📝 초5 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q1 약수·배수 심화

두 자연수 A와 B의 최대공약수가 6이고 최소공배수가 180입니다. A가 36일 때, B를 구하세요.

①) ① 24
②) ② 30
③) ③ 36
④) ④ 40

🎯 **정답: ② 30**

📖 1단계: 두 수의 곱 = 최대공약수 × 최소공배수이므로, A × B = 6 × 180 = 1080입니다.
2단계: A = 36이므로, 36 × B = 1080에서 B = 1080 ÷ 36 = 30입니다.
3단계: 검증 — GCD(36, 30) = 6 ✓, LCM(36, 30) = 180 ✓

🧠 풀이 전략: 이 문제는 'GCD × LCM = 두 수의 곱'이라는 핵심 성질을 활용하는 전략입니다. 먼저 공식을 세우고, 알려진 값을 대입하여 미지수를 구한 뒤, 반드시 GCD/LCM을 역으로 검증해야 합니다.

💡 GCD × LCM = A × B 공식은 두 수에서만 성립해요. 세 수 이상이면 이 공식이 바로 적용되지 않아요!

Q2 약수·배수 심화

72의 약수는 모두 몇 개일까요? 72 = $2^3 \times 3^2$ 임을 이용하여 구하세요.

①) ① 10개
②) ② 12개
③) ③ 14개
④) ④ 16개

🎯 **정답: ② 12개**

📖 1단계: 72를 소인수분해하면 72 = $2^3 \times 3^2$입니다.
2단계: 약수의 개수 공식을 적용합니다. 각 소인수의 지수에 1을 더한 값을 모두 곱합니다.
3단계: (3+1) × (2+1) = 4 × 3 = 12개입니다.
4단계: 검증 — 72의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72 → 총 12개 ✓

🧠 풀이 전략: 소인수분해 결과에서 약수 개수를 구하는 공식 '(각 지수+1)의 곱'을 적용하는 전략입니다. 공식을 외우는 것이 아니라 왜 그런지 이해해야 해요 — 2의 거듭제곱 선택지(2^0,2^1,2^2,2^3) 4가지와 3의 선택지(3^0,3^1,3^2) 3가지를 조합하는 원리입니다.

💡 약수 개수가 홀수인 수는 완전제곱수뿐이에요. 예: 36의 약수는 9개(홀수), 36 = 6^2!

Q3 분수 연산 추론

어떤 분수에 1/3을 더했더니 7/8이 되었습니다. 어떤 분수에서 1/4를 빼면 얼마일까요?

①) ① 1/24

②) ② 5/24

③) ③ 7/24

④) ④ 1/6

🎯 **정답: ③ 7/24**

📖 1단계: 어떤 분수를 □라 하면, □ + 1/3 = 7/8이므로 □ = 7/8 - 1/3입니다.
2단계: 통분하면 □ = 21/24 - 8/24 = 13/24입니다.
3단계: 따라서 □ - 1/4 = 13/24 - 6/24 = 7/24입니다.

🧠 풀이 전략: 역추적 전략 — 결과에서 거꾸로 계산하여 원래 수를 구한 뒤, 그 수로 새로운 연산을 수행하는 2단계 문제입니다. 통분 실력이 핵심입니다.

Q4 분수 연산 추론

□/5 < 3/4를 만족하는 자연수 □ 중 가장 큰 수를 구하세요.

①) ① 2

②) ② 3

③) ③ 4

④) ④ 5

🎯 **정답: ② 3**

📖 1단계: □/5 < 3/4의 양변에 통분합니다. 왼쪽 = 4□/20, 오른쪽 = 15/20이므로 4□ < 15입니다.
2단계: □ < 15/4 = 3.75이므로, □는 3.75보다 작은 자연수여야 합니다.
3단계: 가장 큰 자연수는 3입니다. 검증: 3/5 = 0.6, 3/4 = 0.75 → 0.6 < 0.75 ✓

🧠 풀이 전략: 분수 부등식 문제는 통분하여 분자끼리 비교하는 전략을 씁니다. '가장 큰 자연수'를 물었으므로 부등호 방향에 주의하고, 경계값(3.75)을 정확히 구한 뒤 그보다 작은 최대 정수를 찾아야 합니다.

💡 이런 부등식 풀이는 중학교 일차부등식의 기초가 돼요!

Q5 소수 연산과 추정

0.3 × 0.3의 결과와 0.09를 비교하면 어떤 관계일까요? 또한 0.3 × 0.3은 0.1보다 클까요, 작을까요?

①) ① 0.09이고 0.1보다 크다

②) ② 0.09이고 0.1보다 작다

③) ③ 0.9이고 0.1보다 크다

④) ④ 0.06이고 0.1보다 작다

🎯 **정답: ② 0.09이고 0.1보다 작다**

📖 1단계: 0.3 × 0.3을 계산합니다. 3 × 3 = 9이고, 소수점 아래 자릿수는 총 2자리이므로 0.09입니다.
2단계: 0.09와 0.1을 비교합니다. 0.09 = 9/100, 0.1 = 10/100이므로 0.09 < 0.1입니다.
3단계: 따라서 0.3 × 0.3 = 0.09이고, 이는 0.1보다 작습니다. 1보다 작은 수끼리 곱하면 각각보다 더 작아진다는 원리입니다.

🧠 풀이 전략: 소수 곱셈에서 자릿수 추론 전략을 씁니다. 핵심 원리는 '1보다 작은 양수끼리 곱하면 결과가 각각보다 작아진다'는 것입니다. 많은 학생이 0.3 × 0.3 = 0.9로 착각하는 함정에 주의해야 합니다.

💡 1보다 작은 수를 계속 곱하면 0에 가까워져요. 0.5를 10번 곱하면 약 0.001!

Q6 소수 연산과 추정

1 ÷ 7 = 0.142857142857...입니다. 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 무엇일까요?

①) ① 1

②) ② 4

③) ③ 8

④) ④ 5

🎯 **정답: ② 4**

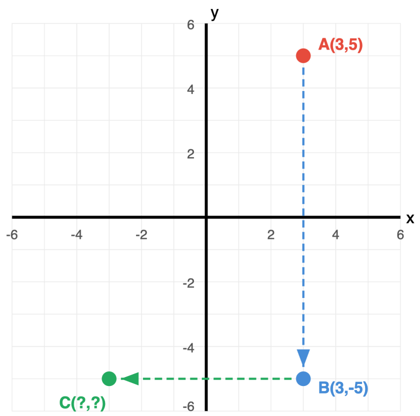
📖 1단계: 1 ÷ 7 = 0.142857142857...로 순환마디는 '142857'이며 6자리가 반복됩니다.
2단계: 50 ÷ 6 = 8 나머지 2이므로, 50번째 자리는 순환마디의 2번째 숫자입니다.
3단계: 순환마디 '142857'은 1번째=1, 2번째=4, 3번째=2, 4번째=8, 5번째=5, 6번째=7이므로 2번째 숫자인 4가 답입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수의 반복 패턴을 찾고 나눗셈의 나머지로 특정 자리 숫자를 구하는 전략입니다. 순환마디 길이로 나누어 나머지가 가리키는 위치를 찾되, 나머지가 0이면 마지막 자리임에 주의합니다.

💡 1/7의 순환마디 142857은 '순환수'라 불려요. 142857 × 2 = 285714처럼 같은 숫자가 회전해요!

Q7 합동·대칭 심화

좌표 평면에서 점 A(3, 5)를 x축에 대해 대칭시킨 점을 B, 점 B를 다시 y축에 대해 대칭시킨 점을 C라 합니다. 점 C의 좌표를 구하세요.



①) ① (-3, 5)

②) ② (3, -5)

③) ③ (-3, -5)

④) ④ (-5, -3)

🎯 **정답: ③ (-3, -5)**

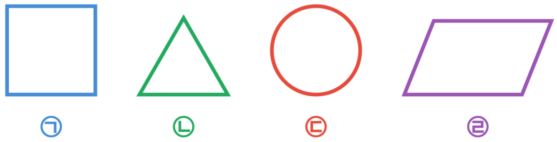
📖 1단계: x축 대칭은 y좌표의 부호만 바뀝니다. A(3, 5) → B(3, -5)
2단계: y축 대칭은 x좌표의 부호만 바뀝니다. B(3, -5) → C(-3, -5)
3단계: 따라서 C(-3, -5)입니다. ①은 y축 대칭만 한 경우, ②는 x축 대칭만 한 경우의 함정입니다.

🧠 풀이 전략: 대칭 이동을 순서대로 적용하는 전략입니다. x축 대칭은 (x,y)→(x,-y), y축 대칭은 (x,y)→(-x,y)라는 규칙을 기억하고, 두 변환을 연속으로 적용합니다. 순서를 바꾸면 결과가 달라질 수 있으므로 주의합니다.

💡 x축 대칭 후 y축 대칭은 원점 대칭과 같은 결과예요! (x,y)→(-x,-y)

Q8 합동·대칭 심화

다음 중 선대칭도형이면서 동시에 점대칭도형인 것을 모두 고르세요.



