Q173 비와 비율 추론

소금물 200g에 소금이 30g 녹아 있습니다. 여기에 소금 20g을 더 넣고 완전히 녹였을 때, 소금물의 농도는 몇 %입니까?

①) ① 15%

②) ② 20%

③) ③ 약 22.7%

④) ④ 25%

🎯 **정답: ③ 약 22.7%**

📖 1단계: 소금을 넣으면 소금물 전체 무게도 증가합니다. 새 소금물=200+20=220g.
2단계: 새 소금 양=30+20=50g.
3단계: 농도=50÷220×100≈22.727...≈약 22.7%.
함정: ④ 25%는 50÷200으로 계산한 오답(소금물 무게 증가를 무시).

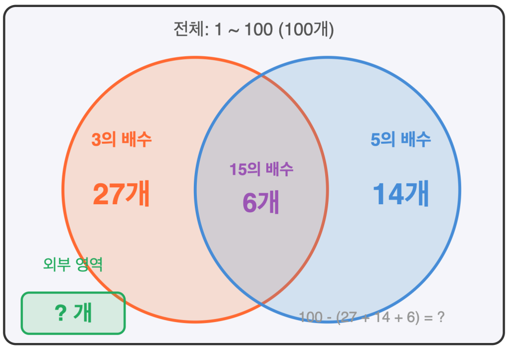
🧠 풀이 전략: 농도 문제의 핵심은 (소금÷소금물)×100입니다. 소금을 추가하면 분자(소금)와 분모(소금물 전체) 모두 증가한다는 점을 놓치면 함정에 빠집니다.

💡 바닷물의 평균 염도는 약 3.5%입니다. 22.7%라면 사해(Dead Sea)보다도 높은 농도입니다!

Q174 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로도 나누어떨어지지 않고 5로도 나누어떨어지지 않는 수는 모두 몇 개입니까?

3의 배수도 5의 배수도 아닌 수



①) ① 46개

②) ② 47개

③) ③ 53개

④) ④ 54개

🎯 **정답: ③ 53개**

📖 1단계: 3의 배수: 100÷3=33개, 5의 배수: 100÷5=20개.
2단계: 15의 배수(3과 5의 공배수): 100÷15=6개.
3단계: 포함-배제 원리로 3또는5의 배수=33+20-6=47개.
4단계: 둘 다 아닌 수=100-47=53개.
함정: 교집합을 빼지 않으면 100-53=47(②)로 오답.

🧠 풀이 전략: 포함-배제 원리의 여사건 적용 문제입니다. '~도 아니고 ~도 아닌'은 전체에서 합집합을 빼는 것이며, 합집합은 포함-배제로 구합니다.

💡 이 문제는 '에라토스테네스의 체'와 관련됩니다. 소수를 찾을 때도 비슷한 방법으로 배수를 지워나갑니다.

Q175 비례와 최적화

A공장은 하루에 제품을 120개 만들고, B공장은 하루에 80개를 만듭니다. 두 공장이 함께 일하면 제품 1000개를 만드는 데 며칠이 걸립니까?

①) ① 4일

②) ② 5일

③) ③ 6일

④) ④ 8일

🎯 **정답: ② 5일**

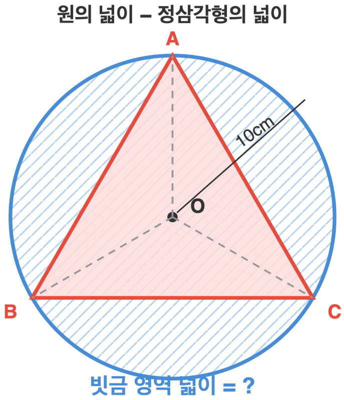
📖 1단계: 두 공장의 하루 생산량=120+80=200개입니다.
2단계: 1000÷200=5일입니다.
3단계: 검증: 5일×200개=1000개 ✓

🧠 풀이 전략: 공동 작업 문제의 기본은 각 작업률을 합산하는 것입니다. 여기서는 단위가 '개/일'로 통일되어 있으므로 직접 합산 후 나눕니다.

💡 실제 공장에서는 두 라인을 동시에 돌리면 관리 비용이 늘어나서 단순 합산보다 효율이 떨어지는 경우가 많습니다.

Q176 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원 안에 가장 큰 정삼각형을 그렸습니다. 원의 넓이에서 정삼각형의 넓이를 빼면 얼마입니까? (원주율: 3.14, √3≈1.73)



①) ① 약 184.3cm²

②) ② 약 186.5cm²

③) ③ 약 194.6cm²

④) ④ 약 214.5cm²

🎯 **정답: ① 약 184.3cm²**

📖 1단계: 원의 넓이 = π×10² = 3.14×100 = 314cm².
2단계: 원에 내접하는 가장 큰 정삼각형의 한 변 = 2×반지름×sin60° = 2×10×(√3/2) = 10√3 ≈ 17.3cm.
3단계: 정삼각형 넓이 = (√3/4)×(10√3)² = (√3/4)×300 = 75√3 ≈ 75×1.73 = 129.75cm².
4단계: 차이 = 314 - 129.75 = 184.25 ≈ 184.3cm².
따라서 정답은 ① 약 184.3cm²입니다.

🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정삼각형의 성질을 이용합니다. 외접원 반지름 R일 때 정삼각형의 한 변=R√3이고 넓이=(3√3/4)R²입니다. 원의 넓이에서 빼면 됩니다.

💡 원에 내접하는 정다각형 중 변의 수가 늘어날수록 넓이가 원에 가까워집니다. 정삼각형은 원 넓이의 약 41%만 차지합니다.

Q177 분수 나눗셈 심화

어떤 수를 5/8로 나누어야 할 것을 잘못하여 5/8를 곱했더니 결과가 5/4가 되었습니다. 바르게 계산한 답을 구하시오.

①) ① 8/5
②) ② 32/25
③) ③ 16/5
④) ④ 32/5

🎯 **정답: ③ 16/5**

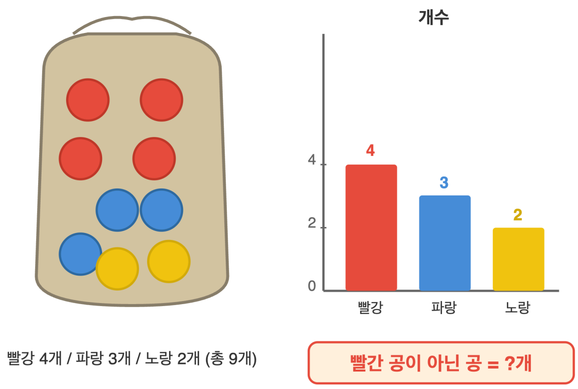
📖 1단계: 잘못된 계산은 □×(5/8)=5/4입니다. 따라서 □=(5/4)÷(5/8)=(5/4)×(8/5)=40/20=2입니다.
2단계: 어떤 수는 2입니다.
3단계: 바르게 계산하면 2÷(5/8)=2×(8/5)=16/5입니다. 따라서 답은 ③ 16/5입니다.

🧠 풀이 전략: '잘못하여 곱함' 유형의 역연산 문제입니다. 먼저 잘못된 연산에서 원래 수를 구하고, 그 수로 올바른 연산을 수행합니다. 곱셈↔나눗셈 전환이 핵심입니다.

💡 이 유형의 문제는 한국 수학 시험에서 매우 자주 출제됩니다. '곱할 것을 나누었다'도 단골 문제입니다!

Q178 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 공 4개, 파란 공 3개, 노란 공 2개가 들어 있습니다. 공을 한 개 꺼낼 때, 빨간 공이 아닌 공이 나올 확률은 얼마입니까?



①) ① 4/9
②) ② 5/9
③) ③ 2/3
④) ④ 7/9

🎯 **정답: ② 5/9**

📖 1단계: 전체 공=4+3+2=9개.
2단계: 빨간 공이 아닌 공=파란 3+노란 2=5개.
3단계: 확률=5/9.
여사건 활용: 1-4/9=5/9 (같은 결과).

🧠 풀이 전략: 여사건 개념을 활용합니다. '~이 아닌' 확률은 1에서 해당 확률을 빼거나, 직접 나머지를 세면 됩니다.

💡 확률에서 '여사건'은 매우 강력한 도구입니다. 복잡한 경우를 직접 세는 것보다 전체에서 빼는 것이 훨씬 쉬울 때가 많습니다.

Q179 수학적 사고와 증명

1부터 연속된 홀수를 더하면 1=1, 1+3=4, 1+3+5=9, 1+3+5+7=16이 됩니다. 1+3+5+7+…+39의 값은 얼마입니까?

①) ① 361

②) ② 380

③) ③ 400

④) ④ 441

🎯 **정답: ③ 400**

📖 1단계: 패턴 발견: 처음 n개의 홀수의 합=n^2입니다. ($1=1^2$, $1+3=2^2$, $1+3+5=3^2$, ...)
2단계: 39는 몇 번째 홀수인지 구합니다. n번째 홀수=2n-1이므로 2n-1=39, n=20.
3단계: 따라서 합=20^2=400입니다.
검증: 공식으로도 확인: 항의 개수 20개, 합=(첫째항+마지막항)×개수÷2=(1+39)×20÷2=400 ✓

🧠 풀이 전략: 귀납적 패턴 관찰 문제입니다. 1, 4, 9, 16... 이 완전제곱수임을 발견하고, n번째 홀수 공식(2n-1)을 이용하여 39가 20번째임을 구합니다.

💡 이 사실은 피타고라스가 발견했으며, 정사각형 모양으로 점을 배열하면 시각적으로도 증명할 수 있습니다. 각 층의 'ㄱ자' 모양이 홀수 개의 점으로 이루어져 있습니다.

Q180 분수 나눗셈 심화

어떤 분수 A에 3/7을 곱했더니 9/14가 되었습니다. 분수 A를 2/5로 나누면 얼마입니까?

①) ① 15/4

②) ② 4/15

③) ③ 3/2

④) ④ 15/8

🎯 **정답: ① 15/4**

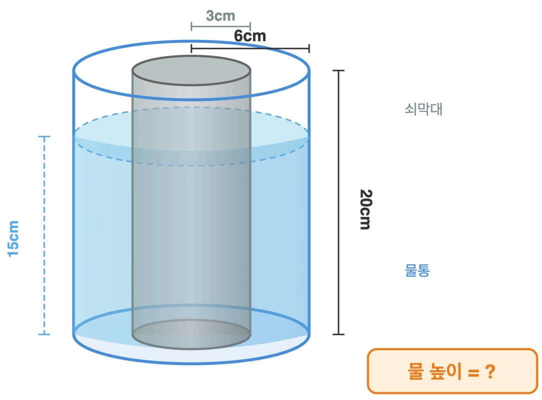
📖 1단계: A × 3/7 = 9/14이므로 A = 9/14 ÷ 3/7 = 9/14 × 7/3 = 63/42 = 3/2
2단계: A ÷ 2/5 = 3/2 ÷ 2/5 = 3/2 × 5/2 = 15/4
3단계: 검산 — 15/4 × 2/5 = 30/20 = 3/2 ✓, 3/2 × 3/7 = 9/14 ✓

🧠 풀이 전략: 역연산 2회 연속 문제. 먼저 곱셈의 역연산(나눗셈)으로 A를 구하고, 다시 나눗셈을 수행해야 한다. 역수 개념을 정확히 적용하는 것이 핵심.

💡 분수 나눗셈에서 역수를 곱하는 이유는 '1을 기준으로 몇 번 들어가는지'를 구하는 것과 같아요.

Q181 입체도형 심화

밑면의 반지름이 6cm이고 높이가 20cm인 원기둥 모양 물통에 물이 높이 15cm까지 차 있습니다. 여기에 밑면의 반지름이 3cm이고 높이가 20cm인 쇠막대를 수직으로 세워 완전히 넣었을 때, 물의 높이는 몇 cm가 됩니까? (π = 3으로 계산, 물은 넘치지 않음)



①) ① 17cm

②) ② 18cm

③) ③ 19cm

④) ④ 20cm

🎯 **정답: ④ 20cm**

📖 1단계: 처음 물의 부피 = π × 6² × 15 = 3 × 36 × 15 = 1620(cm³)

2단계: 쇠막대가 들어간 후, 물이 차지할 수 있는 단면적 = π × 6² − π × 3² = 3 × 36 − 3 × 9 = 108 − 27 = 81(cm²)

3단계: 새 물 높이 = 1620 ÷ 81 = 20(cm). 물통 높이가 20cm이므로 정확히 가득 참.

4단계: 검산 — 81 × 20 = 1620 ✓

🧠 풀이 전략: 부피 보존 원리를 활용한다. 물의 부피는 변하지 않고, 쇠막대가 차지하는 공간만큼 물이 올라간다. 단면적 차이로 새 높이를 구하는 전략.

💡 아르키메데스가 왕관의 진위를 가려낸 것도 바로 이 '부피 보존' 원리였어요!

Q182 소수·분수 융합

0.375를 기약분수로 나타내면 a/b입니다. 이때 (a+b) × 0.5의 값은 얼마입니까?

①) ① 5.5

②) ② 4

③) ③ 5

④) ④ 2.75

🎯 **정답: ① 5.5**

📖 1단계: 0.375=375/1000=3/8 (분자·분모를 125로 약분).

2단계: a=3, b=8이므로 a+b=11.

3단계: (a+b)×0.5=11×0.5=5.5이므로 답은 ① 5.5입니다.

🧠 풀이 전략: 소수를 분수로 바꾸고 기약분수까지 약분한 뒤, 분자·분모를 활용한 추가 계산이 필요하다. 약분 과정에서 최대공약수를 정확히 찾는 것이 핵심.

💡 0.375는 1/8의 3배인데, 컴퓨터는 이진법으로 0.011이라고 표현해요.

Q183 비와 비율 추론

어느 가게에서 원가의 40%를 붙여 정가를 매긴 뒤, 정가에서 25%를 할인하여 팔았더니 물건 하나당 500원의 이익이 발생했습니다. 이 물건의 원가는 얼마입니까?