①) ① ㉠, ㉡

②) ② ㉠, ㉢

③) ③ ㉠, ㉢, ㉣

④) ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

🎯 **정답: ② ㉠, ㉢**

📖 1단계: 선대칭 판별 — ㉠정사각형(대칭축 4개) ✓, ㉡정삼각형(대칭축 3개) ✓, ㉢원(무한) ✓, ㉣평행사변형(대칭축 0개) ✗

2단계: 점대칭 판별 — ㉠정사각형(중심 대칭) ✓, ㉡정삼각형 ✗, ㉢원(중심 대칭) ✓, ㉣평행사변형(중심 대칭) ✓

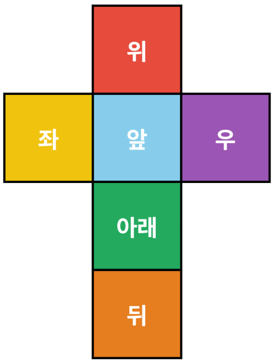
3단계: 둘 다 만족 — ㉠ ✓, ㉡ ✗, ㉢ ✓, ㉣은 점대칭이지만 선대칭이 아니므로 ✗. 따라서 ㉠, ㉢만 해당하여 정답은 ②입니다.

🧠 풀이 전략: 각 도형에 대해 선대칭과 점대칭을 각각 따로 판별한 뒤, 교집합을 구하는 전략입니다. 평행사변형이 함정 — 점대칭이지만 선대칭이 아닙니다. 정삼각형도 함정 — 선대칭이지만 점대칭이 아닙니다.

💡 정n각형에서 n이 짝수이면 선대칭+점대칭 모두 성립하고, n이 홀수이면 선대칭만 성립해요!

Q9 입체도형 추론

정육면체 전개도에서 '앞'이 적힌 면의 맞은편 면에 적힌 글자를 구하세요.



'앞'의 맞은편은?

①) ① 뒤

②) ② 아래

③) ③ 위

④) ④ 좌

🎯 **정답: ① 뒤**

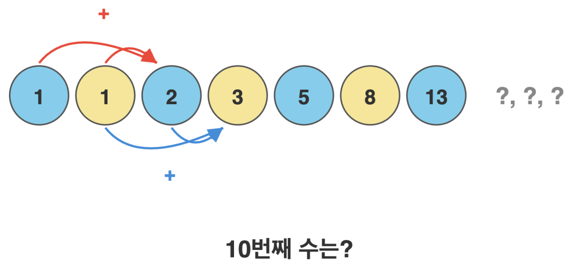
📖 1단계: 십자형 전개도에서 '앞'을 기준으로 위치를 파악합니다. '앞'의 위에 '위', 아래에 '아래', 좌에 '좌', 우에 '우'가 있습니다.
2단계: '뒤'는 '아래'의 아래에 있습니다. 전개도를 접을 때, '아래'를 접고 그 너머의 '뒤'를 접으면 '앞'의 맞은편에 옵니다.
3단계: 따라서 '앞'의 맞은편은 '뒤'입니다. 십자형 전개도에서 중심면의 맞은편은 중심에서 2칸 떨어진 면입니다.

🧠 풀이 전략: 전개도 접기 추론 전략 — 중심면에서 한 칸 떨어진 면은 인접면이고, 두 칸 떨어진 면(같은 방향)이 맞은편입니다. 이 전개도에서는 직관적이지만, 변형 전개도에서는 이 규칙을 적용하는 연습이 필요합니다.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지 종류가 있어요. 모두 찾을 수 있나요?

Q10 규칙과 함수

다음 규칙으로 수를 나열합니다: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... (앞의 두 수를 더하여 다음 수를 만듦) 이 규칙에서 10번째 수는 무엇일까요?

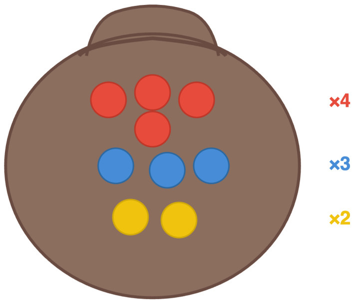


①) ① 34
②) ② 45
③) ③ 55
④) ④ 89

🎯 **정답: ③ 55**
📖 1단계: 피보나치 수열의 규칙을 확인합니다. 각 수 = 바로 앞 두 수의 합.
2단계: 계속 구합니다. 8번째: 8+13=21, 9번째: 13+21=34, 10번째: 21+34=55
3단계: 따라서 10번째 수는 55입니다. ①34는 9번째, ④89는 11번째로 함정 보기입니다.
🧠 풀이 전략: 피보나치 수열에서 n번째 항을 구하는 전략은 순서대로 하나씩 계산해 나가는 것입니다. 점프하여 건너뛰면 실수하기 쉬우므로 차근차근 나열하는 것이 안전합니다.
💡 피보나치 수열은 해바라기 씨앗 배열, 솔방울 나선 등 자연에서 자주 발견돼요!

Q11 자료와 확률 추론

주머니에 빨간 구슬 4개, 파란 구슬 3개, 노란 구슬 2개가 들어 있습니다. 구슬 1개를 꺼낼 때, 파란 구슬이 나올 가능성은 빨간 구슬이 나올 가능성의 몇 분의 몇일까요?



파란 구슬 가능성 / 빨간 구슬 가능성 = ?

①) ① 3/9

②) ② 3/4

③) ③ 4/3

④) ④ 2/3

🎯 **정답: ② 3/4**

📖 1단계: 전체 구슬 수 = 4 + 3 + 2 = 9개

2단계: 파란 구슬이 나올 확률 = 3/9, 빨간 구슬이 나올 확률 = 4/9

3단계: '파란 구슬 가능성 / 빨간 구슬 가능성' = (3/9) ÷ (4/9) = 3/9 × 9/4 = 3/4

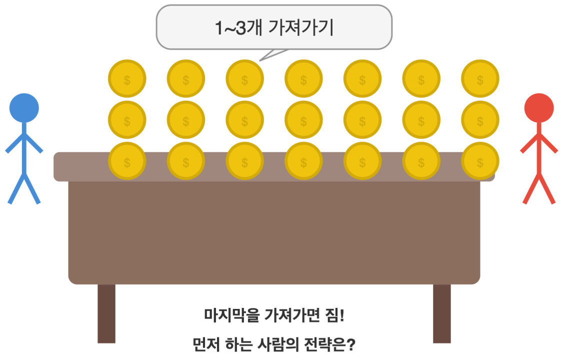
함정: ①은 파란 구슬의 확률 자체, ③은 분자분모를 뒤집은 것입니다.

🧠 풀이 전략: 두 확률을 비교하는 문제입니다. 각각의 확률을 구한 뒤 나눗셈(비율)을 해야 합니다. 단순히 개수비 3:4를 분수로 바꾸면 3/4라는 것을 알 수도 있지만, 확률을 통해 풀면 원리를 더 잘 이해할 수 있습니다.

💡 확률을 처음 연구한 사람은 도박 문제를 풀려던 파스칼과 페르마예요!

Q12 논리·전략 심화

탁자 위에 동전 21개가 있습니다. 두 사람이 번갈아 가며 1개, 2개, 또는 3개씩 가져갈 수 있습니다. 마지막 동전을 가져가는 사람이 지는 게임입니다. 먼저 하는 사람이 이기려면 처음에 몇 개를 가져가야 할까요?



①) ① 1개

②) ② 2개

③) ③ 3개

④) ④ 먼저 하면 반드시 진다

🎯 **정답: ④ 먼저 하면 반드시 진다**

📖 1단계: 마지막 동전을 가져가면 지는 게임(미제르 게임)입니다. 한 번에 1개, 2개, 3개 중 하나만큼 가져갈 수 있으므로 4개를 한 묶음으로 분석합니다.

2단계: 자기 차례에 남은 동전 수가 (4의 배수)+1, 즉 1, 5, 9, 13, 17, 21개이면 지는 자리입니다. 상대가 1, 2, 3개 중 얼마(k개)를 가져가든 나는 (4-k)개를 가져가 항상 4개씩 줄일 수 있지만, 마지막 1개가 결국 자기 차례에 남아 그것을 가져갈 수밖에 없기 때문입니다.

3단계: 처음 21개는 21 = 4×5 + 1이므로 먼저 하는 사람의 차례부터 이미 지는 자리입니다. 먼저 하는 사람이 1, 2, 3개 중 무엇을 가져가도 후수가 (둘이 가져간 합이 4가 되도록) 가져가 17, 13, 9, 5, 1로 몰아가면 마지막 1개를 먼저 하는 사람이 가져가 지게 됩니다.

4단계: 따라서 먼저 하는 사람은 무엇을 해도 반드시 지므로 정답은 ④입니다.

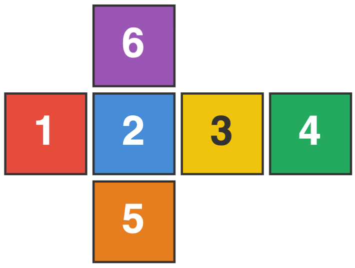
🧠 풀이 전략: 님(Nim) 게임 필승전략을 찾는 문제입니다. 끝에서부터 거꾸로 분석하는 역추론 전략을 씁니다. 마지막 동전을 가져가면 지므로, 상대에게 1개를 남기는 것이 목표입니다. 1~3개씩 가져갈 수 있으므로 4개 단위로 분석합니다.

💡 이런 게임을 '님(Nim) 게임'이라고 해요. 컴퓨터과학에서 이진법으로 분석하는 유명한 문제입니다!

Q13 입체도형 추론

아래 전개도를 접어 정육면체를 만들 때, 숫자 3이 적힌 면과 마주보는 면에 적힌 숫자는 무엇인가요?