①) ① 8000원
②) ② 10000원
③) ③ 12000원
④) ④ 15000원

🎯 **정답: ② 10000원**

📖 1단계: 원가를 x원이라 하면 정가=x×1.4입니다.
2단계: 판매가=정가×0.75=x×1.4×0.75=x×1.05입니다.
3단계: 이익=판매가-원가=1.05x-x=0.05x입니다. 이 값이 500원이므로 0.05x=500, x=10000입니다.
따라서 원가는 ② 10000원입니다.

Q184 소수·분수 융합

다음 세 수를 크기 순서대로 나열할 때, 가운데 오는 수는 무엇입니까?
가: 3/8 나: 0.36 다: 7/20

①) ① 가(3/8)
②) ② 나(0.36)
③) ③ 다(7/20)
④) ④ 모두 같다

🎯 **정답: ② 나(0.36)**

📖 1단계: 가는 3/8=0.375입니다.
2단계: 다는 7/20=0.35입니다.
3단계: 세 수를 크기순으로 나열하면 0.35(다)<0.36(나)<0.375(가)입니다. 가운데 오는 수는 ② 나(0.36)입니다.

🧠 풀이 전략: 소수와 분수가 섞여 있으므로 모두 소수로 통일하거나 분모를 통분하여 비교한다. 0.375, 0.36, 0.35는 차이가 매우 작아 정확한 변환이 핵심.

💡 분수를 소수로 바꿀 때 3/8처럼 딱 떨어지는 분수는 분모의 소인수가 2와 5뿐이에요.

Q185 비와 비율 추론

원가가 8000원인 물건에 원가의 50%를 붙여 정가를 매겼습니다. 이 물건이 안 팔려서 정가에서 일정 비율을 할인했더니, 원가보다 800원 손해를 보았습니다. 할인율은 몇 %입니까?

①) ① 30%
②) ② 35%
③) ③ 40%
④) ④ 45%

🎯 **정답: ③ 40%**

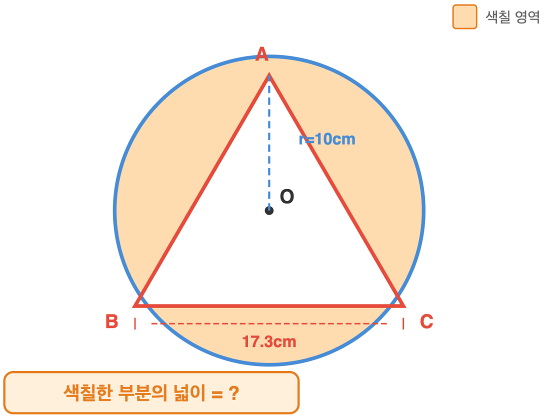
📖 1단계: 정가 = 8000 × 1.5 = 12000(원)
2단계: 800원 손해 → 판매가 = 8000 − 800 = 7200(원)
3단계: 할인 금액 = 12000 − 7200 = 4800(원)
4단계: 할인율 = 4800 ÷ 12000 × 100 = 40%

🧠 풀이 전략: 원가→정가→판매가 흐름을 따라가되, '손해'는 판매가가 원가보다 낮다는 뜻임을 파악해야 한다. 정가 기준 할인율을 구하는 것이 최종 목표.

💡 백화점 세일에서 50% 마진 후 40% 할인이면 사실 가게는 손해! 마진율과 할인율의 기준이 다르기 때문이에요.

Q186 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원 안에 가장 큰 정삼각형을 그렸습니다. 이 정삼각형의 한 변의 길이가 약 17.3cm일 때, 원의 넓이에서 정삼각형의 넓이를 뺀 값은 약 얼마입니까? (π = 3.14, √3 = 1.73)



①) ① 약 184.5cm²

②) ② 약 185.3cm²

③) ③ 약 192.6cm²

④) ④ 약 201.4cm²

🎯 **정답: ① 약 184.5cm²**

📖 1단계: 원의 넓이 = π × 10² = 3.14 × 100 = 314(cm²)
2단계: 정삼각형 넓이 = (√3/4) × 17.3² = (1.73/4) × 299.29 = 0.4325 × 299.29 ≈ 129.4(cm²)
3단계: 차이 = 314 - 129.4 ≈ 184.6(cm²)
√3와 한 변(17.3) 어림에서 생기는 소수점 오차를 고려하면 보기 중 가장 가까운 값은 약 184.5cm²입니다.
따라서 정답은 ① 약 184.5cm²입니다.

🧠 풀이 전략: 원의 넓이와 내접 정삼각형의 넓이를 각각 구한 후 빼는 문제. 정삼각형 넓이 공식 (√3/4)×a²을 알아야 하고, 어림값 계산에서 반올림 오차에 주의해야 한다.

💡 원에 내접하는 정다각형 중 변의 수가 많아질수록 원에 가까워져요. 이 아이디어로 고대 수학자들이 π를 계산했답니다!

Q187 비례와 최적화

A 공장은 하루에 장난감 120개를 만들고, B 공장은 하루에 80개를 만듭니다. A 공장은 매일 가동하면서, 주문량 600개를 A 공장만 사용할 때보다 하루 빨리 끝내려고 합니다. 이때 B 공장을 함께 가동해야 하는 최소 일수는 며칠입니까?

①) ① 2일

②) ② 3일

③) ③ 4일

④) ④ 5일

🎯 **정답: ① 2일**

📖 1단계: A 공장만 사용하면 600÷120=5(일)이 걸립니다. 하루 빨리 끝내려면 4일 안에 600개를 만들어야 합니다.
2단계: A 공장을 4일 동안 매일 가동하면 120×4=480(개)를 만들고, 부족한 양은 600-480=120(개)입니다.
3단계: 부족한 120개는 B 공장이 채워야 합니다. B 공장은 하루에 80개를 만드는데, 1일이면 80개로 부족하고 2일이면 160개로 충분합니다.
4단계: 따라서 B 공장을 최소 2일 함께 가동하면 480+160=640(개)로 4일 안에 끝낼 수 있습니다. 답은 ① 2일입니다.

🧠 풀이 전략: A만 쓸 때의 기준 일수를 먼저 구하고, 공동 생산률을 합산하여 목표 일수 이내에 맞추는 전략. '최소 일수'라는 조건에 주의해야 한다.

💡 실제 공장에서는 기계를 함께 돌리면 전력 소비가 늘어서 단순 합산보다 효율이 떨어지기도 해요.

Q188 통계와 확률 추론

주머니에 흰 공 4개, 검은 공 3개, 파란 공 2개가 들어 있습니다. 공을 하나 꺼낼 때, 꺼낸 공이 흰 공이 아닐 확률은 얼마입니까?

①) ① 4/9
②) ② 5/9
③) ③ 2/3
④) ④ 7/9

🎯 **정답: ② 5/9**

📖 1단계: 전체 공 = 4 + 3 + 2 = 9개
2단계: 흰 공이 아닌 공 = 검은 공 3 + 파란 공 2 = 5개
3단계: 확률 = 5/9
별해(여사건): 1 − 4/9 = 5/9

🧠 풀이 전략: 여사건 접근법과 직접 세기 두 가지 방법이 가능하다. '~이 아닐 확률'이라는 표현에서 여사건(전체에서 해당 사건을 빼기)을 떠올리면 더 빠르다.

💡 여사건은 '일어나지 않을 확률'인데, 복잡한 확률 문제에서 오히려 더 쉽게 풀리는 경우가 많아요!

Q189 분수 나눗셈 심화

리본 한 롤의 길이는 5/3 m입니다. 이 리본을 2/7 m씩 자르면 최대 몇 도막을 만들 수 있고, 남는 리본은 몇 m입니까?

①) ① 5도막, 나머지 5/21 m
②) ② 5도막, 나머지 1/21 m
③) ③ 6도막, 나머지 없음
④) ④ 4도막, 나머지 11/21 m

🎯 **정답: ① 5도막, 나머지 5/21 m**

📖 1단계: 5/3 ÷ 2/7 = 5/3 × 7/2 = 35/6 = 5와 5/6
2단계: 몫의 정수 부분이 도막 수이므로 최대 5도막 가능
3단계: 사용한 길이 = 5 × 2/7 = 10/7
4단계: 남은 길이 = 5/3 − 10/7 = 35/21 − 30/21 = 5/21 m
따라서 5도막을 만들 수 있고, 남는 리본은 5/21 m입니다. 정답은 ①.

🧠 풀이 전략: 분수 나눗셈의 몫과 나머지를 구하는 문제. 나눗셈 결과의 정수 부분이 도막 수이고, 나머지를 원래 단위로 환산해야 한다. 나머지 = 원래 길이 − (도막 수 × 한 도막 길이).

💡 옛날 재단사들은 분수 계산 없이 자로 재며 경험으로 남는 천 길이를 맞췄대요!

Q190 비와 비율 추론

소금물 300g에 소금이 45g 녹아 있습니다. 여기에 물을 더 넣어 농도를 10%로 만들려면 물을 몇 g 넣어야 합니까?

①) ① 100g

②) ② 120g

③) ③ 150g

④) ④ 200g

🎯 **정답: ③ 150g**

📖 1단계: 현재 농도 = 45/300 × 100 = 15%

2단계: 목표 농도 10%, 소금량은 변하지 않으므로 45g 유지

3단계: 45 ÷ 새 소금물 무게 = 0.1 → 새 소금물 무게 = 450g

4단계: 추가할 물 = 450 − 300 = 150g

🧠 풀이 전략: 농도 문제에서 핵심은 '소금의 양은 변하지 않는다'는 보존 원리. 물만 추가하므로 소금량 고정 상태에서 새로운 전체 무게를 역산하는 전략.

💡 바닷물의 평균 염도는 약 3.5%인데, 사해(Dead Sea)는 무려 34%나 돼요!

Q191 소수·분수 융합

1/6을 소수로 나타내면 0.1666…입니다. 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 무엇입니까?

①) ① 1

②) ② 6

③) ③ 0

④) ④ 5

🎯 **정답: ② 6**

📖 1단계: 1/6 = 0.1666… = 0.1과 6의 무한반복

2단계: 소수점 첫째 자리는 1, 둘째 자리부터 6이 계속 반복

3단계: 50번째 자리 — 첫째 자리(1)를 제외하면 2번째~50번째는 모두 6

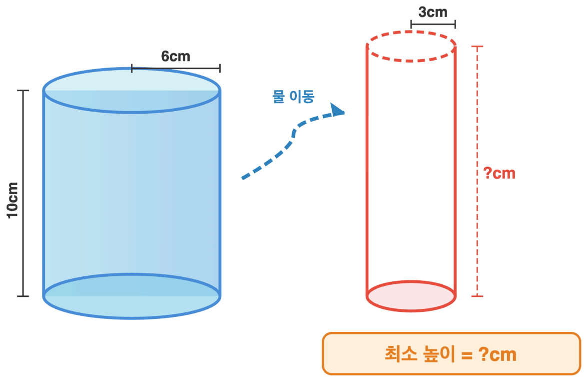
4단계: 따라서 50번째 자리 숫자는 6

🧠 풀이 전략: 순환소수의 반복 패턴을 파악하는 문제. 1/6의 소수 표현에서 비순환 부분(1)과 순환 부분(6)을 구별한 뒤, n번째 자리가 어디에 해당하는지 판단한다.

💡 1/7 = 0.142857142857…은 6자리가 반복되는데, 142857에 2를 곱하면 285714로 순서만 바뀌어요!

Q192 입체도형 심화

밑면의 반지름이 6cm이고 높이가 10cm인 원기둥 모양의 그릇에 물이 가득 차 있습니다. 이 물을 밑면의 반지름이 3cm인 원기둥 모양 그릇에 모두 옮겨 담으려고 합니다. 작은 그릇의 높이가 최소 몇 cm여야 물이 넘치지 않을까요? (원주율 π 사용)



①) ①30cm

②) ②40cm

③) ③20cm

④) ④60cm

🎯 **정답: ②40cm**

📖 1단계: 큰 원기둥의 부피 = $\pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi(cm^3)$

2단계: 작은 원기둥의 밑면적 = $\pi \times 3^2 = 9\pi(cm^2)$

3단계: 필요한 높이 = $360\pi \div 9\pi = 40(cm)$

따라서 작은 그릇의 높이는 최소 40cm여야 합니다.

🧠 풀이 전략: 부피 보존 원리를 이용합니다. 큰 그릇의 물 부피를 구한 뒤, 작은 그릇의 밑면적으로 나누면 필요한 높이가 나옵니다. 핵심은 반지름이 절반이 되면 밑면적은 1/4이 되므로 높이는 4배가 된다는 반비례 관계입니다.

💡 반지름이 1/2배가 되면 밑면적은 1/4배! 그래서 높이는 4배나 필요해요. 넓이는 길이의 제곱에 비례하기 때문이죠.

Q193 수학적 사고와 증명

연속하는 세 홀수의 합은 항상 3의 배수임을 보이려 합니다. 연속하는 세 홀수를 (2n-1), (2n+1), (2n+3)으로 놓았을 때, 이 세 수의 합을 정리하면 어떤 식이 되나요?

①) ①6n+1

②) ②6n+3

③) ③6n+2

④) ④6n

🎯 **정답: ②6n+3**

📖 1단계: 세 수의 합 = $(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)$

2단계: $= 2n-1+2n+1+2n+3 = 6n+3$

3단계: $6n+3 = 3(2n+1)$이므로 항상 3의 배수

따라서 연속 세 홀수의 합은 어떤 자연수 n에 대해서든 반드시 3의 배수입니다.

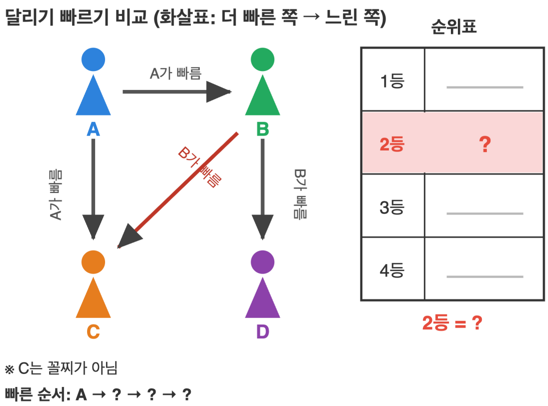
🧠 풀이 전략: 문자식으로 일반화하는 증명 전략입니다. 연속 홀수를 문자로 표현한 뒤 합을 정리하고, 결과가 3으로 인수분해되는지 확인합니다. 구체적 예시(1+3+5=9)로 검증도 병행하세요.

💡 이 방법을 '일반화'라고 해요. 수학자들이 '항상'을 증명할 때 가장 많이 쓰는 기법이랍니다.

Q194 논리·경시 퍼즐

A, B, C, D 네 사람이 달리기 시합을 했습니다. 다음 조건을 모두 만족할 때, 2등은 누구인가요?

• A는 C보다 빨랐다.
• D는 B보다 느렸다.
• B는 A보다 느렸다.
• B는 C보다 빨랐다.
• C는 꼴찌가 아니었다.



①) ①A
②) ②B
③) ③C
④) ④D

🎯 **정답: ②B**
📖 1단계: 'A는 C보다 빠르다(A>C)', 'B는 A보다 느리다(A>B)'에서 A가 B, C보다 빠름.
2단계: 'D는 B보다 느리다(B>D)'이므로 A>B>D. 따라서 A가 1등.
3단계: 'B는 C보다 빠르다(B>C)'에서 A>B>C.
4단계: 'C는 꼴찌가 아니다'이므로 꼴찌(4등)는 D이고, 남은 C는 3등.
5단계: 따라서 순위는 A>B>C>D로 유일하게 정해지며, 2등은 B입니다.
🧠 풀이 전략: 논리 추론 문제입니다. 주어진 부등식 조건들을 하나씩 정리해 순서를 확립합니다. 확실한 관계(A>B>D)를 먼저 정하고, 남은 C의 위치를 조건 'C≠꼴찌'로 결정합니다.
💡 이런 문제를 '순서 논리' 문제라고 해요. 올림피아드 대회에서 자주 나오는 유형이랍니다!

Q195 수학적 사고와 증명

1부터 n까지의 자연수의 합 공식은 n(n+1)/2입니다. 이 공식이 맞다면 1+2+3+...+20의 값은 얼마인가요? 그리고 이 공식을 이용하여 11+12+13+...+20의 합도 구하세요.

①) ①210, 155

②) ②190, 145

③) ③210, 110

④) ④200, 155

🎯 **정답: ①210, 155**

📖 1단계: 1부터 20까지의 합 = 20×21/2 = 210
2단계: 1부터 10까지의 합 = 10×11/2 = 55
3단계: 11부터 20까지의 합 = 210 - 55 = 155
따라서 답은 210과 155입니다.

🧠 풀이 전략: 가우스 합 공식을 활용하는 문제입니다. 부분합을 구하려면 '전체 합 - 앞부분 합'으로 구간합을 계산하는 전략을 사용합니다. 이는 프로그래밍의 누적합(prefix sum) 개념과도 같습니다.

💡 가우스가 10살 때 1부터 100까지의 합을 순식간에 구한 일화는 유명하죠! 같은 공식 n(n+1)/2를 사용했어요.

Q196 비와 비율 추론

어떤 물건의 원가에 40%의 이익을 붙여 정가를 정했습니다. 정가에서 20%를 할인하여 팔면, 원가 대비 몇 %의 이익 또는 손해인가요?

①) ①12% 이익

②) ②12% 손해

③) ③20% 이익

④) ④8% 이익

🎯 **정답: ①12% 이익**

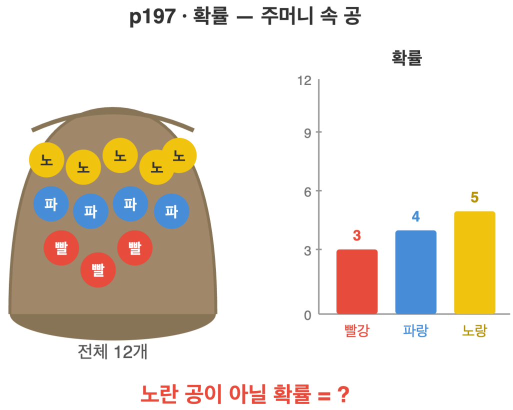
📖 1단계: 원가를 100원이라 하면, 정가 = 100×1.4 = 140(원)
2단계: 할인 판매가 = 140×0.8 = 112(원)
3단계: 이익 = 112-100 = 12(원), 이익률 = 12/100 = 12%
따라서 원가 대비 12%의 이익입니다.

🧠 풀이 전략: 원가를 기준으로 비율을 계산하는 문제입니다. 원가를 100으로 놓으면 계산이 편해집니다. 핵심은 '이익률의 기준은 항상 원가'라는 점과, 40% 인상 후 20% 할인은 원래로 돌아가지 않는다는 것입니다.

💡 40% 올리고 40% 내리면 원래 가격이 될까? 아니에요! 100→140→84로 오히려 16% 손해! 비율의 함정이죠.

Q197 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 공 3개, 파란 공 4개, 노란 공 5개가 들어 있습니다. 공을 하나 꺼낼 때, 노란 공이 아닐 확률은 얼마인가요?



①) ①5/12
②) ②7/12
③) ③1/2
④) ④2/3

🎯 **정답: ②7/12**
📖 1단계: 전체 공의 수 = 3+4+5 = 12(개)
2단계: 노란 공이 아닌 공 = 빨간 3 + 파란 4 = 7(개)
3단계: 노란 공이 아닐 확률 = 7/12

또는 여사건으로: 1 - 5/12 = 7/12
🧠 풀이 전략: 여사건 확률을 활용합니다. '~이 아닐 확률 = 1 - ~일 확률'로 구하는 것이 더 간단할 때가 많습니다. 이 문제에서는 직접 세는 것과 여사건 두 방법 모두 간단하지만, 여사건 개념을 익히는 것이 중요합니다.
💡 복잡한 확률 문제에서 '적어도 하나'를 구할 때 여사건이 정말 유용해요. 직접 세면 경우가 수십 개인데, 여사건은 단 한 번의 뺄셈!

Q198 분수 나눗셈 심화

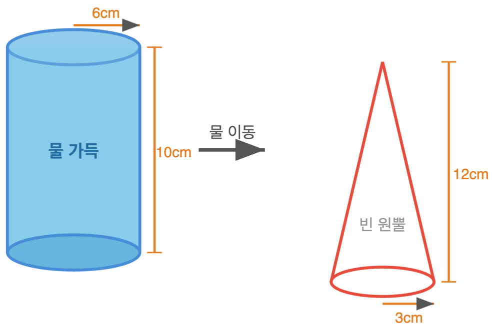
어떤 수를 3/5으로 나누어야 할 것을 잘못하여 3/5을 곱했더니 결과가 12가 되었습니다. 바르게 계산한 결과는 얼마인가요?

①) ①100/3
②) ②80/3
③) ③60/3
④) ④120/3

🎯 **정답: ①100/3**
📖 1단계: 잘못된 계산 — □×(3/5)=12이므로 □=12÷(3/5)=12×(5/3)=20
2단계: 바른 계산 — 20÷(3/5)=20×(5/3)=100/3
3단계: 100/3은 약 33.3으로, 잘못된 계산(12)보다 훨씬 큰 값입니다.
따라서 바르게 계산한 결과는 100/3입니다.
🧠 풀이 전략: 역연산 추적 문제입니다. 먼저 잘못된 계산에서 원래 수를 역추적하고, 그 수로 바른 계산을 수행합니다. '나누기 분수'와 '곱하기 분수'의 결과 차이가 핵심 포인트입니다.
💡 분수로 나누면 결과가 커지고, 곱하면 작아져요(진분수일 때). 이 차이를 이용한 역추적 문제는 수학경시대회 단골이에요!

Q199 입체도형 심화

밑면의 반지름이 6cm이고 높이가 10cm인 원기둥 모양의 그릇에 물이 가득 차 있습니다. 이 물을 밑면의 반지름이 3cm인 원뿔 모양의 그릇에 옮겨 담으려고 합니다. 원뿔 그릇의 높이가 12cm일 때, 원기둥의 물을 원뿔 그릇으로 최소 몇 번 옮겨야 모두 옮길 수 있나요? (원주율: 3.14)



①) ①8번
②) ②10번
③) ③12번
④) ④15번

🎯 **정답: ②10번**

📖 1단계: 원기둥의 부피 = $\pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi(cm^3)$
2단계: 원뿔의 부피 = $(1/3) \times \pi \times 3^2 \times 12 = 36\pi(cm^3)$
3단계: 필요한 횟수 = $360\pi \div 36\pi = 10$(번)
따라서 원뿔 그릇으로 최소 10번 옮겨야 합니다.

🧠 풀이 전략: 원기둥과 원뿔의 부피 공식을 각각 적용한 후, 원기둥 부피를 원뿔 부피로 나누면 횟수를 구할 수 있어. 원뿔 부피에 1/3이 들어가는 것이 핵심이야.

💡 원뿔의 부피는 같은 밑면과 높이를 가진 원기둥의 정확히 1/3이에요. 이것은 고대 그리스의 아르키메데스가 증명했답니다!

Q200 비례와 최적화

A, B, C 세 사람이 함께 일하면 어떤 일을 6일에 끝낼 수 있습니다. A 혼자 하면 18일, B 혼자 하면 12일 걸립니다. C 혼자 하면 며칠이 걸리나요?

①) ①24일
②) ②30일
③) ③36일
④) ④48일

🎯 **정답: ③36일**

📖 1단계: 전체 일의 양을 1로 놓으면, A+B+C의 하루 작업량 = 1/6
2단계: A의 하루 작업량 = 1/18, B의 하루 작업량 = 1/12
3단계: C의 하루 작업량 = 1/6 - 1/18 - 1/12 = 6/36 - 2/36 - 3/36 = 1/36
4단계: C 혼자 하면 36일 걸립니다.

🧠 풀이 전략: 일률(하루 작업량) 개념을 사용해야 해. 전체를 1로 놓고, 각 사람의 하루 작업량을 분수로 표현한 뒤, 합에서 A와 B를 빼면 C의 일률을 구할 수 있어.

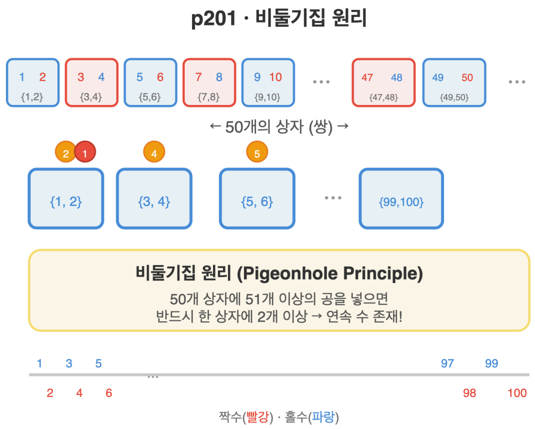
💡 이런 '일의 양' 문제는 고대 중국 수학책 '구장산술'에도 나와요. 2000년 전 사람들도 같은 방법으로 풀었답니다!

📝 초6 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q201 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지의 자연수 중에서 임의로 숫자를 뽑습니다. 뽑은 숫자 중에 반드시 차이가 1인 두 수가 포함되려면 최소 몇 개를 뽑아야 하나요?



①) ①50개

②) ②51개

③) ③52개

④) ④53개

🎯 **정답: ②51개**

📖 1단계: {1,2}, {3,4}, {5,6}, ..., {99,100}처럼 연속된 두 수씩 50개의 쌍으로 나눕니다.
2단계: 각 쌍에서 하나씩만 골라 뽑으면 차이가 1인 두 수를 피할 수 있습니다. 예: 1,3,5,...,99 (50개)
3단계: 50개까지는 차이가 1인 쌍 없이 뽑을 수 있지만, 51개째를 뽑으면 비둘기집 원리에 의해 반드시 같은 쌍에서 두 수를 뽑게 되므로 차이가 1인 두 수가 생깁니다.
따라서 최소 51개를 뽑아야 합니다.

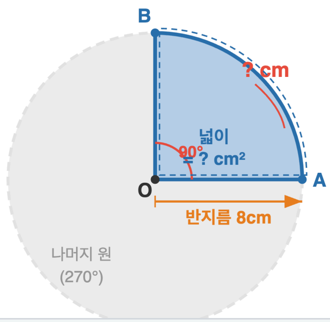
🧠 풀이 전략: 비둘기집 원리를 적용해야 해. 연속 두 수를 한 쌍(상자)으로 묶으면 50개의 상자가 생기고, 51개를 뽑으면 어떤 상자에는 2개가 들어가게 돼.

💡 비둘기집 원리는 '서랍 원리'라고도 해요. 독일 수학자 디리클레가 정리했지만, 원리 자체는 너무 당연해서 오히려 강력한 증명 도구가 된답니다!

Q202 원과 원주율 심화

반지름이 8cm인 원에서 중심각이 90°인 부채꼴을 잘랐습니다. 이 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 각각 구하세요. (원주율: 3.14)

p202 · 부채꼴의 호의 길이와 넓이



호의 길이 = 2πr × (90/360) | 넓이 = πr² × (90/360)

🎯 **정답: 호의 길이: 12.56cm, 넓이: 50.24cm²**

📖 1단계: 원의 둘레 = 2×3.14×8 = 50.24(cm)

2단계: 90°는 360°의 1/4이므로, 호의 길이 = 50.24×(1/4) = 12.56(cm)

3단계: 원의 넓이 = 3.14×8² = 200.96(cm²)

4단계: 부채꼴의 넓이 = 200.96×(1/4) = 50.24(cm²)

🧠 풀이 전략: 부채꼴은 원의 일부분이야. 중심각이 전체 360°에서 차지하는 비율을 구하면, 호의 길이와 넓이 모두 그 비율만큼이 돼.

💡 피자 한 조각이 보통 45°(1/8)이에요. 90° 부채꼴은 피자 두 조각을 합친 것과 같아요!