전개도 배치:
- 가로줄: 1, 2, 3, 4 (왼쪽→오른쪽)
- 2 아래에 5
- 2 위에 6



3의 맞은편 면은?

①) ① 1
②) ② 2
③) ③ 4
④) ④ 5

🎯 **정답: ① 1**

📖 1단계: 면2를 바닥으로 놓으면, 면6은 위, 면5는 아래(뒤쪽)가 됩니다.
2단계: 면1은 면2의 왼쪽이므로 왼쪽 면, 면3은 면2의 오른쪽이므로 오른쪽 면이 됩니다.
3단계: 가로줄에서 면1-면2-면3-면4 순서이므로, 면1과 면3이 마주봅니다. 면4는 면3 옆에 있으므로 접으면 앞면이 됩니다.
따라서 면3의 맞은편은 면1입니다.

🧠 풀이 전략: 전개도에서 마주보는 면 찾기는 '기준면을 바닥에 놓고 접어보기' 전략을 씁니다. 가로 4칸이 연속된 경우 1번째와 3번째가 마주보고, 세로로 붙은 면은 위아래가 됩니다.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지가 있어요. 모든 경우에서 마주보는 면 쌍은 항상 3쌍이에요.

Q14 규칙과 함수

어떤 규칙에 따라 수가 나열되어 있습니다.

2, 6, 18, 54, 162, ...

이 규칙대로 계속할 때, 처음으로 10000을 넘는 수는 몇 번째 수인가요?

①) ① 7번째

②) ② 8번째

③) ③ 9번째

④) ④ 10번째

🎯 **정답: ③ 9번째**

📖 1단계: 규칙 찾기 — 각 수는 앞의 수에 3을 곱합니다. (×3 등비수열)

2단계: 차례로 구하기 — 1번째:2, 2번째:6, 3번째:18, 4번째:54, 5번째:162, 6번째:486, 7번째:1458, 8번째:4374, 9번째:13122

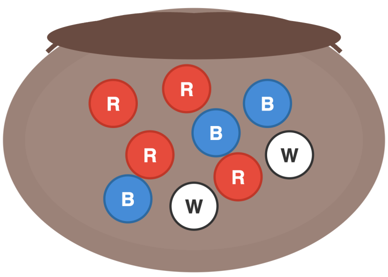
3단계: 8번째 4374 < 10000, 9번째 13122 > 10000이므로, 처음으로 10000을 넘는 것은 9번째입니다.

🧠 풀이 전략: 등비수열(곱하기 규칙)을 파악한 뒤, 목표값을 넘을 때까지 순서대로 계산하는 전략입니다. 곱하기 규칙은 값이 급격히 커지므로, 많은 항을 계산할 필요가 없습니다.

💡 이렇게 일정한 수를 곱해나가는 수열을 '등비수열'이라 해요. 세균이 분열하는 것도 ×2 등비수열이에요!

Q15 자료와 확률 추론

주머니 안에 빨간 구슬 4개, 파란 구슬 3개, 흰 구슬 2개가 들어있습니다. 구슬 하나를 꺼낼 때, '빨간 구슬이 아닐' 가능성을 분수로 나타내면 얼마인가요?



빨간 구슬이 아닐 가능성은?

①) ① 4/9

②) ② 5/9

③) ③ 3/9

④) ④ 2/9

🎯 **정답: ② 5/9**

📖 1단계: 전체 구슬 수 = 4 + 3 + 2 = 9개

2단계: 빨간 구슬이 아닌 구슬 = 파란 3개 + 흰 2개 = 5개

3단계: 빨간 구슬이 아닐 가능성 = 5/9

※ 흔한 실수: 빨간 구슬의 가능성 4/9를 그대로 답하는 것(여사건 개념 혼동)

🧠 풀이 전략: '~이 아닐 가능성'은 여사건 개념입니다. 전체에서 해당 사건을 빼거나, 해당하지 않는 경우를 직접 세는 두 가지 방법으로 접근할 수 있습니다.

💡 '아닐 가능성'을 수학에서는 '여사건의 확률'이라 해요. 어떤 사건의 가능성 + 그 사건이 아닐 가능성 = 항상 1이에요!

Q16 분수 연산 추론

다음 등식에서 □ 안에 들어갈 분수를 구하세요.

□ × 3/4 = 2/5

①) ① 3/10
②) ② 8/15
③) ③ 15/8
④) ④ 2/15

🎯 **정답: ② 8/15**

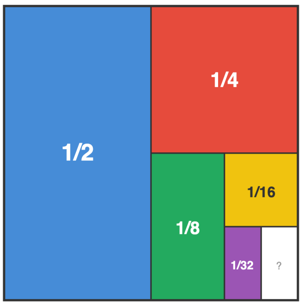
📖 1단계: □ × 3/4 = 2/5에서 □를 구하려면 양변을 3/4로 나눕니다.
2단계: □ = 2/5 ÷ 3/4 = 2/5 × 4/3
3단계: □ = 8/15
검산: 8/15 × 3/4 = 24/60 = 2/5 ✓
※ 함정: ①번 3/10은 2/5 × 3/4를 곱한 값(나누기 대신 곱하기 실수)

🧠 풀이 전략: 역연산 전략입니다. 곱셈의 역연산은 나눗셈이고, 분수의 나눗셈은 역수를 곱하는 것입니다. 반드시 검산으로 확인합니다.

💡 분수의 나눗셈에서 '뒤집어서 곱하기'가 되는 이유는, a÷b = a×(1/b)이기 때문이에요. 나누기는 곱하기의 거울이에요!

Q17 융합·탐구 문제

1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32를 계산하면 1에 얼마나 가까운가요? 1에서 모자라는 양을 분수로 구하세요.



색칠 안 된 부분은 전체의 얼마?

①) ① 1/16
②) ② 1/32
③) ③ 1/64
④) ④ 1/128

🎯 **정답: ② 1/32**

📖 1단계: 통분하여 계산합니다(분모 32로 통일).
1/2 = 16/32, 1/4 = 8/32, 1/8 = 4/32, 1/16 = 2/32, 1/32 = 1/32
2단계: 합 = 16+8+4+2+1 = 31/32
3단계: 1 - 31/32 = 1/32
따라서 1에서 모자라는 양은 1/32입니다.

🧠 풀이 전략: 등비급수의 부분합 문제입니다. 1/2^n의 합 패턴(1-1/2^n)을 이용하거나, 직접 통분하여 계산합니다. 도형으로 시각화하면 매번 남은 부분의 절반을 색칠하므로, 남는 부분은 마지막 색칠한 부분과 크기가 같다는 규칙을 발견할 수 있습니다.

💡 이 패턴을 무한히 계속하면 합이 정확히 1이 됩니다! 고대 그리스 철학자 제논의 '아킬레스와 거북이' 역설이 바로 이 원리예요.

Q18 논리·전략 심화

A, B, C, D 네 명이 각각 축구, 야구, 수영, 테니스 중 하나씩 다른 운동을 좋아합니다.

[단서]
- A는 공을 사용하는 운동을 좋아하지 않습니다.
- B는 야구를 좋아하지 않고, 물에서 하는 운동도 좋아하지 않습니다.
- C는 테니스를 좋아하지 않습니다.
- D는 축구를 좋아합니다.

B가 좋아하는 운동은 무엇인가요?

①) ① 축구
②) ② 야구
③) ③ 수영
④) ④ 테니스

🎯 **정답: ④ 테니스**

📖 1단계: D=축구 확정. → A,B,C에서 축구 제외.
2단계: A는 공을 사용하는 운동(축구,야구,테니스)을 싫어함 → A=수영 확정.
3단계: B는 야구 싫어하고 물 운동(수영) 싫어함. 축구는 D가 함. 남은 것: 테니스 → B=테니스.
4단계: 자동으로 C=야구.
검증: A=수영, B=테니스, C=야구, D=축구 — 모든 단서 충족 ✓

🧠 풀이 전략: 논리 격자(소거법) 전략입니다. 확정된 정보부터 채우고, 소거법으로 나머지를 좁혀갑니다. D→A→B→C 순서로 확정됩니다.

💡 이런 논리 퍼즐을 '아인슈타인 퍼즐'이라고도 해요. 아인슈타인이 '인구의 2%만 풀 수 있다'고 했다는 전설이 있어요!

Q19 약수·배수 심화

12의 약수를 모두 구한 뒤, 그 약수들의 합을 구하세요.

①) ① 24
②) ② 28
③) ③ 32
④) ④ 36

🎯 **정답: ② 28**

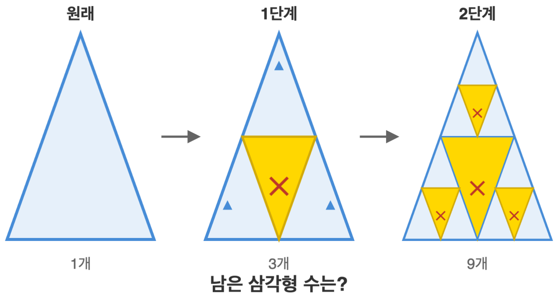
📖 1단계: 12의 약수 찾기 — 1, 2, 3, 4, 6, 12 (짝을 지어 찾으면: 1×12, 2×6, 3×4)
2단계: 약수의 합 = 1+2+3+4+6+12
3단계: 계산 = (1+12)+(2+6)+(3+4) = 13+8+7 = 28
※ 함정: 약수를 빠뜨리거나(4를 빠뜨리면 24) 12 자체를 빠뜨리면 오답

🧠 풀이 전략: 약수는 짝을 지어 찾는 전략이 효율적입니다. $\sqrt{12} \approx 3.46$이므로 1,2,3까지만 확인하고 짝을 찾으면 됩니다. 합을 구할 때도 짝끼리 묶으면 계산이 빨라집니다.