Q203 비례와 최적화

어떤 과수원에서 사과, 배, 귤을 5:3:2의 비율로 수확합니다. 전체 수확량이 800kg일 때, 사과의 30%와 배의 50%를 주스 공장에 보내면 주스 공장에 보내는 과일은 총 몇 kg인가요?

①) ①240kg

②) ②260kg

③) ③280kg

④) ④300kg

🎯 **정답: ①240kg**

📖 1단계: 전체 비율 합 = 5+3+2 = 10

2단계: 사과 = 800×(5/10) = 400kg, 배 = 800×(3/10) = 240kg

3단계: 주스 공장에 보내는 양 = 사과의 30% + 배의 50% = 400×0.3 + 240×0.5 = 120 + 120 = 240kg

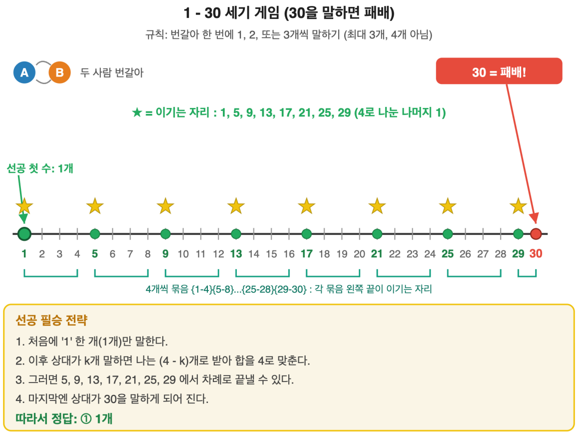
따라서 주스 공장에 보내는 과일은 총 240kg입니다. 정답은 ①.

🧠 풀이 전략: 비례배분을 먼저 하여 각 과일의 양을 구한 뒤, 각각에 다른 비율을 곱해서 합산해야 해. 두 단계의 비율 적용이 핵심이야.

💡 한국은 세계 배 생산량 5위 안에 드는 배 강국이에요. 나주배가 특히 유명하죠!

Q204 논리·경시 퍼즐

두 사람이 번갈아 가며 1부터 30까지의 수를 셉니다. 한 번에 1개, 2개, 또는 3개의 연속된 수를 말할 수 있습니다. 30을 말하는 사람이 지는 게임입니다. 먼저 시작하는 사람이 반드시 이기려면 처음에 몇 개의 수를 말해야 하나요?



①) ①1개 ("1")

②) ②2개 ("1,2")

③) ③3개 ("1,2,3")

④) ④어떻게 말해도 이길 수 없다

🎯 **정답: ①1개 ("1")**

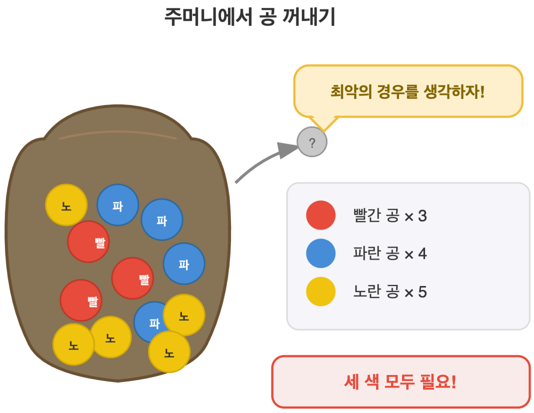
📖 1단계: 30을 말하면 지므로, 내가 29를 말하면 상대는 30을 말할 수밖에 없어 집니다. 즉 29에서 끝내면 이깁니다.
2단계: 한 번에 1개에서 3개까지 말할 수 있으므로, 상대가 k개를 말하면 내가 (4-k)개를 말해 두 사람이 말한 개수의 합을 항상 4로 맞추면 내가 원하는 수에서 끝낼 수 있습니다.
3단계: 29에서 4씩 거꾸로 빼면 내가 끝내야 하는 '이기는 자리'는 29, 25, 21, 17, 13, 9, 5, 1입니다(모두 4로 나눈 나머지가 1).
4단계: 그러므로 먼저 시작하는 사람은 처음에 '1' 하나만(1개) 말해 1에서 끝내야 합니다. 이후 상대가 몇 개를 말하든 합이 4가 되게 받아 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29 순으로 끝내면, 마지막에 상대가 30을 말하게 되어 이깁니다.
따라서 정답은 ① 1개입니다.

🧠 풀이 전략: 역순으로 생각해야 해. 30을 말하면 지니까 29를 말하면 이겨. 29에서 4씩 빼면 필승 위치가 나와. 30을 4로 나눈 나머지가 처음에 말할 개수를 결정해.

💡 이런 유형의 게임을 '님(Nim) 게임'이라고 해요. 컴퓨터 과학에서 게임 이론의 기초가 되는 중요한 문제랍니다!

Q205 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 공 3개, 파란 공 4개, 노란 공 5개가 들어있습니다. 눈을 감고 공을 하나씩 꺼낼 때, 세 가지 색 공을 모두 최소 1개씩 갖기 위해서는 최소 몇 개를 꺼내야 하나요?



①) ①3개

②) ②7개

③) ③10개

④) ④12개

🎯 **정답: ③10개**

📖 1단계: 최악의 경우를 생각합니다. 운이 나쁘면 파란(4개)과 노란(5개)을 모두 꺼내고도 빨간이 안 나올 수 있습니다.
2단계: 최악: 노란 5개 + 파란 4개 = 9개를 꺼내도 두 가지 색뿐일 수 있습니다.
3단계: 10번째에는 반드시 빨간 공이 나옵니다. (남은 것이 빨간뿐이므로)
따라서 최소 10개를 꺼내야 세 가지 색을 모두 확보할 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: '최소 몇 개'를 물으면 최악의 경우를 생각해야 해. 가장 운이 나쁜 시나리오에서도 조건을 만족하는 수를 구하는 거야. 가장 적은 색의 공을 마지막에 뽑는 경우가 최악이야.

💡 이것도 비둘기집 원리의 응용이에요! 수학에서 '최소'를 구할 때는 항상 '최악의 경우'를 먼저 생각하는 습관을 기르세요.

Q206 수학적 사고와 증명

다음 규칙을 관찰하고 빈칸을 채우세요.

$1^2 = 1$

$1^2+2^2 = 5$

$1^2+2^2+3^2 = 14$

$1^2+2^2+3^2+4^2 = 30$

$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2 = ?$

또한, 1부터 n까지 제곱의 합이 $n(n+1)(2n+1)/6$ 공식으로 구해짐을 이용하여, $1^2+2^2+...+10^2$의 값을 구하세요.

🎯 **정답: 5^2 합=55, 10^2 합=385**

📖 1단계: $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2 = 1+4+9+16+25 = 55$
2단계: 공식 검증 — n=5일 때: $5×6×11/6 = 330/6 = 55$ ✓
3단계: n=10일 때: $10×11×21/6 = 2310/6 = 385$
따라서 $1^2+2^2+...+10^2 = 385$입니다.

🧠 풀이 전략: 먼저 직접 더해서 규칙을 확인하고, 주어진 공식이 맞는지 검증한 뒤, 큰 수에 적용하는 3단계 접근이 필요해. 관찰→검증→확장의 수학적 사고 과정이야.

💡 이 공식은 아르키메데스도 알고 있었어요. 제곱의 합 공식은 피라미드 모양으로 구슬을 쌓으면 시각적으로 이해할 수 있답니다!

Q207 비와 비율 추론

어떤 가게에서 원가 8,000원인 물건에 40%의 이익을 붙여 정가를 매겼습니다. 그런데 안 팔려서 정가에서 20% 할인하여 팔았습니다. 이 물건을 팔아서 얻은 이익은 얼마인가요?

①) ①640원

②) ②960원

③) ③1,120원

④) ④1,600원

🎯 **정답: ②960원**

📖 1단계: 정가 = 8,000 × (1+0.4) = 8,000 × 1.4 = 11,200(원)

2단계: 판매가 = 11,200 × (1-0.2) = 11,200 × 0.8 = 8,960(원)

3단계: 이익 = 판매가 - 원가 = 8,960 - 8,000 = 960(원)

40% 이익 후 20% 할인이 원가로 돌아가는 것이 아님에 주의!

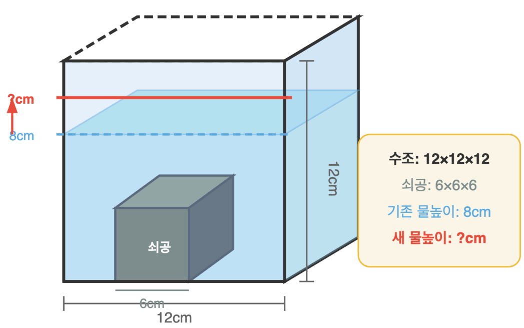
🧠 풀이 전략: 이익률과 할인율은 기준이 다르다는 것이 핵심이야. 이익률은 원가 기준, 할인율은 정가 기준이므로 순서대로 차근차근 계산해야 해. '40%-20%=20% 이익'이라고 착각하면 안 돼!

💡 백화점 세일에서 '50% 할인 후 추가 20% 할인'이 총 70% 할인이 아니라 60% 할인인 것도 같은 원리예요!

Q208 입체도형 심화

한 모서리의 길이가 12cm인 정육면체 모양의 수조에 물이 높이 8cm까지 차 있습니다. 여기에 한 모서리의 길이가 6cm인 정육면체 모양의 쇠공을 완전히 넣었습니다(쇠공이 바닥에 가라앉음). 물의 높이는 몇 cm가 되나요?

정육면체 수조에 쇠공 넣기



①) ①9cm

②) ②9.5cm

③) ③10cm

④) ④10.5cm

🎯 **정답: ②9.5cm**

📖 1단계: 수조 밑면적 = 12×12 = 144(cm^2)

2단계: 쇠공의 부피 = 6×6×6 = 216(cm^3)

3단계: 처음 물의 부피 = 144×8 = 1,152(cm^3)

4단계: 쇠공을 넣으면 물+쇠공의 총 부피 = 1,152+216 = 1,368(cm^3)

5단계: 새 물의 높이 = 1,368÷144 = 9.5(cm)

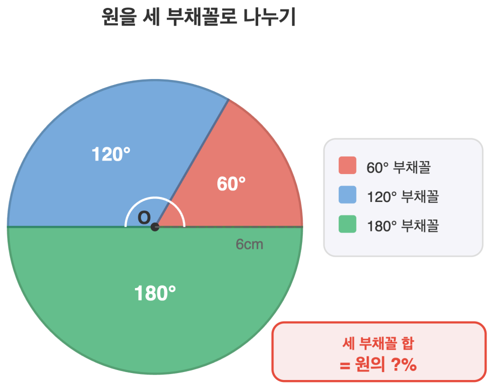
쇠공이 차지하는 부피만큼 물이 올라갑니다.

🧠 풀이 전략: 물에 물체를 넣으면 물체의 부피만큼 물이 올라가는 원리를 이용해야 해. 수조의 밑면적은 변하지 않으므로, (원래 물 부피 + 쇠공 부피) ÷ 밑면적 = 새 높이야.

💡 아르키메데스는 목욕탕에서 물이 넘치는 것을 보고 부피 측정법을 발견하고 '유레카!'를 외쳤다고 해요. 이 문제와 같은 원리랍니다!

Q209 원과 원주율 심화

반지름이 6cm인 원 위에 중심각이 60°, 120°, 180°인 세 부채꼴을 그렸습니다. 세 부채꼴의 넓이의 합은 원 전체 넓이의 몇 %인가요? (원주율: 3.14)



①) ①50%
②) ②75%
③) ③100%
④) ④150%

🎯 **정답: ③100%**

📖 1단계: 세 중심각의 합 = 60° + 120° + 180° = 360°
2단계: 360°는 원 전체이므로, 세 부채꼴의 넓이 합 = 원 전체 넓이
3단계: 따라서 원 전체 넓이의 100%입니다.

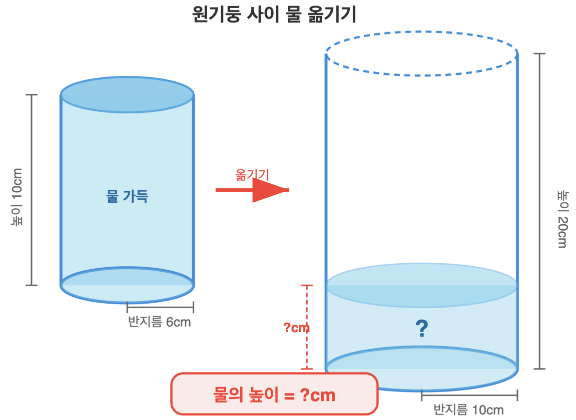
이 문제는 직접 넓이를 계산하지 않아도, 중심각의 합이 360°임을 알면 바로 답할 수 있습니다. 넓이를 일일이 구하는 것은 불필요한 계산입니다!

🧠 풀이 전략: 각 부채꼴의 넓이를 따로 구할 필요 없이, 중심각의 합이 360°인지 확인하는 것이 핵심이야. 부채꼴 넓이 비율 = 중심각 비율이라는 원리를 알면 간단해져. 함정은 복잡한 계산을 유도하는 것!

💡 원을 부채꼴로 나누는 것은 피자를 자르는 것과 같아요. 중심각의 합이 360°이면 피자를 남김없이 다 자른 거예요!

Q210 입체도형 심화

밑면의 반지름이 6cm이고 높이가 10cm인 원기둥 모양의 통에 물이 가득 차 있다. 이 물을 밑면의 반지름이 10cm이고 높이가 20cm인 원기둥 모양의 빈 통에 모두 옮겨 부었다. 새 통에서 물의 높이는 몇 cm인지 소수 첫째 자리까지 구하여라.



①) ① 3.2cm
②) ② 3.6cm
③) ③ 4.0cm
④) ④ 4.2cm

🎯 **정답: ② 3.6cm**

📖 1단계: 원래 통의 물 부피 = $\pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi(cm^3)$

2단계: 새 통에서 물높이를 h라 하면 $\pi \times 10^2 \times h = 360\pi$

3단계: $100h = 360$, $h = 3.6$cm

🧠 풀이 전략: 부피 보존 원리를 활용한다. 물의 부피는 변하지 않으므로 $\pi \times r_1^2 \times h_1 = \pi \times r_2^2 \times h_2$ 관계식을 세운 뒤 h_2를 구한다. 반지름이 커지면 높이는 낮아지는 반비례 관계를 이해해야 한다.

💡 반지름이 5/3배가 되면 높이는 $(3/5)^2=9/25$배가 된다. 넓이는 길이의 제곱에 비례하기 때문!

Q211 분수 나눗셈 심화

어떤 수를 3/4으로 나누어야 할 것을 잘못하여 3/4을 곱했더니 결과가 9/16이 되었다. 원래 계산의 올바른 답을 구하여라.

①) ① 1
②) ② 4/3
③) ③ 3/2
④) ④ 16/9

🎯 **정답: ① 1**

📖 1단계: 어떤 수를 □라 하면, 잘못된 계산: □×(3/4)=9/16

2단계: □ = (9/16)÷(3/4) = (9/16)×(4/3) = 36/48 = 3/4

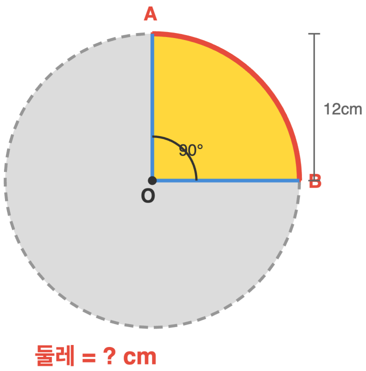
3단계: 올바른 계산: (3/4)÷(3/4) = (3/4)×(4/3) = 1

🧠 풀이 전략: 역추적 전략을 사용한다. 잘못된 연산 결과로부터 원래 수를 먼저 복원한 뒤, 올바른 연산을 수행한다. '곱하기를 나누기로 잘못'이므로 역수 관계를 이중으로 활용하는 사고가 필요하다.

💡 같은 분수끼리 나누면 항상 1이 된다. a÷a=1은 0이 아닌 모든 수에 성립하는 나눗셈의 기본 성질이야!

Q212 원과 원주율 심화

반지름이 12cm인 원에 중심각이 90°인 부채꼴을 그렸다. 이 부채꼴의 호의 길이와 두 반지름을 합한 둘레의 길이는 몇 cm인가? (원주율은 3.14로 계산)



①) ① 18.84cm
②) ② 30.84cm
③) ③ 42.84cm
④) ④ 37.68cm

🎯 **정답: ③ 42.84cm**

📖 1단계: 호의 길이 = 원둘레×(90/360) = 2×3.14×12×(1/4) = 75.36÷4 = 18.84cm
2단계: 두 반지름의 길이 합 = 12+12 = 24cm
3단계: 부채꼴 둘레 = 18.84+24 = 42.84cm

🧠 풀이 전략: 부채꼴의 둘레는 호의 길이만이 아니라 두 반지름도 포함한다는 점에 주의해야 한다. 호의 길이는 중심각의 비율로 원둘레를 분할하여 구한다. 함정 보기 ①은 호만 구한 답이다.

💡 90° 부채꼴은 원의 1/4이라서 '사분원'이라고 불러. 피자 한 조각이 보통 이 모양이지!

Q213 소수·분수 융합

다음 중 0.375와 같은 값을 가지는 분수는?

①) ① 3/8
②) ② 3/7
③) ③ 5/12
④) ④ 7/20

🎯 **정답: ① 3/8**

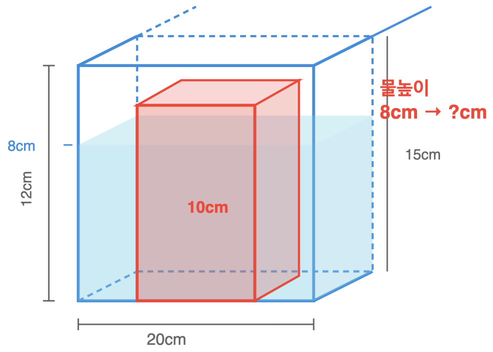
📖 1단계: 0.375 = 375/1000
2단계: 375와 1000의 최대공약수 = 125
3단계: 375÷125 / 1000÷125 = 3/8

🧠 풀이 전략: 소수를 분수로 변환하는 기본 전략을 사용한다. 소수점 아래 자릿수만큼 10의 거듭제곱을 분모로 놓고 약분한다. 검증으로 3÷8=0.375를 확인할 수 있다. 오답 보기들은 비슷한 크기의 분수로 계산 없이 직관만으로는 구별하기 어렵다.

💡 0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625, 0.75, 0.875는 각각 1/8부터 7/8까지야. 8분의 시리즈!

Q214 입체도형 심화

가로 20cm, 세로 15cm, 높이 12cm인 직육면체 모양 수조에 물이 높이 8cm까지 차 있다. 여기에 한 변의 길이가 10cm인 정육면체 쇠막대를 수직으로 세워 바닥까지 넣었다. 물의 높이는 몇 cm가 되는가? (물이 넘치지 않는다고 가정)



①) ① 10cm

②) ② 약 11.3cm

③) ③ 12cm

④) ④ 넘친다

🎯 **정답: ② 약 11.3cm**

📖 1단계: 처음 물의 부피 = 20×15×8 = 2400cm³.

2단계: 수조 바닥 넓이 = 20×15 = 300cm², 정육면체 바닥 넓이 = 10×10 = 100cm², 정육면체 높이 = 10cm.

3단계: 물의 높이를 h라 하자. 만약 h가 10cm 이하이면 물이 차는 단면적은 300-100 = 200cm²이고 200h = 2400 → h = 12cm가 되어 10cm를 넘으므로 모순이다. 따라서 h > 10cm.

4단계: h > 10cm이면 바닥부터 높이 10cm까지(정육면체가 있는 부분)는 물 단면적이 200cm²(부피 200×10 = 2000cm³)이고, 높이 10cm부터 h까지는 정육면체가 없어 단면적이 300cm²이다.

2000 + 300×(h-10) = 2400 → 300×(h-10) = 400 → h-10 = 4/3 → h = 34/3 ≈ 11.3cm.

5단계: 11.3cm는 수조 높이 12cm보다 낮아 넘치지 않는다. 따라서 정답은 ② 약 11.3cm입니다.

Q215 소수·분수 융합

1/7을 소수로 나타내면 0.142857142857…로 여섯 자리가 반복된다. 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 무엇인가?

①) ① 1

②) ② 2

③) ③ 4

④) ④ 8

🎯 **정답: ③ 4**

📖 1단계: 1/7 = 0.142857142857… → 반복마디 142857 (6자리)

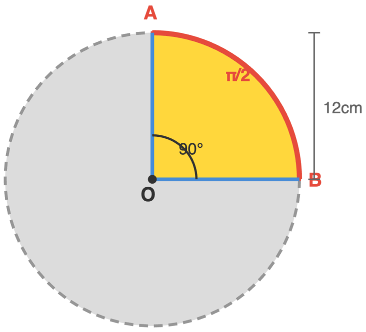
2단계: 50 ÷ 6 = 8 나머지 2

3단계: 나머지가 2이므로 반복마디의 2번째 숫자입니다. 142857에서 2번째 숫자는 4.

따라서 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 4입니다. 정답은 ③.

Q216 원과 원주율 심화

반지름이 12cm인 원에서 중심각이 90°인 부채꼴을 잘라냈다. 이 부채꼴의 둘레(호+두 반지름)는 몇 cm인가? (원주율 π=3.14)



①) ① 18.84cm
②) ② 30.84cm
③) ③ 42.84cm
④) ④ 37.68cm

🎯 **정답: ③ 42.84cm**
📖 1단계: 호의 길이 = 2×3.14×12×(90/360) = 75.36×(1/4) = 18.84cm
2단계: 두 반지름의 합 = 12+12 = 24cm
3단계: 부채꼴의 둘레 = 18.84+24 = 42.84cm
🧠 풀이 전략: 부채꼴의 둘레는 호의 길이만이 아니라 두 반지름도 포함한다는 점에 주의해야 한다. 함정 보기 ①은 호의 길이만 구한 것이다.
💡 90° 부채꼴은 원의 1/4이라서 '사분원'이라고 불러. 피자 한 조각이 보통 이 모양이지!

Q217 소수·분수 융합

0.625를 기약분수로 나타내었을 때, 분자와 분모의 합은 얼마인가?

①) ① 11
②) ② 13
③) ③ 15
④) ④ 17

🎯 **정답: ② 13**
📖 1단계: 0.625 = 625/1000
2단계: GCD(625,1000)=125이므로 625÷125=5, 1000÷125=8 → 5/8
3단계: 분자+분모 = 5+8 = 13
🧠 풀이 전략: 소수를 분수로 변환 후 최대공약수로 약분하는 기본 전략이다. 625와 1000이 모두 5의 거듭제곱으로 나눠진다는 점을 파악하는 것이 핵심이다.
💡 0.625는 5/8이야. 8분의 시리즈(1/8=0.125, 2/8=0.25, …, 5/8=0.625)를 외워두면 변환이 빨라!

Q218 비와 비율 추론

어느 가게에서 원가가 8,000원인 물건에 40%의 이익을 붙여 정가를 매겼다가, 팔리지 않아 정가에서 20%를 할인하여 팔았다. 실제 이익은 얼마인가?

①) ① 640원

②) ② 960원

③) ③ 1,600원

④) ④ 이익 없음

🎯 **정답: ② 960원**

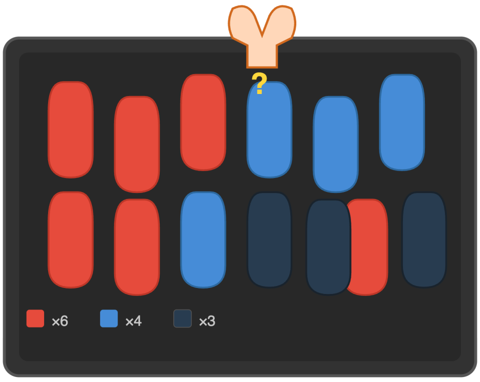
📖 1단계: 정가 = 8,000×1.4 = 11,200원
2단계: 판매가 = 11,200×0.8 = 8,960원
3단계: 이익 = 8,960-8,000 = 960원

🧠 풀이 전략: 원가에 이익률을 붙인 정가를 먼저 구하고, 정가에서 할인한 판매가를 구한 뒤 원가와의 차이를 계산한다. '40% 이익 후 20% 할인 = 20% 이익'이라고 착각하면 틀린다. 기준이 다르기 때문이다.

💡 1.4×0.8=1.12이므로 실제 이익률은 12%밖에 안 돼. 40%-20%=20%가 아니라는 게 비율의 함정!

Q219 논리·경시 퍼즐

서랍에 빨간 양말 6켤레, 파란 양말 4켤레, 검은 양말 3켤레가 섞여 있다. 불이 꺼진 어두운 방에서 양말을 하나씩 꺼낼 때, 같은 색 양말 한 켤레를 반드시 만들려면 최소 몇 개를 꺼내야 하는가?



최소 몇 개를 꺼내야 할까?

①) ① 3개

②) ② 4개

③) ③ 7개

④) ④ 13개

🎯 **정답: ② 4개**

📖 1단계: 양말 색상은 3종류(빨강, 파랑, 검정)
2단계: 최악의 경우 처음 3개가 모두 다른 색일 수 있다
3단계: 4번째 양말은 반드시 앞의 3색 중 하나와 같으므로 한 켤레 완성 → 최소 4개

🧠 풀이 전략: 비둘기집 원리(Pigeonhole Principle)를 적용한다. 3가지 색상(비둘기집)에 양말(비둘기)을 넣으면, 4개째에는 반드시 같은 집에 2개가 들어간다. 각 색의 개수는 관계없이 색의 종류 수만 중요하다.

💡 비둘기집 원리는 디리클레가 발견한 수학 원리야. '비둘기 10마리가 집 9개에 들어가면 한 집에는 반드시 2마리 이상'이라는 뜻이지!

Q220 분수 나눗셈 심화

5/6 ÷ 2/3 ÷ 5/4 의 값을 기약분수로 나타내면?

①) ① 1

②) ② 2/3

③) ③ 5/6

④) ④ 3/4

🎯 **정답: ① 1**

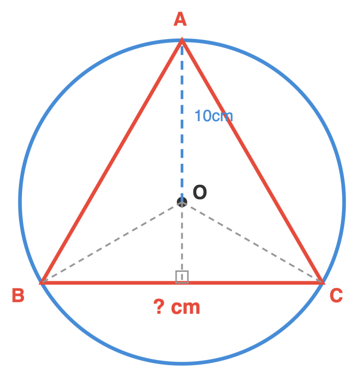
📖 1단계: 5/6 ÷ 2/3 = 5/6 × 3/2 = 15/12 = 5/4
2단계: 5/4 ÷ 5/4 = 5/4 × 4/5 = 20/20 = 1
3단계: 답은 1 (기약분수 표현 불필요)

🧠 풀이 전략: 연속 분수 나눗셈은 앞에서부터 순서대로 계산한다. 중간 결과를 약분하면서 진행하면 계산이 간단해진다. 최종적으로 같은 수끼리 나누는 형태가 되어 1이 나온다.

💡 a÷b÷c = a÷(b×c)가 아니야! 나눗셈은 결합법칙이 성립하지 않으므로 반드시 왼쪽부터 순서대로 계산해야 해.