💡 약수의 합이 자기 자신의 2배인 수를 '완전수'라 해요. 6(1+2+3=6)과 28(1+2+4+7+14=28)이 대표적인 완전수예요. 28도 완전수네요!

Q20 융합·탐구 문제

정삼각형 모양의 종이가 있습니다. 이 삼각형의 각 변의 중점을 연결하면 작은 삼각형 4개가 생깁니다. 가운데 삼각형을 잘라내고, 남은 3개의 삼각형에서 다시 같은 과정을 반복합니다. 2번 반복한 후 남아있는 작은 삼각형은 모두 몇 개인가요?



①) ① 6개

②) ② 8개

③) ③ 9개

④) ④ 12개

🎯 **정답: ③ 9개**

📖 1단계: 처음 정삼각형을 4등분 → 가운데 1개 제거 → 3개 남음

2단계: 남은 3개 각각을 4등분 → 각각에서 가운데 1개 제거 → 각각 3개 남음

3단계: 3 × 3 = 9개

이것은 시어핀스키 삼각형의 원리로, n번 반복하면 3^n개가 남습니다.

🧠 풀이 전략: 프랙탈 패턴 문제입니다. 매 단계마다 각 조각이 3배로 늘어나는 규칙(×3)을 파악하면 됩니다. 1회: 3^1=3개, 2회: 3^2=9개, 3회: 3^3=27개...

💡 이 패턴을 무한히 반복하면 '시어핀스키 삼각형'이라는 프랙탈이 돼요. 놀랍게도 넓이는 0이 되지만 둘레는 무한대예요!

Q21 자료와 확률 추론

주사위 두 개를 동시에 던질 때, 두 눈의 합이 7이 되는 경우와 8이 되는 경우 중 어느 쪽이 더 가능성이 높은가요? 각각의 경우의 수를 구해 비교하세요.

주사위 두 개의 합

주사위 2

주사위 1	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	**7**
2	3	4	5	6	**7**	**8**
3	4	5	6	**7**	**8**	9
4	5	6	**7**	**8**	9	10
5	6	**7**	**8**	9	10	11
6	**7**	**8**	9	10	11	12

합 7 합 8 합7 vs 합8: 어느 쪽이 더 많을까?

①) ① 합 7이 더 높다

②) ② 합 8이 더 높다

③) ③ 같다

④) ④ 알 수 없다

정답: ① 합 7이 더 높다

1단계: 합이 7인 경우 나열 — (1,6)(2,5)(3,4)(4,3)(5,2)(6,1) = 6가지

2단계: 합이 8인 경우 나열 — (2,6)(3,5)(4,4)(5,3)(6,2) = 5가지

3단계: 전체 경우의 수 36가지 중, 합7은 6/36=1/6, 합8은 5/36.

6가지 > 5가지이므로 합이 7일 가능성이 더 높습니다.

풀이 전략: 체계적으로 모든 경우를 나열하는 전략입니다. 주사위 두 개의 합에서 7이 가장 경우의 수가 많다는 것은 6×6 표를 통해 확인할 수 있습니다.

주사위 2개의 합에서 7이 가장 자주 나와요(6가지). 이 때문에 보드게임 '카탄'에서 7은 특별한 숫자예요!

Q22 규칙과 함수

x와 y 사이에 다음과 같은 관계가 있습니다.

x: 1, 2, 3, 4, 5
y: 3, 5, 7, 9, ?

y의 값은 x를 이용해 어떤 식으로 나타낼 수 있나요? 또한 x=5일 때 y의 값을 구하세요.

①) ① y=x+2, y=7
②) ② y=2x+1, y=11
③) ③ y=3x, y=15
④) ④ y=x+4, y=9

🎯 **정답: ② y=2x+1, y=11**

📖 1단계: y의 변화 관찰 — y는 2씩 증가합니다 (3→5→7→9).
2단계: 식 세우기 — x=1일 때 y=3이므로 y=2×1+1=3 ✓, x=2일 때 y=2×2+1=5 ✓
3단계: x=5 대입 → y=2×5+1=11
※ 함정: y=x+2는 x=1일 때 y=3이지만 x=2일 때 y=4≠5로 맞지 않음

🧠 풀이 전략: 두 양 사이의 관계식을 찾는 문제입니다. 먼저 y의 변화량(공차)을 확인하고, y=ax+b 형태로 a(기울기)를 정한 뒤 b(절편)를 구합니다.

💡 y=2x+1처럼 x가 1 늘 때 y가 일정하게 늘어나는 관계를 '정비례+상수' 또는 '일차함수'라 해요. 그래프로 그리면 직선이 됩니다!

Q23 입체도형 추론

쌓기나무로 아래와 같은 모양을 만들었습니다.

[위에서 본 모양] (각 칸의 숫자는 쌓은 개수)
2 1
3 2
1 0

이 모양을 앞에서 보면 각 열의 가장 높은 층수가 보입니다. 앞에서 본 모양의 각 열 높이를 구하세요.

①) ① 왼쪽 열 3, 오른쪽 열 2
②) ② 왼쪽 열 2, 오른쪽 열 2
③) ③ 왼쪽 열 3, 오른쪽 열 1
④) ④ 왼쪽 열 1, 오른쪽 열 2

🎯 **정답: ① 왼쪽 열 3, 오른쪽 열 2**
📖 1단계: 앞에서 보면 각 열의 모든 행이 겹쳐 보이므로, 각 열에서 가장 높은 값이 보입니다.
2단계: 왼쪽 열(1열): 2, 3, 1 → 최대값 3
3단계: 오른쪽 열(2열): 1, 2, 0 → 최대값 2
따라서 앞에서 보면 왼쪽 높이 3, 오른쪽 높이 2입니다.
🧠 풀이 전략: 쌓기나무의 정면도는 '각 열의 최대 높이'를 구하는 문제입니다. 앞에서 보면 같은 열의 행들이 앞뒤로 겹치므로, 가장 높은 것만 보입니다.
💡 건축가들도 건물을 설계할 때 위(평면도), 앞(정면도), 옆(측면도) 세 방향에서 본 그림을 그려요. 이것을 '삼면도'라 합니다!

Q24 약수·배수 심화

두 자연수 A, B의 최대공약수가 8이고 A+B=56일 때, 가능한 (A, B) 순서쌍을 모두 구하면 몇 개인가? (단, A < B)

①) ① 2개
②) ② 3개
③) ③ 4개
④) ④ 5개

🎯 **정답: ② 3개**
📖 1단계: GCD(A,B)=8이므로 A=8a, B=8b (a,b는 서로소, a<b)로 놓는다.
2단계: 8a+8b=56 → a+b=7. a<b이고 서로소인 (a,b) 쌍을 찾는다.
3단계: (1,6) → GCD=1 ✓, (2,5) → GCD=1 ✓, (3,4) → GCD=1 ✓. (1,6)→(8,48), (2,5)→(16,40), (3,4)→(24,32). 총 3개.
🧠 풀이 전략: GCD 조건에서 A=8a, B=8b로 치환하고, 합 조건으로 a+b를 구한 뒤, 서로소 조건을 걸러내는 전략이 필요하다.
💡 최대공약수로 묶어서 '몫끼리 서로소' 조건을 거는 기법은 중학교 정수론의 핵심이에요.

Q25 분수 연산 추론

어떤 분수에서 1/4을 빼고, 그 결과에 3을 곱했더니 3/2가 되었다. 처음 분수를 구하여라.

🎯 **정답: 3/4**

📖 1단계: 구하는 분수를 x라 하면, (x - 1/4) × 3 = 3/2.
2단계: 양변을 3으로 나누면 x - 1/4 = 1/2.
3단계: x = 1/2 + 1/4 = 2/4 + 1/4 = 3/4.

🧠 풀이 전략: 역연산 역추적 전략: 결과에서 거꾸로 연산을 되돌려 원래 값을 찾는다. 곱하기의 역은 나누기, 빼기의 역은 더하기.

💡 이런 '거꾸로 풀기'는 대수학(algebra)의 시작이에요. 미지수를 x로 놓고 등식을 푸는 것이죠.

Q26 소수 연산과 추정

1.2 × 0.25의 값을 어림하지 않고 정확히 구한 뒤, 그 값이 0.5보다 큰지 작은지 판별하여라.