Q221 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원 안에 가장 큰 정삼각형을 그렸다. 이 정삼각형의 한 변의 길이는 몇 cm인가? (√3 = 1.73으로 계산)



①) ① 15cm

②) ② 17.3cm

③) ③ 10√3cm

④) ④ ②와 ③ 모두

🎯 **정답: ④ ②와 ③ 모두**

📖 1단계: 원에 내접하는 정삼각형에서 외접원의 반지름 R과 한 변 a의 관계: a = R×√3
2단계: a = 10×√3 = 10√3 ≈ 10×1.73 = 17.3cm
3단계: 10√3cm와 17.3cm는 같은 값이므로 ②와 ③ 모두 정답

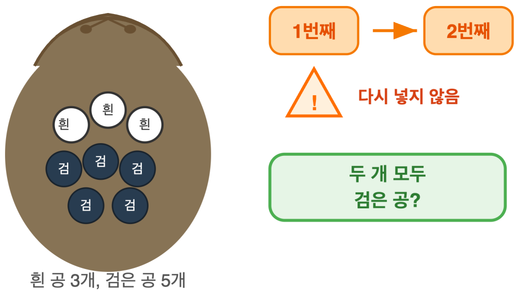
🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정삼각형의 변의 길이와 외접원 반지름의 관계를 활용한다. 정삼각형의 중심은 외접원의 중심과 일치하며, R = a/(√3) 또는 a = R√3 관계가 핵심이다. 두 보기가 같은 값의 다른 표현임을 파악해야 한다.

💡 정삼각형은 원에 내접하는 정다각형 중 가장 변이 적은 도형이야. 변의 수가 늘어날수록 원에 점점 가까워지지!

Q222 통계와 확률 추론

주머니에 흰 공 3개, 검은 공 5개가 들어 있다. 공을 하나 꺼낸 뒤 다시 넣지 않고 두 번째 공을 꺼낼 때, 두 개 모두 검은 공일 확률은?

p222 확률 — 비복원추출



①) ① 5/14

②) ② 25/64

③) ③ 5/8

④) ④ 25/56

🎯 **정답: ① 5/14**

📖 1단계: 첫 번째에 검은 공을 꺼낼 확률 = 5/8

2단계: 꺼낸 뒤 남은 공: 흰3+검4 = 7개. 두 번째에 검은 공 확률 = 4/7

3단계: 둘 다 검은 공일 확률 = (5/8)×(4/7) = 20/56 = 5/14

함정 보기 ②(25/64)는 복원추출(5/8×5/8)로 잘못 계산한 값이고, ④(25/56)는 전체 개수만 줄이고 꺼낸 검은 공이 줄어든 것을 빠뜨린 (5/8×5/7) 오답입니다.

🧠 풀이 전략: 비복원추출에서 연속 사건의 확률을 곱의 법칙으로 구한다. 첫 번째 추출 후 전체 개수와 해당 색 개수가 모두 1씩 줄어드는 것이 핵심이다. 함정 보기 ②는 복원추출(5/8×5/8)로 잘못 계산한 것이고, ④는 약분 전 값이다.

💡 비복원추출과 복원추출의 차이는 도박에서도 중요해. 카드 게임에서 이미 나온 카드를 기억하는 것이 '카드 카운팅'이야!

Q223 수학적 사고와 증명

1부터 시작하여 연속 홀수를 더하면: 1=1, 1+3=4, 1+3+5=9, 1+3+5+7=16, … 이 패턴을 관찰하여 1+3+5+7+…+39의 값을 구하여라.

①) ① 361

②) ② 380

③) ③ 400

④) ④ 441

🎯 **정답: ③ 400**

📖 1단계: 패턴 관찰: $1=1^2$, $1+3=2^2$, $1+3+5=3^2$, $1+3+5+7=4^2$ → 처음 n개의 홀수의 합 = n^2

2단계: 39는 몇 번째 홀수인가? n번째 홀수 = 2n-1이므로 2n-1=39 → n=20

3단계: 처음 20개의 홀수의 합 = 20^2 = 400

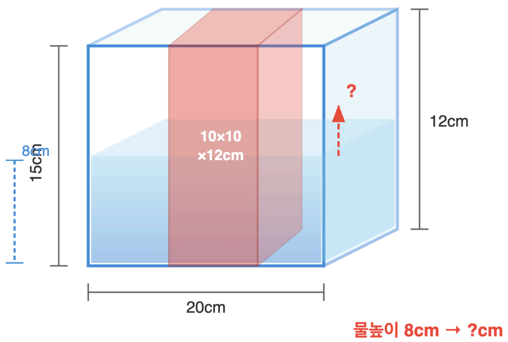
🧠 풀이 전략: 패턴 인식과 일반화 전략을 사용한다. 작은 경우에서 규칙을 찾은 뒤 공식으로 일반화한다. n번째 홀수가 2n-1이라는 관계와 연속 홀수의 합이 완전제곱수가 된다는 성질이 핵심이다.

💡 이 사실은 정사각형 모양의 점 배열로 증명할 수 있어. n^2 정사각형에 L자 모양(2n-1개)을 덧붙이면 $(n+1)^2$ 정사각형이 되거든!

Q224 입체도형 심화

가로 20cm, 세로 15cm, 높이 12cm인 직육면체 수조에 물이 높이 8cm까지 차 있다. 밑면이 10cm×10cm이고 높이 12cm인 직육면체 막대를 수직으로 바닥까지 넣었을 때, 물의 높이는 몇 cm가 되는가?

p224 수조에 막대 넣기



①) ① 10cm

②) ② 11cm

③) ③ 12cm

④) ④ 넘친다

🎯 **정답: ③ 12cm**

📖 1단계: 물 부피 = 20×15×8 = 2400cm³

2단계: 막대 삽입 후 물의 단면적 = 20×15-10×10 = 200cm²

3단계: 물높이 = 2400÷200 = 12cm (수조 높이와 같아 딱 가득 참)

🧠 풀이 전략: 막대가 수조 높이와 같으므로 물이 차지하는 단면적이 일정하다. 부피÷단면적=높이로 구한다.

💡 아르키메데스는 목욕탕에서 물 넘침을 보고 부력의 원리를 발견했대!

Q225 비와 비율 추론

원가 8,000원인 물건에 40% 이익을 붙여 정가를 매긴 뒤 정가에서 20% 할인하여 팔았다. 실제 이익은?

①) ① 640원

②) ② 960원

③) ③ 1,600원

④) ④ 이익 없음

🎯 **정답: ② 960원**

📖 1단계: 정가 = 8,000×1.4 = 11,200원

2단계: 판매가 = 11,200×0.8 = 8,960원

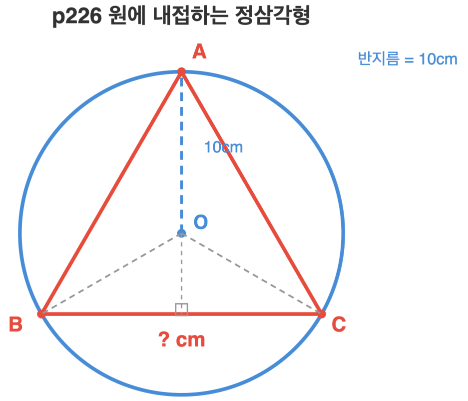
3단계: 이익 = 8,960-8,000 = 960원

🧠 풀이 전략: 원가→정가→판매가 순서로 계산한다. '40% 이익 후 20% 할인 = 20% 이익'이라는 착각이 함정이다. 이익률 기준은 원가, 할인율 기준은 정가로 서로 다르다.

💡 1.4×0.8=1.12이므로 실제 이익률은 12%뿐이야. 기준이 다르면 단순 뺄셈이 안 돼!

Q226 원과 원주율 심화

반지름 10cm인 원에 내접하는 가장 큰 정삼각형의 한 변의 길이는? (√3≈1.73)



①) ① 15cm

②) ② 17.3cm

③) ③ 10√3cm

④) ④ ②와 ③ 모두

🎯 **정답: ④ ②와 ③ 모두**

📖 1단계: 외접원 반지름 R과 정삼각형 변 a의 관계: a = R×√3

2단계: a = 10×√3 = 10√3 ≈ 17.3cm

3단계: ②와 ③은 같은 값의 다른 표현 → 모두 정답

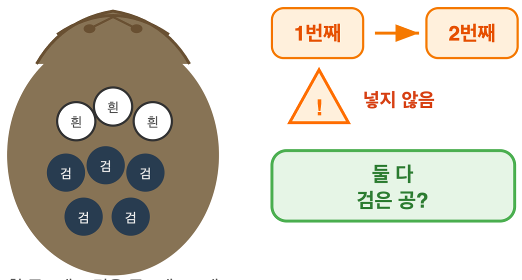
🧠 풀이 전략: 정삼각형의 외접원 반지름과 변의 관계식을 활용한다. 수치 표현과 근호 표현이 동치임을 판단하는 것이 핵심이다.

💡 정삼각형은 원에 내접하는 정다각형 중 변이 가장 적은 도형이야!

Q227 통계와 확률 추론

흰 공 3개, 검은 공 5개가 든 주머니에서 공을 하나 꺼낸 뒤 넣지 않고 다시 하나를 꺼낸다. 두 개 모두 검은 공일 확률은?

p227 확률 — 비복원추출



흰 공 3개 + 검은 공 5개 = 8개

①) ① 5/14

②) ② 25/64

③) ③ 5/8

④) ④ 25/56

🎯 **정답: ① 5/14**

📖 1단계: 첫 번째 검은 공 확률 = 5/8

2단계: 남은 공: 흰3+검4=7개, 두 번째 검은 공 확률 = 4/7

3단계: (5/8)×(4/7) = 20/56 = 5/14

함정 보기 ②(25/64)는 복원추출(5/8×5/8) 오답, ④(25/56)는 전체 개수만 줄이고 검은 공 감소를 빠뜨린(5/8×5/7) 오답입니다.

🧠 풀이 전략: 비복원추출에서 곱의 법칙을 적용한다. 함정 보기 ②는 복원추출(5/8×5/8), ④는 약분 전 값이다.

💡 비복원 vs 복원 추출의 차이는 카드게임에서 '카드 카운팅'의 원리와 같아!

Q228 분수 나눗셈 심화

어떤 분수 A에 3/4를 곱했더니 9/10이 되었습니다. 같은 분수 A를 3/4로 나누면 얼마가 됩니까?

①) ① 27/40

②) ② 6/5

③) ③ 8/5

④) ④ 5/3

🎯 **정답: ③ 8/5**

📖 1단계: A × 3/4 = 9/10에서 A = 9/10 ÷ 3/4 = 9/10 × 4/3 = 36/30 = 6/5.

2단계: A ÷ 3/4 = 6/5 ÷ 3/4 = 6/5 × 4/3 = 24/15 = 8/5.

3단계: 검증 — 8/5 = 1.6이고, 6/5 × 3/4 = 18/20 = 9/10 ✓. A ÷ 3/4는 A × 3/4보다 항상 크므로 9/10보다 큰 값이어야 합니다.

🧠 풀이 전략: 곱셈 결과로부터 원래 수를 역추적한 뒤, 같은 수를 나눗셈에 적용하는 두 단계 문제입니다. '곱하기의 결과 → 나누기의 결과'로 연결하는 역수 관계를 파악해야 합니다.

💡 어떤 수에 a/b를 곱한 값과 a/b로 나눈 값을 서로 곱하면 항상 원래 수의 제곱이 됩니다!

Q229 비례와 최적화

A, B, C 세 파이프로 물탱크를 채웁니다. A만 열면 12시간, B만 열면 15시간, C만 열면 20시간에 가득 찹니다. 세 파이프를 동시에 열었다가 2시간 후 A를 잠갔습니다. 남은 물을 B와 C로 채우려면 추가로 몇 시간이 걸립니까?

①) ① 4시간

②) ② 5시간

③) ③ 36/7시간

④) ④ 40/7시간

🎯 **정답: ③ 36/7시간**

📖 1단계: 시간당 작업량 — A=1/12, B=1/15, C=1/20. 세 파이프 합 = 1/12+1/15+1/20 = 5/60+4/60+3/60 = 12/60 = 1/5.
2단계: 2시간 동안 채운 양 = 2×1/5 = 2/5. 남은 양 = 1−2/5 = 3/5.
3단계: B+C의 시간당 작업량 = 1/15+1/20 = 4/60+3/60 = 7/60.
4단계: 남은 3/5를 채우는 시간 = (3/5)÷(7/60) = 3/5×60/7 = 180/35 = 36/7시간.
검증: 2×(1/5) + (36/7)×(7/60) = 2/5 + 3/5 = 1 ✓
따라서 추가로 36/7시간(약 5.14시간)이 걸립니다. 정답은 ③.

🧠 풀이 전략: 일률(작업량/시간) 개념으로 각 파이프의 시간당 채우는 비율을 구한 뒤, 구간별로 나누어 계산합니다. 전체를 1로 놓고 분수 연산하는 것이 핵심입니다.

💡 고대 이집트 린드 파피루스에도 이와 비슷한 '물 채우기' 문제가 기록되어 있어요!

Q230 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지 자연수 중에서 3의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개입니까?

①) ① 47개

②) ② 50개

③) ③ 53개

④) ④ 54개

🎯 **정답: ③ 53개**

📖 1단계: 3의 배수 개수 = ⌊100/3⌋ = 33개, 5의 배수 개수 = ⌊100/5⌋ = 20개.
2단계: 15의 배수(3과 5의 공배수) 개수 = ⌊100/15⌋ = 6개.
3단계: 포함-배제 원리로 3 또는 5의 배수 = 33+20−6 = 47개.
4단계: 둘 다 아닌 수 = 100−47 = 53개.

🧠 풀이 전략: '~도 아니고 ~도 아닌'은 여사건입니다. 포함-배제 원리로 합집합 크기를 구한 뒤 전체에서 빼는 전략을 씁니다. 공배수 중복 제거가 핵심입니다.

💡 이 방법을 확장하면 '에라토스테네스의 체'로 소수를 찾을 수 있어요!

Q231 수학적 사고와 증명

연속한 세 홀수의 합은 항상 3의 배수입니다. 이것이 참인 이유를 가장 올바르게 설명한 것은?

①) ① 홀수끼리 더하면 항상 3의 배수이므로

②) ② 가운데 수를 n이라 하면 합이 (n−2)+n+(n+2)=3n이므로

③) ③ 세 수를 모두 더하면 짝수가 되어 3으로 나누어지므로

④) ④ 홀수는 모두 소수이므로 3의 배수가 되므로

🎯 **정답: ② 가운데 수를 n이라 하면 합이 (n−2)+n+(n+2)=3n이므로**

📖 1단계: 연속한 세 홀수를 n−2, n, n+2로 놓습니다 (n은 홀수, 차이 2).

2단계: 합 = (n−2)+n+(n+2) = 3n. n이 어떤 정수이든 3n은 3의 배수입니다.

3단계: 오답 분석 — ①은 거짓(1+3=4, 3의 배수 아님), ③은 거짓(홀수 3개의 합은 홀수), ④는 거짓(9는 홀수이지만 소수 아님).

🧠 풀이 전략: 일반화(문자식)를 사용해 '항상 성립함'을 보이는 증명 문제입니다. 가운데 수 기준으로 놓으면 양쪽이 상쇄되어 깔끔한 식이 나옵니다.

💡 이 기법을 '대칭 설정'이라고 해요. 수학올림피아드에서 자주 쓰이는 강력한 방법입니다!

Q232 비와 비율 추론

소금물 A는 300g에 소금 24g, 소금물 B는 200g에 소금 30g이 녹아 있습니다. 두 소금물을 모두 섞은 뒤 물 100g을 증발시키면 농도는 몇 %입니까?

①) ① 9%

②) ② 10.8%

③) ③ 12.5%

④) ④ 13.5%

🎯 **정답: ④ 13.5%**

📖 1단계: 혼합 전 총 소금 = 24+30 = 54g, 총 소금물 = 300+200 = 500g.

2단계: 물 100g 증발 → 소금물 = 500−100 = 400g (소금은 증발하지 않으므로 54g 그대로).

3단계: 농도 = 54/400 × 100 = 13.5%.

검증: 혼합 직후 농도 = 54/500 = 10.8%. 물이 줄면 농도가 올라가므로 10.8%보다 큰 13.5% ✓.

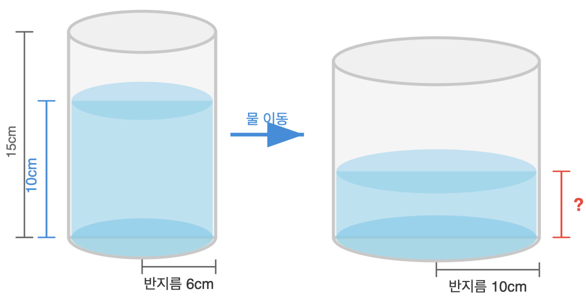
🧠 풀이 전략: 소금물 문제의 핵심은 '소금의 양은 보존된다'는 원리입니다. 혼합 → 증발의 두 단계를 순서대로 처리하되, 증발 시 소금은 변하지 않음을 이용합니다.

💡 사해(Dead Sea)의 염분 농도는 약 34%로, 일반 바닷물(3.5%)의 거의 10배입니다!

Q233 입체도형 심화

밑면의 반지름이 6cm이고 높이가 15cm인 원기둥 모양 그릇에 물이 높이 10cm까지 차 있습니다. 이 물을 밑면의 반지름이 10cm인 원기둥 그릇에 모두 옮기면 물의 높이는 몇 cm가 됩니까?

p233 물 옮기기 — 원기둥



①) ① 2.16cm

②) ② 3.6cm

③) ③ 5.4cm

④) ④ 6cm

🎯 **정답: ② 3.6cm**

📖 1단계: 원래 물의 부피 = $\pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi$ cm^3.

2단계: 새 그릇의 밑면적 = $\pi \times 10^2 = 100\pi$ cm^2.

3단계: 물의 높이 h = $360\pi \div 100\pi = 3.6$cm.

검증: 반지름이 6에서 10으로 $(10/6)^2 = 100/36 \approx 2.78$배 넓어졌으므로, 높이는 $10 \div 2.78 \approx 3.6$cm ✓.

🧠 풀이 전략: 부피 보존 원리를 적용합니다. 물의 부피는 변하지 않으므로 $\pi \times r_1^2 \times h_1 = \pi \times r_2^2 \times h_2$에서 h_2를 구합니다. π가 양변에서 소거되는 것이 포인트입니다.

💡 반지름이 2배가 되면 밑면적은 4배가 되어 같은 부피의 물 높이는 1/4이 됩니다!

Q234 논리·경시 퍼즐

A, B, C, D 네 사람이 달리기를 했습니다. 다음 조건을 모두 만족할 때, 2등은 누구입니까?

• B는 3등이다.
• D는 A보다 빨랐다.
• A는 B보다 빨랐다.
• C는 1등이 아니다.

①) ① A

②) ② B

③) ③ C

④) ④ D

🎯 **정답: ① A**

📖 1단계: B가 3등이고 A가 B보다 빠르므로 A는 1등 또는 2등입니다.

2단계: D가 A보다 빠르므로 D의 순위 < A의 순위. A가 1등이면 D는 A보다 앞설 수 없으므로 A=2등, D=1등.

3단계: 남은 C는 4등. C는 1등이 아님 ✓.

4단계: 최종 순위: D(1등) → A(2등) → B(3등) → C(4등). 2등은 A입니다.

🧠 풀이 전략: 확정 조건(B=3등)에서 출발하여 부등식 관계를 순차적으로 적용합니다. D>A>B에서 가능한 순위 배치를 좁혀나가는 논리적 추론이 핵심입니다.

💡 이런 유형의 문제를 '순서 관계 추론'이라 하며, 컴퓨터 과학의 '위상 정렬(topological sort)' 알고리즘과 같은 원리입니다!

Q235 분수 나눗셈 심화

3/5 ÷ 2/7 의 결과와 같은 값을 가지는 식은 다음 중 어느 것입니까?

①) ① 3/5 × 2/7

②) ② 5/3 × 2/7

③) ③ 3/5 × 7/2

④) ④ 2/5 × 7/3

🎯 **정답: ③ 3/5 × 7/2**

📖 1단계: 분수의 나눗셈은 나누는 수의 역수를 곱하는 것과 같습니다. 3/5 ÷ 2/7 = 3/5 × 7/2 = 21/10.
2단계: 각 보기 검증 — ① 3/5 × 2/7 = 6/35 (÷를 ×로 바꾸면서 역수를 취하지 않은 함정), ② 5/3 × 2/7 = 10/21 (나누는 수가 아니라 나누어지는 수의 역수를 취한 함정), ④ 2/5 × 7/3 = 14/15.
3단계: ③ 3/5 × 7/2 = 21/10으로 원래 식과 값이 같습니다. 정답은 ③.

🧠 풀이 전략: 분수의 나눗셈은 나누는 수의 역수를 곱하는 것과 같다는 원리를 정확히 이해하고 적용하는 문제입니다. '어떤 수의 역수'를 올바르게 구하는 것이 핵심입니다.

💡 '역수'라는 개념은 영어로 'reciprocal'이라 하며, 라틴어로 '왔다 갔다 하는'이라는 뜻이에요!

Q236 비례와 최적화

어떤 공사를 하는 데 숙련공 4명이 하면 15일, 초보공 6명이 하면 30일 걸립니다. 숙련공 2명과 초보공 3명이 함께 일하면 며칠이 걸립니까?

①) ① 15일

②) ② 16일

③) ③ 18일

④) ④ 20일

🎯 **정답: ④ 20일**

📖 1단계: 전체 일의 양을 1로 놓으면, 숙련공 4명의 하루 작업량 = 1/15. 숙련공 1명 = 1/60.
2단계: 초보공 6명의 하루 작업량 = 1/30. 초보공 1명 = 1/180.
3단계: 숙련공 2명 + 초보공 3명의 하루 작업량 = 2/60 + 3/180 = 6/180 + 3/180 = 9/180 = 1/20.
4단계: 걸리는 일수 = 1 ÷ 1/20 = 20일.
검증: 숙련공 1명은 초보공의 3배 효율(1/60 vs 1/180). 숙련공 2명 = 초보공 6명. 총 초보공 9명 분량이면 30×6/9 = 20일 ✓.

🧠 풀이 전략: 인원수와 일수의 역비례 관계를 이용해 개인별 일률을 구합니다. 서로 다른 효율의 인원을 합산할 때는 반드시 1인당 일률로 환산한 뒤 더해야 합니다.

💡 숙련공 1명이 초보공 3명의 일을 한다니, 전문성의 가치를 숫자로 확인할 수 있네요!

Q237 수학적 사고와 증명

1부터 n까지의 자연수의 합 공식이 n(n+1)/2인 것을 이용하여, 1+2+3+...+50의 값을 구한 뒤, 이 중 짝수만의 합(2+4+6+...+50)은 전체 합의 몇 분의 몇인지 구하시오.

①) ① 25/51
②) ② 26/51
③) ③ 25/50
④) ④ 1/2

🎯 **정답: ② 26/51**

📖 1단계: 전체 합 = 50×51/2 = 1275.
2단계: 짝수의 합 = 2+4+...+50 = 2(1+2+...+25) = 2×25×26/2 = 650.
3단계: 비율 = 650/1275 = 650÷25 / 1275÷25 = 26/51.
검증: 홀수의 합 = 1275−650 = 625. 625/1275 = 25/51. 짝수합+홀수합 = 26/51+25/51 = 51/51 = 1 ✓. 함정: ④ 1/2는 직관적 추측이지만, 짝수가 홀수보다 항상 약간 더 큽니다.

🧠 풀이 전략: 공식을 활용하여 전체 합과 부분 합을 각각 구한 뒤 비율을 구합니다. 짝수의 합을 2로 묶어 새로운 급수로 변환하는 것이 핵심 기법입니다.

💡 1부터 n까지에서 짝수합과 홀수합의 차이는 항상 n/2입니다(n이 짝수일 때). 여기서는 650−625=25=50/2!

Q238 비례와 최적화

A, B, C 세 공장이 같은 제품을 만듭니다. A공장은 하루 120개, B공장은 하루 80개, C공장은 하루 60개를 생산합니다. 총 2600개를 주문받았는데, 세 공장이 동시에 시작하여 정확히 같은 날 완료하려면 며칠이 걸리나요?

①) ① 8일
②) ② 10일
③) ③ 12일
④) ④ 15일

🎯 **정답: ② 10일**

📖 1단계: 세 공장의 하루 총 생산량을 구합니다. 120+80+60=260(개/일).
2단계: 총 주문량을 하루 총 생산량으로 나눕니다. 2600÷260=10(일).
3단계: 검증 — A: 120×10=1200개, B: 80×10=800개, C: 60×10=600개. 합: 1200+800+600=2600개 ✓

🧠 풀이 전략: 여러 공장이 동시에 작업할 때는 각 공장의 생산률을 합산하여 전체 일률을 구한 뒤, 총 작업량을 나누는 방식으로 접근해야 합니다. 단순히 한 공장씩 따로 계산하면 안 됩니다.

💡 실제 제조업에서는 이런 '병렬 생산' 계획을 MRP(자재소요계획)라고 해요!

Q239 소수·분수 융합

0.375와 크기가 같은 분수 중에서, 분모가 두 자리 수이면서 50보다 작은 것은 모두 몇 개인가요?

①) ① 3개
②) ② 4개
③) ③ 5개
④) ④ 6개

🎯 **정답: ③ 5개**

📖 1단계: 0.375 = 375/1000 = 3/8.
2단계: 0.375와 크기가 같은 분수는 분모가 8의 배수인 분수들입니다 (3/8 = 6/16 = 9/24 = …).
3단계: 분모가 두 자리 수이면서 50보다 작은 것은 분모가 16, 24, 32, 40, 48인 경우입니다.
4단계: 각각 6/16, 9/24, 12/32, 15/40, 18/48로 모두 5개입니다.
따라서 정답은 ③ 5개입니다.

Q240 비례와 최적화

A, B, C 세 사람이 구슬을 나눠 가집니다. A는 전체의 2/5, B는 나머지의 3/4을 가지고, C가 마지막으로 12개를 가졌습니다. 처음 구슬은 모두 몇 개였나요?

①) ① 60개

②) ② 72개

③) ③ 80개

④) ④ 100개

🎯 **정답: ③ 80개**

📖 1단계: 전체를 □개라 하면, A가 가진 후 남은 것은 □×(1-2/5)=□×3/5.
2단계: B가 남은 것의 3/4을 가지면 C의 몫은 남은 것의 1/4. 즉 □×3/5×1/4=□×3/20=12.
3단계: □=12×20/3=80(개). 검증: A=80×2/5=32, 남은 48개 중 B=48×3/4=36, C=48-36=12 ✓

🧠 풀이 전략: '나머지의 몇 분의 몇'이라는 표현에 주의하여, 전체→A분배→잔여→B분배→최종잔여=C 순서로 역추적합니다. 전체를 미지수로 놓고 방정식을 세우는 것이 핵심입니다.

💡 이런 '남은 것의 일부' 문제는 이집트 파피루스에도 등장할 정도로 오래된 수학 문제예요!

📝 초6 수학 심화

총 10문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q241 소수·분수 융합

1/7을 소수로 나타내면 0.142857142857…로 6자리가 반복됩니다. 소수점 아래 첫째 자리부터 100번째 자리까지 모든 숫자의 합은 얼마인가요?

①) ① 432

②) ② 447

③) ③ 456

④) ④ 468

🎯 **정답: ② 447**

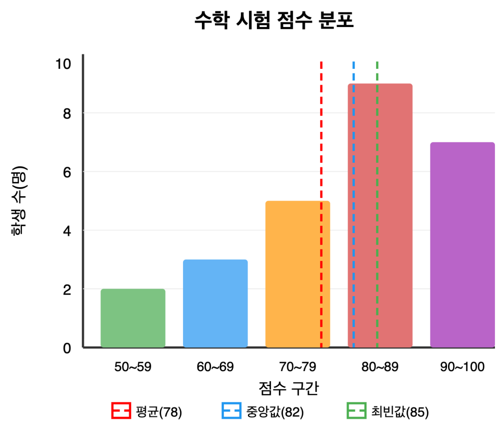
📖 1단계: 반복마디 '142857'의 각 자릿수 합 = 1+4+2+8+5+7 = 27.
2단계: 100 ÷ 6 = 16 나머지 4이므로, 완전한 반복이 16번(96자리)이고 나머지 4자리는 '1428'입니다.
3단계: 총합 = 27×16 + (1+4+2+8) = 432 + 15 = 447.
따라서 소수점 아래 첫째 자리부터 100번째 자리까지 모든 숫자의 합은 447입니다. 정답은 ②.