①) ① 정확값 0.3, 0.5보다 작다
②) ② 정확값 0.3, 0.5보다 크다
③) ③ 정확값 0.03, 0.5보다 작다
④) ④ 정확값 3.0, 0.5보다 크다

🎯 **정답: ① 정확값 0.3, 0.5보다 작다**

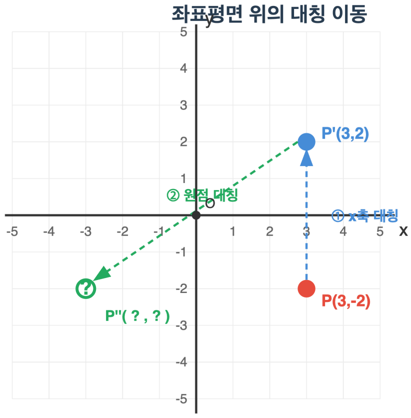
📖 1단계: 1.2 × 0.25 = 12/10 × 25/100 = 300/1000 = 0.3입니다. (소수점 아래 자릿수의 합이 1+2=3이므로 0.300, 즉 0.3입니다.)
2단계: 0.3 < 0.5이므로 0.5보다 작습니다.
3단계: 0.25 = 1/4이므로 1.2 ÷ 4 = 0.3으로도 같은 값을 확인할 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 소수 곱셈에서 '소수점 이하 자릿수의 합'으로 결과 자릿수를 결정하고, 크기를 0.5와 비교하는 판별 전략.

💡 0.25는 1/4이므로, ×0.25는 ÷4와 같아요. 1.2÷4=0.3으로 바로 구할 수도 있죠!

Q27 합동·대칭 심화

좌표 평면 위의 점 P(3, -2)를 x축에 대해 대칭시킨 점을 P'라 하고, P'를 다시 원점에 대해 대칭시킨 점을 P''라 하자. P''의 좌표를 구하여라.



①) ① (-3, 2)

②) ② (-3, -2)

③) ③ (3, -2)

④) ④ (-3, 0)

🎯 **정답: ② (-3, -2)**

📖 1단계: P(3, -2)를 x축 대칭 → y좌표 부호 반전 → P'(3, 2).

2단계: P'(3, 2)를 원점 대칭 → x, y 모두 부호 반전 → P''(-3, -2).

3단계: 검증 — P''(-3, -2)는 원래 P와 x좌표만 부호가 바뀐 점이다. 이는 두 변환을 합성하면 y축 대칭과 같은 효과임을 보여준다.

🧠 풀이 전략: 연속 변환 문제는 한 단계씩 좌표를 변환해 나가는 것이 핵심. x축 대칭은 (x,y)→(x,-y), 원점 대칭은 (x,y)→(-x,-y). 합성하면 (x,y)→(-x,y)로 y축 대칭과 동치.

💡 대칭 변환의 합성은 군론(group theory)의 기초예요. x축 대칭 후 원점 대칭 = y축 대칭이라는 규칙이 숨어 있죠.

Q28 입체도형 추론

아래 쌓기나무 배치도에서 각 칸의 숫자는 쌓인 개수이다. 위에서 본 모양, 앞에서 본 모양, 오른쪽에서 본 모양의 칸 수(색칠된 칸)를 각각 구하여라.

배치: 뒷줄 [2, 0, 3] / 앞줄 [1, 2, 1]

①) ① 위5칸, 앞7칸, 옆5칸

②) ② 위5칸, 앞5칸, 옆4칸

③) ③ 위4칸, 앞5칸, 옆5칸

④) ④ 위5칸, 앞4칸, 옆4칸

🎯 **정답: ① 위5칸, 앞7칸, 옆5칸**

📖 1단계: 위에서 본 모양 - 쌓기나무가 1개 이상 있는 칸의 수입니다. 뒷줄[2,0,3], 앞줄[1,2,1]에서 높이가 0인 칸(뒷줄 가운데) 한 곳만 비므로 6칸 중 5칸입니다. → 위 5칸

2단계: 앞에서 본 모양 - 각 열에서 앞뒤 두 칸 중 더 높은 값(최댓값)만큼 보입니다. 1열 max(2,1)=2, 2열 max(0,2)=2, 3열 max(3,1)=3 이므로 칸 수는 2+2+3 = 7칸입니다. → 앞 7칸

3단계: 오른쪽에서 본 모양 - 각 줄(앞뒤)에서 세 열 중 최댓값만큼 보입니다. 뒷줄 max(2,0,3)=3, 앞줄 max(1,2,1)=2이므로 칸 수는 3+2 = 5칸입니다. → 옆 5칸

따라서 위 5칸, 앞 7칸, 옆 5칸이므로 정답은 ①입니다.

🧠 풀이 전략: 쌓기나무 3방향 투영 문제는 각 방향에서 '열(또는 행) 최대높이'를 구하는 전략. 위→존재여부, 앞→열별 최대, 옆→행별 최대.

💡 이 3방향 투영은 CAD 설계의 '3면도(정투상도)'와 같은 원리예요. 건축가와 엔지니어가 매일 사용하는 기법이죠.

Q29 규칙과 함수

아래 표에서 x와 y의 관계를 식으로 나타내고, x=20일 때 y의 값을 구하여라.

x	1	2	3	4	5
y	5	8	11	14	17

①) ① y = 3x + 2

②) ② y = 2x + 3

③) ③ y = 3x + 1

④) ④ y = 5x

🎯 **정답: ① y = 3x + 2**

📖 1단계: y의 증가량 확인 — 5→8→11→14→17, 차이 3으로 일정. 기울기 3.

2단계: y = 3x + □에서 x=1 대입: 5 = 3×1 + □ → □ = 2. 따라서 y = 3x + 2.

3단계: x=20 → y = 3×20 + 2 = 62.

🧠 풀이 전략: 등차 패턴이면 1차식 y = ax + b 형태. 차이(a)를 먼저 구하고, 한 점을 대입해 b를 결정하는 전략.

💡 이 관계식은 중학교에서 배우는 '일차함수'예요. 그래프로 그리면 직선이 됩니다.

Q30 자료와 확률 추론

상자에 빨간 공 4개, 파란 공 3개, 흰 공 2개가 들어 있다. 공을 하나 꺼낼 때, '빨간 공이 아닌 공'이 나올 확률을 분수로 구하고, 빨간 공이 나올 확률과 비교하여라.

①) ① 4/9 > 5/9이므로 빨강이 더 유리

②) ② 5/9 > 4/9이므로 빨강 아닌 공이 더 유리

③) ③ 둘 다 1/2로 같다

④) ④ 알 수 없다

🎯 **정답: ② 5/9 > 4/9이므로 빨강 아닌 공이 더 유리**

📖 1단계: 전체 공 = 4+3+2 = 9개.

2단계: 빨간 공이 아닌 공(여사건) = 파랑3 + 흰2 = 5개. 확률 = 5/9.

3단계: 빨간 공 확률 = 4/9. 5/9 > 4/9이므로 빨간 공이 아닌 공이 나올 가능성이 더 높다.

🧠 풀이 전략: 여사건 활용 전략: '~이 아닌' 확률 = 1 - (해당 확률). 또는 직접 세기. 두 확률을 분수로 비교.

💡 '여사건'은 확률의 강력한 도구예요. 어떤 사건이 일어나지 않을 확률 = 1 - (일어날 확률)이니까요.

Q31 논리·전략 심화

A, B, C, D 네 사람이 각각 축구, 야구, 농구, 배구 중 하나를 좋아한다(모두 다름). 다음 단서로 각자 좋아하는 운동을 구하여라.

(1) A는 공이 큰 운동을 좋아한다(농구 또는 축구 또는 배구).
(2) B는 야구를 좋아하지 않고, 배구도 좋아하지 않는다.
(3) C는 축구를 좋아하지 않는다.
(4) D는 농구를 좋아한다.

①) ① A-축구, B-야구, C-배구, D-농구
②) ② A-배구, B-축구, C-야구, D-농구
③) ③ A-축구, B-농구, C-배구, D-야구
④) ④ A-배구, B-농구, C-축구, D-야구

🎯 **정답: ② A-배구, B-축구, C-야구, D-농구**

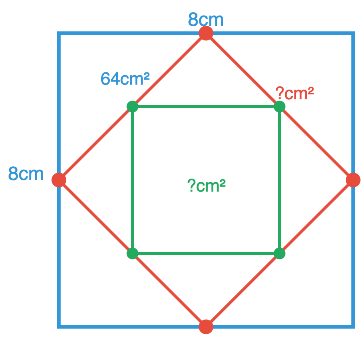
📖 1단계: 단서(4)에서 D=농구 확정.
2단계: 단서(2)에서 B≠야구, B≠배구. 남은 건 축구 또는 농구인데 농구는 D이므로 B=축구.
3단계: 단서(3)에서 C≠축구. 남은 운동 야구, 배구 중 선택. 단서(1)에서 A는 큰 공 운동(농구/축구/배구) → 야구 아님. 따라서 A=배구, C=야구.

🧠 풀이 전략: 논리 소거법: 확정된 조건부터 채우고, 남은 선택지를 단서로 좁혀가는 전략. D→B→A→C 순으로 결정.

💡 이런 논리 퍼즐은 '아인슈타인 퍼즐'의 축소판이에요. 아인슈타인이 '인구의 2%만 풀 수 있다'고 했대요.

Q32 융합·탐구 문제

정사각형의 넓이가 64cm²이다. 이 정사각형의 각 변의 중점을 이어 만든 안쪽 정사각형의 넓이를 구하고, 이 과정을 한 번 더 반복하면 넓이가 얼마인지 구하여라.