🧠 풀이 전략: 순환소수의 반복 구조를 파악한 뒤, 완전 반복 횟수와 나머지 자릿수를 분리하여 구간합을 계산하는 전략을 사용합니다.

💡 1/7의 반복마디 142857은 각 자릿수의 합이 27로, 이것은 9의 배수예요. 순환소수의 마디 합은 항상 9의 배수입니다!

Q242 통계와 확률 추론

어느 반 학생 30명의 수학 시험 점수를 조사했더니, 평균은 78점, 중앙값은 82점, 최빈값은 85점이었습니다. 다음 중 이 자료의 분포에 대해 바르게 설명한 것은?



①) ① 대부분의 학생이 평균보다 낮은 점수를 받았다

②) ② 낮은 점수를 받은 소수의 학생이 평균을 끌어내렸다

③) ③ 점수가 평균을 중심으로 고르게 퍼져 있다

④) ④ 최빈값이 가장 크므로 시험이 너무 쉬웠다

🎯 **정답: ② 낮은 점수를 받은 소수의 학생이 평균을 끌어내렸다**

📖 1단계: 평균(78) < 중앙값(82) < 최빈값(85)으로, 세 대표값의 크기가 다릅니다.
2단계: 평균이 중앙값보다 작다는 것은 왼쪽으로 치우친 분포(음의 편향)를 의미합니다. 즉, 소수의 매우 낮은 점수가 평균을 끌어내린 것입니다.
3단계: 중앙값이 82이므로 절반 이상(15명 이상)이 82점 이상이고, 낮은 점수의 소수 학생이 전체 평균을 낮추었습니다.

🧠 풀이 전략: 평균, 중앙값, 최빈값의 대소 관계를 비교하여 자료의 분포 형태(치우침)를 판단하는 통계적 추론 전략을 사용합니다. 극단값이 평균에 미치는 영향을 이해하는 것이 핵심입니다.

💡 빌 게이츠가 식당에 들어가면 그 식당 손님들의 평균 재산이 수십억이 되지만, 중앙값은 거의 변하지 않아요!

Q243 논리·경시 퍼즐

1부터 100까지의 자연수가 하나씩 적힌 카드 100장이 있습니다. 이 중에서 카드를 한 장 뽑을 때, 3의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수가 적힌 카드를 뽑을 확률은 얼마인가요?

①) ① 47/100
②) ② 49/100
③) ③ 53/100
④) ④ 57/100

🎯 **정답: ③ 53/100**

📖 1단계: 3의 배수: ⌊100/3⌋=33개, 5의 배수: ⌊100/5⌋=20개.
2단계: 3과 5의 공배수(15의 배수): ⌊100/15⌋=6개.
3단계: 포함-배제로 3또는5의 배수=33+20-6=47개. 따라서 둘 다 아닌 수=100-47=53개. 확률=53/100.

🧠 풀이 전략: '~도 아니고 ~도 아닌'은 여사건을 활용합니다. 먼저 '3의 배수이거나 5의 배수'인 것의 개수를 포함-배제 원리로 구한 후, 전체에서 빼는 전략입니다.

💡 이 문제의 답 53/100은 오일러의 토션트 함수 φ(15)/15=8/15≈0.533과 관련이 있어요!

Q244 비와 비율 추론

어떤 가게에서 원가에 40%의 이익을 붙여 정가를 매겼습니다. 그런데 팔리지 않아 정가에서 25%를 할인하여 팔았더니 한 개당 300원의 이익이 남았습니다. 이 물건의 원가는 얼마인가요?

①) ① 4000원
②) ② 5000원
③) ③ 6000원
④) ④ 8000원

🎯 **정답: ③ 6000원**

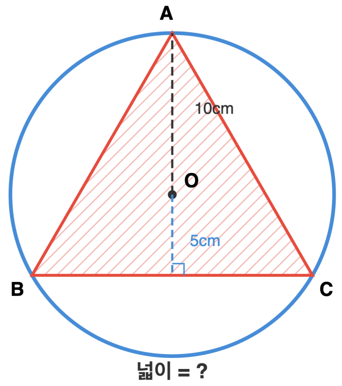
📖 1단계: 원가를 x원이라 하면 정가=x×1.4.
2단계: 할인 판매가=정가×0.75=x×1.4×0.75=x×1.05.
3단계: 이익=판매가-원가=x×1.05-x=0.05x=300. 따라서 x=300÷0.05=6000(원).

🧠 풀이 전략: 원가→정가(이익률 적용)→판매가(할인률 적용)의 흐름을 식으로 세우고, 이익=판매가-원가 관계를 활용하여 미지수를 구합니다. 40% 인상 후 25% 할인이 원가로 돌아가지 않는다는 것이 핵심 함정입니다.

💡 40% 올리고 25% 내리면 원래 가격? 아닙니다! 1.4×0.75=1.05로 5%의 이익이 남아요. 인상률과 할인율이 같아도 원래대로 안 돌아갑니다!

Q245 원과 원주율 심화

반지름이 10cm인 원에 내접하는 정삼각형의 넓이를 구하세요. ($\sqrt{3}$=1.73으로 계산)



①) ① $75\sqrt{3}$ cm²

②) ② $100\sqrt{3}$ cm²

③) ③ $125\sqrt{3}$ cm²

④) ④ $150\sqrt{3}$ cm²

🎯 **정답: ① $75\sqrt{3}$ cm²**

📖 1단계: 원에 내접하는 정삼각형에서, 중심에서 각 변까지의 거리(안쪽 반지름)=R/2=5cm.

2단계: 정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면, 외접원 반지름 $R=a/\sqrt{3}$이므로 $a=R\sqrt{3}=10\sqrt{3}$(cm).

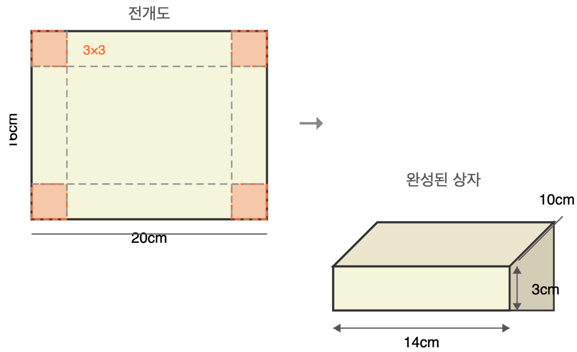
3단계: 정삼각형 넓이=$(\sqrt{3}/4)\times a^2=(\sqrt{3}/4)\times(10\sqrt{3})^2=(\sqrt{3}/4)\times 300=75\sqrt{3}$($cm^2$). 수치로는 $75\times1.73=129.75$(cm^2).

🧠 풀이 전략: 원에 내접하는 정삼각형의 성질을 이용합니다. 외접원 반지름과 정삼각형 변의 관계식 $R=a/\sqrt{3}$을 활용하여 변의 길이를 구한 후 넓이 공식에 대입합니다.

💡 정삼각형은 같은 원에 내접하는 모든 삼각형 중에서 넓이가 가장 큰 삼각형이에요!

Q246 입체도형 심화

가로 20cm, 세로 16cm인 직사각형 종이의 네 모서리에서 한 변이 3cm인 정사각형을 잘라내고 접어 올려 상자를 만들었습니다. 이 상자의 부피는 몇 cm^3인가요?



①) ① 360 cm^3

②) ② 420 cm^3

③) ③ 480 cm^3

④) ④ 540 cm^3

🎯 **정답: ② 420 cm^3**

📖 1단계: 잘라낸 후 상자의 가로=20-3×2=14(cm), 세로=16-3×2=10(cm), 높이=3cm.

2단계: 부피=가로×세로×높이=14×10×3=420(cm^3).

3단계: 검증 — 가로에서 양쪽 3cm씩, 세로에서 양쪽 3cm씩 줄어드는 것이 맞는지 확인합니다.

🧠 풀이 전략: 전개도에서 상자를 만드는 문제입니다. 네 모서리를 잘라내면 잘라낸 정사각형의 변이 상자의 높이가 되고, 원래 가로·세로에서 양쪽으로 그 길이만큼 줄어든 것이 밑면이 됩니다.

💡 잘라내는 정사각형의 크기에 따라 부피가 달라져요. 어떤 크기일 때 부피가 최대인지 찾는 것은 미적분의 기초 문제랍니다!

Q247 수학적 사고와 증명

연속하는 세 홀수의 합은 항상 3의 배수임을 설명하려 합니다. 다음 중 이를 올바르게 증명한 것은?

①) ① 1+3+5=9이고 9는 3의 배수이므로 항상 성립한다

②) ② 연속 세 홀수를 (2n-1), (2n+1), (2n+3)으로 놓으면 합은 6n+3=3(2n+1)이므로 항상 3의 배수이다

③) ③ 홀수는 모두 소수이므로 세 홀수의 합은 3의 배수이다

④) ④ 컴퓨터로 1000개의 예를 확인했으므로 항상 성립한다

🎯 **정답: ② 연속 세 홀수를 (2n-1), (2n+1), (2n+3)으로 놓으면 합은 6n+3=3(2n+1)이므로 항상 3의 배수이다**

📖 1단계: 연속 세 홀수를 일반화하면 (2n-1), (2n+1), (2n+3) (n은 자연수).

2단계: 합=(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)=6n+3.

3단계: 6n+3=3(2n+1)로 3으로 묶이므로, 어떤 자연수 n에 대해서도 항상 3의 배수입니다. ①은 한 가지 예시일 뿐이고, ③은 거짓(9는 홀수지만 소수 아님), ④는 유한한 확인이므로 증명이 아닙니다.

🧠 풀이 전략: 수학적 증명에서 '한 가지 예시'와 '일반적 증명'의 차이를 구별하는 것이 핵심입니다. 문자를 사용한 일반화(대수적 증명)가 모든 경우를 포괄하는 올바른 방법입니다.

💡 수학에서 '반례 하나'로 거짓을 증명할 수는 있지만, '예시 백만 개'로도 참을 증명할 수는 없어요!

Q248 비례와 최적화

어느 과수원에서 사과를 수확하는데, 10명이 일하면 6일이 걸리고, 15명이 일하면 4일이 걸립니다. 이 과수원의 사과를 3일 안에 모두 수확하려면 최소 몇 명이 필요한가요? (한 사람의 하루 작업량은 동일)

①) ① 18명
②) ② 20명
③) ③ 22명
④) ④ 24명

🎯 **정답: ② 20명**

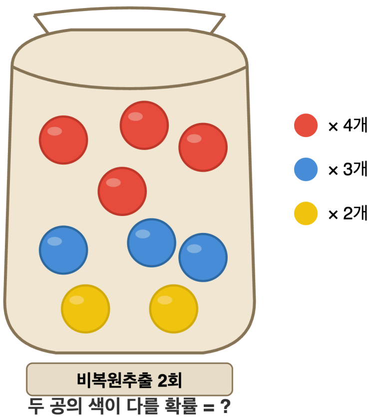
📖 1단계: 전체 작업량=사람수×일수. 10명×6일=60(인·일) 또는 15명×4일=60(인·일). 일치합니다.
2단계: 3일 안에 완료하려면: □명×3일=60인·일.
3단계: □=60÷3=20(명). 최소 20명이 필요합니다.

🧠 풀이 전략: 역비례 관계(사람수와 일수)에서 전체 작업량(인·일)이 일정하다는 핵심 원리를 이용합니다. 두 가지 조건으로 전체 작업량을 확인한 후, 새 조건에 대입합니다.

💡 '인·일(man-day)'은 실제 프로젝트 관리에서 쓰는 단위예요. 소프트웨어 개발에서도 이 개념을 사용한답니다!

Q249 통계와 확률 추론

주머니에 빨간 공 4개, 파란 공 3개, 노란 공 2개가 들어 있습니다. 공을 하나 꺼낸 후 다시 넣지 않고 또 하나를 꺼낼 때, 두 공의 색이 서로 다를 확률은 얼마인가요?



①) ① 11/18
②) ② 13/18
③) ③ 25/36
④) ④ 5/6

🎯 **정답: ② 13/18**

📖 1단계: 전체 경우의 수=9×8=72(비복원, 순서 고려).
2단계: 같은 색일 확률을 먼저 구합니다. 빨-빨: 4×3=12, 파-파: 3×2=6, 노-노: 2×1=2. 같은 색=12+6+2=20.
3단계: 다른 색 경우의 수=72-20=52. 확률=52/72=13/18.

🧠 풀이 전략: '서로 다른' 조건은 여사건(같은 색)을 이용하면 훨씬 쉽습니다. 비복원추출이므로 두 번째 꺼낼 때 전체 수가 1 줄어드는 것에 주의합니다.

💡 여사건을 활용하면 복잡한 확률도 쉬워져요. '적어도 하나', '서로 다른' 같은 표현이 나오면 여사건을 먼저 떠올리세요!

Q250 분수 나눗셈 심화

어떤 수를 3/4으로 나누어야 할 것을 잘못하여 3/4을 곱했더니 결과가 9/16이 되었습니다. 원래 나눗셈을 바르게 했다면 결과는 얼마인가요?

①) ① 1

②) ② 4/3

③) ③ 3/2

④) ④ 16/9

🎯 **정답: ① 1**

📖 1단계: 어떤 수를 □라 하면, 잘못된 계산은 □×3/4=9/16. 따라서 □=9/16÷3/4=9/16×4/3=36/48=3/4.
2단계: 바르게 계산하면 □÷3/4=3/4÷3/4=3/4×4/3=1.
따라서 원래 나눗셈을 바르게 한 결과는 1입니다. 정답은 ①.

🧠 풀이 전략: 잘못된 연산에서 원래 수를 역추적한 후, 올바른 연산을 수행하는 이중 역연산 문제입니다. '나누기를 곱하기로 잘못함'에서 원래 수를 먼저 복원하는 것이 핵심입니다.

💡 분수의 나눗셈은 역수를 곱하는 것이에요. 그래서 어떤 수를 자기 자신으로 나누면 항상 1이 됩니다!