①) ① 안쪽 32cm², 가장 안쪽 16cm²
②) ② 안쪽 32cm², 가장 안쪽 8cm²
③) ③ 안쪽 16cm², 가장 안쪽 8cm²
④) ④ 안쪽 16cm², 가장 안쪽 4cm²

🎯 **정답: ① 안쪽 32cm², 가장 안쪽 16cm²**

📖 1단계: 바깥 정사각형 한 변 = 8cm. 각 변의 중점을 이으면 안쪽 정사각형이 생긴다.
2단계: 안쪽 정사각형의 넓이 = 바깥 정사각형 넓이의 절반 = 64÷2 = 32cm². (대각선 방향으로 놓인 정사각형은 원래의 1/2)
3단계: 한 번 더 반복하면 32÷2 = 16cm². 매 단계마다 넓이가 절반이 된다.

🧠 풀이 전략: 중점 연결 정사각형은 원래의 1/2 넓이라는 기하학적 성질을 이용. 삼각형 4개를 잘라내면 각각 전체의 1/8, 4개니까 1/2를 잘라냄.

💡 이 과정을 무한히 반복하면 넓이가 0에 가까워져요. 64→32→16→8→4→2→1→... 이것이 '기하급수적 감소'예요.

Q33 분수 연산 추론

1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20의 값을 구하여라. (힌트: 각 분수를 두 단위분수의 차로 분해하면 쉬워진다)

①) ① 4/5

②) ② 7/10

③) ③ 9/10

④) ④ 3/4

🎯 **정답: ① 4/5**

📖 1단계: 패턴 발견 — 1/2=1/(1×2), 1/6=1/(2×3), 1/12=1/(3×4), 1/20=1/(4×5).
2단계: 부분분수 분해 — 1/(n(n+1)) = 1/n - 1/(n+1). 따라서:
1/2 = 1-1/2, 1/6 = 1/2-1/3, 1/12 = 1/3-1/4, 1/20 = 1/4-1/5.
3단계: 합 = (1-1/2)+(1/2-1/3)+(1/3-1/4)+(1/4-1/5) = 1-1/5 = 4/5. (중간 항이 모두 상쇄되는 '텔레스코핑')

🧠 풀이 전략: 분모가 연속 두 수의 곱인 패턴을 발견하고, 부분분수 분해로 '텔레스코핑(망원경) 합'을 적용하는 고급 전략.

💡 이 기법을 '텔레스코핑 합'이라 해요. 망원경처럼 중간이 접혀서 처음과 끝만 남거든요.

Q34 소수 연산과 추정

1÷7을 소수로 나타내면 순환소수 0.142857142857…이 된다. 소수점 아래 50번째 자리 숫자를 구하여라.

①) ① 1

②) ② 8

③) ③ 5

④) ④ 4

🎯 **정답: ④ 4**

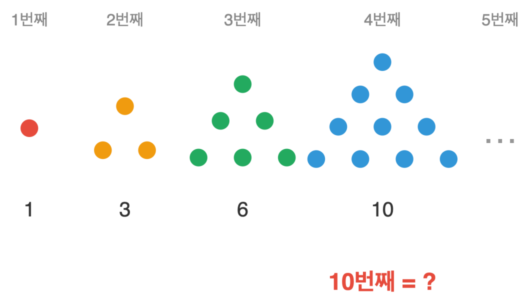
📖 1단계: 1÷7 = 0.142857142857...로 순환마디 '142857'이 6자리 주기로 반복됩니다.
2단계: 50 ÷ 6 = 8 나머지 2이므로 50번째 자리는 순환마디의 2번째 숫자입니다.
3단계: 순환마디 '142857'의 2번째 숫자는 4이므로 답은 4입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수의 반복 주기를 찾고, 구하려는 자릿수를 주기로 나눈 나머지로 해당 위치의 숫자를 결정하는 전략.

💡 142857은 '순환수(cyclic number)'라는 특별한 수예요. 142857×2=285714, ×3=428571… 자릿수가 회전해요!

Q35 규칙과 함수

삼각수는 1, 3, 6, 10, 15, 21, …로 이어진다. 10번째 삼각수를 구하고, n번째 삼각수를 구하는 공식을 설명하여라.



①) ① 45

②) ② 50

③) ③ 55

④) ④ 60

🎯 **정답: ③ 55**

📖 1단계: 삼각수 규칙 — n번째 삼각수 = 1+2+3+…+n.

2단계: 공식 — n(n+1)/2. 가우스 덧셈 공식과 동일.

3단계: 10번째 삼각수 = 10×11/2 = 110/2 = 55.

🧠 풀이 전략: 삼각수는 1부터 n까지의 합이라는 본질을 파악하고, 가우스 공식 n(n+1)/2를 적용하는 전략.

💡 가우스가 10살 때 1+2+…+100을 순식간에 5050이라고 답했다는 일화가 유명해요. 바로 이 공식이죠!

Q36 약수·배수 심화

어떤 자연수 N의 약수를 모두 더하면 N의 2배가 됩니다. 이런 수를 '완전수'라고 합니다. 6은 완전수입니다(1+2+3+6=12=6×2). 28도 완전수인지 확인하고, 28의 약수 중 자기 자신을 제외한 나머지 약수의 합을 구하세요.

①) ① 24

②) ② 26

③) ③ 28

④) ④ 30

🎯 **정답: ③ 28**

📖 1단계: 28의 약수를 구합니다 → 1, 2, 4, 7, 14, 28

2단계: 자기 자신(28)을 제외한 약수의 합 → 1+2+4+7+14 = 28

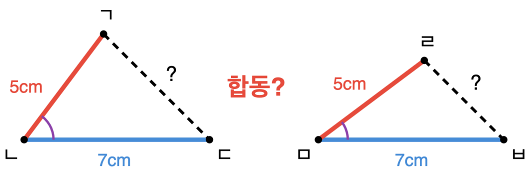
3단계: 자기 자신을 제외한 약수의 합이 자기 자신과 같으므로, 28은 완전수입니다. 답은 28입니다.

🧠 풀이 전략: 완전수의 정의를 이해한 뒤, 약수를 빠짐없이 나열하는 체계적 접근이 필요합니다. 약수를 쌍으로 찾으면(1×28, 2×14, 4×7) 빠뜨리지 않습니다.

💡 완전수는 매우 희귀합니다. 6, 28, 496, 8128… 현재까지 발견된 완전수는 51개뿐이며, 홀수 완전수가 존재하는지는 아직 미해결 문제입니다.

Q37 합동·대칭 심화

삼각형 ㄱㄴㄷ과 삼각형 ㄹㅁㅂ이 있습니다. 조건: ㄱㄴ=ㄹㅁ=5cm, ㄴㄷ=ㅁㅂ=7cm. 이 두 삼각형이 반드시 합동이라고 할 수 있나요? 합동이 되려면 어떤 조건이 추가로 필요한지 고르세요.



①) ① 두 변이 같으면 무조건 합동이다

②) ② ∠ㄴ = ∠ㅁ (끼인각이 같아야 한다)

③) ③ ∠ㄷ = ∠ㅂ 이면 된다 (끼이지 않은 한 각이 같으면 된다)

④) ④ 어떤 조건을 추가해도 합동이 될 수 없다

🎯 **정답: ② ∠ㄴ = ∠ㅁ (끼인각이 같아야 한다)**

📖 1단계: 두 변의 길이만 같다고 해서 합동이 되지는 않습니다. 두 변 사이의 끼인각에 따라 삼각형 모양이 달라지기 때문입니다.

2단계: SAS 합동 조건 - 두 변과 그 끼인각이 각각 같으면 합동입니다. 주어진 두 변 ㄱㄴ, ㄴㄷ의 끼인각은 ∠ㄴ이므로 ∠ㄴ=∠ㅁ이면 두 삼각형은 합동입니다.

3단계: ③이 함정인 이유 - ∠ㄷ는 두 변 ㄱㄴ, ㄴㄷ의 끼인각이 아니라 끼이지 않은 각입니다. 끼이지 않은 각이 같은 경우(SSA)는 삼각형이 하나로 정해지지 않을 수 있어(모호한 경우) 합동을 보장하지 못합니다. 따라서 끼인각이 같아야 한다는 ②가 정답입니다.

🧠 풀이 전략: 삼각형의 합동 조건(SSS, SAS, ASA)을 떠올리고, 현재 주어진 정보(두 변)에서 어떤 조건을 추가하면 합동이 확정되는지 판단해야 합니다. ③은 맞는 말이지만, 문제의 핵심은 '끼인각'의 중요성입니다.

💡 합동 조건 SSA(두 변과 끼이지 않은 각)는 합동을 보장하지 않습니다. 이를 '모호한 경우(ambiguous case)'라고 부릅니다.

Q38 논리·전략 심화

A, B, C, D 네 명이 각각 축구, 야구, 농구, 수영 중 하나를 좋아합니다(모두 다른 종목). 단서: (1) A는 공을 사용하는 운동을 좋아합니다. (2) B는 수영을 좋아하지 않고, 축구도 좋아하지 않습니다. (3) C는 농구를 좋아하지 않습니다. (4) D는 축구를 좋아합니다. (5) A는 농구를 좋아하지 않습니다. 각자가 좋아하는 종목을 모두 맞힌 것은?

①) ① A-야구, B-농구, C-수영, D-축구

②) ② A-농구, B-야구, C-수영, D-축구

③) ③ A-야구, B-수영, C-농구, D-축구

④) ④ A-농구, B-수영, C-야구, D-축구

🎯 **정답: ① A-야구, B-농구, C-수영, D-축구**

📖 1단계: 단서(4)에서 D=축구로 확정됩니다. 나머지 A, B, C는 야구, 농구, 수영 중 하나씩 가집니다.

2단계: 단서(1)에서 A는 공을 쓰는 운동을 좋아하므로 야구 또는 농구입니다(축구는 D). 단서(5)에서 A는 농구가 아니므로 A=야구입니다.

3단계: 단서(2)에서 B는 수영도 축구도 아니고, 야구는 A가 가졌으므로 B=농구입니다.

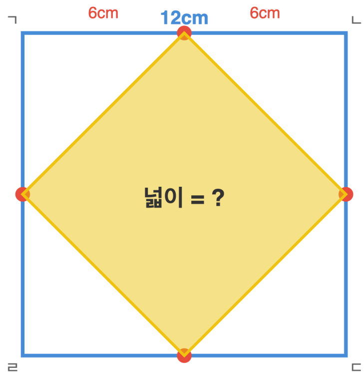
4단계: 남은 수영은 C가 가지며, 이는 단서(3)(C≠농구)과도 어긋나지 않습니다. 따라서 A=야구, B=농구, C=수영, D=축구로 정답은 ①입니다.

🧠 풀이 전략: 논리 격자를 그려서 확정된 조건부터 채워 넣고, 소거법으로 나머지를 결정합니다. 확정 단서(D=축구)를 먼저 처리하고 연쇄적으로 추론합니다.

💡 논리 퍼즐의 아버지 루이스 캐럴(이상한 나라의 앨리스 저자)은 이런 유형의 논리 퍼즐을 수학 연습용으로 많이 만들었습니다.

Q39 융합·탐구 문제

한 변이 12cm인 정사각형이 있습니다. 이 정사각형의 각 변의 중점을 이어서 안쪽에 작은 정사각형을 만듭니다. 안쪽 정사각형의 넓이는 바깥 정사각형 넓이의 몇 분의 몇인가요?



①) ① 1/4

②) ② 1/3

③) ③ 1/2

④) ④ 2/3

🎯 **정답: ③ 1/2**

📖 1단계: 바깥 정사각형 넓이 = 12×12 = $144cm^2$

2단계: 안쪽 정사각형의 한 변은 바깥 정사각형 변의 중점을 잇는 대각선입니다. 피타고라스 정리로 한 변 = $\sqrt{(6^2+6^2)} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ cm

3단계: 안쪽 정사각형 넓이 = $(6\sqrt{2})^2 = 72cm^2$

4단계: 72/144 = 1/2. 또는 바깥 정사각형의 네 귀퉁이 삼각형(직각이등변삼각형 4개)의 넓이가 각각 6×6÷2=$18cm^2$, 총 $72cm^2$이므로 안쪽=144-72=$72cm^2$=1/2

🧠 풀이 전략: 각 변의 중점을 이은 도형이 정사각형임을 파악하고, 넓이를 구하는 두 가지 방법(직접 계산 또는 빼기)을 활용합니다. 바깥 삼각형 4개를 빼는 방법이 더 직관적입니다.

💡 이 과정을 반복하면 넓이가 계속 1/2씩 줄어듭니다. 무한히 반복하면 점으로 수렴하는데, 이것이 프랙탈의 한 종류입니다.

Q40 약수·배수 심화

두 자연수 A와 B의 최대공약수가 8이고, A+B=56입니다. A<B일 때, 가능한 (A, B) 쌍을 모두 구하면 몇 가지인가요?

①) ① 1가지

②) ② 2가지

③) ③ 3가지

④) ④ 4가지

🎯 **정답: ③ 3가지**

📖 1단계: GCD(A, B)=8이므로 A=8a, B=8b (a, b는 서로소인 자연수)로 놓습니다.

2단계: A+B=56 → 8a+8b=56 → a+b=7입니다.

3단계: a<b이고 a+b=7인 서로소 쌍 (a, b)를 찾습니다.

- (1, 6): 서로소이므로 (A, B)=(8, 48)
- (2, 5): 서로소이므로 (A, B)=(16, 40)
- (3, 4): 서로소이므로 (A, B)=(24, 32)

4단계: 세 쌍 모두 gcd(a, b)=1이므로 GCD(A, B)=8을 만족합니다. 따라서 가능한 (A, B)는 (8, 48), (16, 40), (24, 32)로 모두 3가지입니다.

🧠 풀이 전략: GCD 조건을 활용해 A=8a, B=8b로 치환하여 문제를 단순화합니다. 핵심은 a+b=7에서 서로소 조건을 만족하는 쌍을 찾는 것입니다.

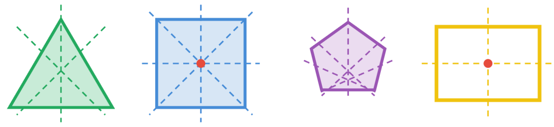
💡 최대공약수와 최소공배수를 동시에 조건으로 주면 더 어려워집니다. GCD×LCM = A×B라는 성질을 이용하면 됩니다.

📝 초5 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q41 합동·대칭 심화

어떤 도형이 선대칭축이 4개이고, 점대칭의 중심도 가지고 있습니다. 다음 중 이 조건을 모두 만족하는 도형은?



①) ① 정삼각형

②) ② 정사각형

③) ③ 정오각형

④) ④ 직사각형(정사각형 아님)

🎯 **정답: ② 정사각형**

📖 1단계: 각 도형의 선대칭축 수를 확인합니다.
- 정삼각형: 3개, 정사각형: 4개, 정오각형: 5개, 직사각형: 2개
2단계: 선대칭축이 정확히 4개인 도형은 정사각형뿐입니다.
3단계: 정사각형은 점대칭(180° 회전)의 중심도 가집니다(대각선의 교점). 두 조건 모두 만족!

🧠 풀이 전략: 선대칭축의 개수와 점대칭 여부를 동시에 확인해야 합니다. 정다각형의 대칭축 수 = 변의 수라는 규칙을 알면 빠르게 풀 수 있습니다.

💡 정n각형의 선대칭축은 항상 n개이고, n이 짝수이면 점대칭도 가집니다. n이 홀수이면 선대칭은 있지만 점대칭은 없습니다!

Q42 규칙과 함수

다음 수열의 규칙을 찾고, 빈칸에 알맞은 수를 구하세요.
2, 6, 18, 54, 162, □, □

🎯 **정답: 486, 1458**

📖 1단계: 연속한 두 항의 관계를 봅니다. 6÷2=3, 18÷6=3, 54÷18=3, 162÷54=3
2단계: 등비수열로 공비가 3입니다. 다음 항 = 앞 항 × 3
3단계: 162×3=486, 486×3=1458

🧠 풀이 전략: 연속한 항 사이의 관계(차 또는 비)를 확인합니다. 차이가 일정하지 않으면 비율을 확인하여 등비수열 여부를 판단합니다.

💡 등비수열의 합 2+6+18+54+...처럼 계속 더하면 공비가 1보다 크면 무한히 커지지만, 공비가 1보다 작으면(예: 1/3) 합이 유한한 값에 수렴합니다.

Q43 자료와 확률 추론

상자 안에 숫자 카드 1, 2, 3, 4, 5가 한 장씩 있습니다. 카드 2장을 동시에 뽑을 때, 두 수의 합이 홀수가 될 가능성을 분수로 나타내세요.

①) ① 2/5
②) ② 3/5
③) ③ 3/10
④) ④ 1/2

🎯 **정답: ② 3/5**

📖 1단계: 5장에서 2장을 뽑는 모든 경우의 수 = 5C2 = 10가지입니다.
2단계: 합이 홀수가 되려면 (홀수)+(짝수) 조합이어야 합니다. 홀수 카드(1,3,5)는 3장, 짝수 카드(2,4)는 2장입니다.
3단계: 홀수 1장 × 짝수 1장을 뽑는 경우 = 3×2 = 6가지입니다.
4단계: 가능성 = 6/10 = 3/5입니다. 기약분수로 나타내면 3/5이므로 정답은 ②입니다.

🧠 풀이 전략: 합이 홀수가 되려면 '홀수+짝수'여야 한다는 핵심을 먼저 파악합니다. 그 다음 조합으로 경우의 수를 체계적으로 셉니다. ②와 ④가 같은 값이라는 함정에 주의!

💡 이 문제에서 ②3/5와 ④6/10은 같은 크기의 분수입니다. 시험에서는 보통 기약분수를 정답으로 하지만, 경우의 수 문제에서는 전체 경우/해당 경우로 표현하기도 합니다.

Q44 논리·전략 심화

탁자 위에 동전 20개가 있습니다. A와 B가 번갈아 동전을 가져가는데, 한 번에 1개, 2개, 또는 3개를 가져갈 수 있습니다. 마지막 동전을 가져가는 사람이 집니다. A가 먼저 시작할 때, A의 필승전략은?

①) ① A가 처음에 1개를 가져간다
②) ② A가 처음에 2개를 가져간다
③) ③ A가 처음에 3개를 가져간다
④) ④ A는 이길 수 없다

🎯 **정답: ③ A가 처음에 3개를 가져간다**

📖 1단계: 마지막 동전을 가져가면 지므로, 상대에게 동전 1개를 남기면 이깁니다.
2단계: 핵심 전략 — 상대 차례에 남은 동전이 1, 5, 9, 13, 17개이면 내가 유리합니다. (4의 배수+1)
3단계: 20개에서 시작하므로 A가 3개를 가져가면 17개가 남습니다(4×4+1). 이후 B가 k개(1~3)를 가져가면 A는 (4-k)개를 가져가서 항상 4개씩 줄입니다.
4단계: 17→13→9→5→1로 만들면 B가 마지막 1개를 가져가야 하므로 A 승리!

🧠 풀이 전략: 역추론이 핵심입니다. '지는 상태'(동전 1개 남음)에서 거꾸로 올라가며, 상대를 지는 상태로 몰아넣을 수 있는 패턴(4의 배수+1)을 찾습니다.

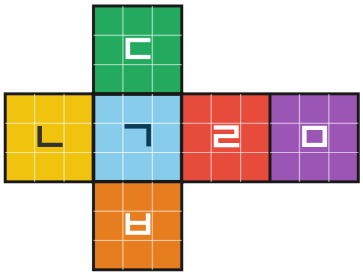
💡 이런 게임을 '변형 님 게임'이라고 합니다. 4의 배수+1 패턴은 '한 번에 가져갈 수 있는 최대+1'이 주기가 되는 원리입니다.

Q45 입체도형 추론

정육면체의 전개도가 있습니다. 아래 전개도를 접었을 때, 'ㄱ'이 적힌 면과 마주보는 면에 적힌 글자는 무엇인가요?

전개도 배치(T자형):
위에서부터: ㄷ
가운데 줄(왼→오): ㄴ, ㄱ, ㄹ, ㅁ
아래: ㅂ

정육면체 전개도 (ㄱ의 맞은편은?)



접었을 때 'ㄱ'의 맞은편 면은?
(중앙 ㄱ · 상 ㄷ · 하 ㅂ · 좌 ㄴ · 우 ㄹ · 끝 ㅁ)

①) ① ㄴ
②) ② ㄷ
③) ③ ㄹ
④) ④ ㅁ

🎯 **정답: ④ ㅁ**

📖 1단계: 전개도에서 ㄱ은 중앙에 있습니다. ㄱ의 바로 위는 ㄷ, 아래는 ㅂ, 왼쪽은 ㄴ, 오른쪽은 ㄹ입니다.
2단계: 접으면 ㄷ은 ㄱ의 윗면, ㅂ은 아랫면, ㄴ은 왼쪽면, ㄹ은 오른쪽면이 됩니다.
3단계: ㅁ은 ㄹ의 오른쪽에 있으므로 접으면 ㄱ의 뒷면, 즉 맞은편이 됩니다. 따라서 ㄱ↔ㅁ.

🧠 풀이 전략: 전개도에서 중앙면을 기준으로 상하좌우 면은 인접면이 됩니다. 중앙에서 같은 방향으로 2칸 떨어진 면이 맞은편입니다. ㄹ에서 한 칸 더 간 ㅁ이 ㄱ의 맞은편입니다.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지가 있습니다. 어떤 전개도든 마주보는 면을 찾는 규칙은 같습니다: 같은 줄에서 한 칸 건너뛴 면!

Q46 융합·탐구 문제

1부터 100까지의 자연수를 모두 더하면 5050입니다. 그렇다면 1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수만 모두 더하면 얼마인가요?

①) ① 1650
②) ② 1683
③) ③ 1700
④) ④ 1716

🎯 **정답: ② 1683**

📖 1단계: 1~100에서 3의 배수: 3, 6, 9, ..., 99. 개수 = 99÷3 = 33개
2단계: 3의 배수의 합 = 3+6+9+...+99 = 3×(1+2+3+...+33)
3단계: 1+2+...+33 = 33×34÷2 = 561
4단계: 3×561 = 1683

🧠 풀이 전략: 3의 배수를 3으로 묶어 공통인수를 빼내면, 1부터 33까지의 합으로 변환됩니다. 가우스 공식(n×(n+1)÷2)을 활용합니다.

💡 가우스는 10살 때 1부터 100까지의 합을 순식간에 구했다고 합니다. 같은 원리로 어떤 등차수열의 합도 구할 수 있습니다.

Q47 분수 연산 추론

다음 등식에서 □ 안에 들어갈 자연수를 구하세요.

1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20 + 1/□ = 5/6

①) ① 24

②) ② 30

③) ③ 36

④) ④ 42

🎯 **정답: ② 30**

📖 1단계: 각 분수의 패턴을 관찰합니다.
1/2=1/(1×2), 1/6=1/(2×3), 1/12=1/(3×4), 1/20=1/(4×5)
따라서 1/□=1/(5×6)=1/30

2단계: 검증 — 부분분수 분해를 활용합니다.
1/(n×(n+1)) = 1/n - 1/(n+1)

3단계: 합 = (1-1/2)+(1/2-1/3)+(1/3-1/4)+(1/4-1/5)+(1/5-1/6)
= 1 - 1/6 = 5/6 ✓

따라서 □=30

🧠 풀이 전략: 분모의 규칙(1×2, 2×3, 3×4, ...)을 먼저 발견합니다. 부분분수 분해(텔레스코핑)를 알면 합을 쉽게 구할 수 있지만, 규칙만으로도 □를 찾을 수 있습니다.

💡 이처럼 중간 항들이 서로 상쇄되어 처음과 끝만 남는 합을 '망원경 급수(telescoping series)'라고 합니다.

Q48 소수 연산과 추정

0.7 × 0.7의 결과를 구한 뒤, 이 값이 0.5보다 큰지 작은지 판단하고, 그 이유를 설명하시오. 또한 0.7 × 0.7의 결과를 분수로 나타내면 얼마인가?

①) ① 0.49, 0.5보다 작다

②) ② 0.49, 0.5보다 크다

③) ③ 0.14, 0.5보다 작다

④) ④ 0.77, 0.5보다 크다

🎯 **정답: ① 0.49, 0.5보다 작다**

📖 1단계: 0.7 × 0.7 = 49/100 = 0.49입니다.
2단계: 0.49와 0.5를 비교하면, 0.49 < 0.50이므로 0.5보다 작습니다.
3단계: 분수로 나타내면 7/10 × 7/10 = 49/100입니다. 1보다 작은 수끼리 곱하면 각각보다 더 작아지므로 0.7보다도 작습니다.

🧠 풀이 전략: 1보다 작은 소수끼리의 곱이 원래 수보다 작아지는 원리를 이해해야 합니다. 소수를 분수로 변환하여 정확한 계산을 하고, 크기 비교 전략을 사용합니다.

💡 1보다 작은 수를 곱하면 결과가 원래보다 작아지는 것은 '축소 효과'라고 해요. 돋보기를 거꾸로 보면 작아지는 것과 비슷해요!

Q49 소수 연산과 추정

어떤 소수 두 자리 수 A.B와 한 자리 소수 0.C를 곱했더니 결과가 자연수가 되었습니다. A.B = 2.5일 때, 0.C가 될 수 있는 한 자리 소수를 모두 구하고, 그때의 곱을 각각 구하시오.

🎯 **정답: 0.2일 때 0.5, 0.4일 때 1, 0.6일 때 1.5(x), 0.8일 때 2 → 자연수가 되는 것은 0.4일 때 1, 0.8일 때 2**

📖 1단계: 2.5 = 5/2이고, 0.C = C/10입니다. 곱은 5C/20 = C/4입니다.

2단계: C/4가 자연수가 되려면 C는 4의 배수여야 합니다.

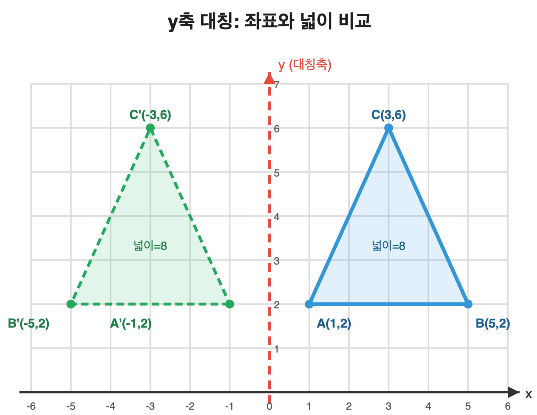
3단계: C는 1~9의 한 자리 수이므로, C = 4이면 4/4 = 1, C = 8이면 8/4 = 2입니다. 따라서 0.4일 때 곱은 1, 0.8일 때 곱은 2입니다.

🧠 풀이 전략: 소수를 분수로 바꾸어 곱한 결과가 자연수가 되는 조건을 찾는 역추론 문제입니다. 분모가 약분되어 1이 되는 조건을 분석합니다.

💡 소수를 분수로 바꾸면 숨어있던 규칙이 보여요. 수학자들이 '표현을 바꾸면 문제가 풀린다'고 말하는 이유랍니다!

Q50 합동·대칭 심화

아래 좌표 위에 삼각형 ABC가 있습니다. A(1, 2), B(5, 2), C(3, 6). 이 삼각형을 y축에 대해 선대칭 시킨 삼각형 A'B'C'의 꼭짓점 좌표를 모두 구하고, 원래 삼각형과 대칭된 삼각형의 넓이가 같은 이유를 설명하시오.



🎯 **정답: A'(-1, 2), B'(-5, 2), C'(-3, 6). 넓이는 둘 다 8.**

📖 1단계: y축 대칭은 x좌표의 부호만 바꿉니다. A(1,2)→A'(-1,2), B(5,2)→B'(-5,2), C(3,6)→C'(-3,6).

2단계: 원래 삼각형 넓이 = 밑변 × 높이 ÷ 2 = 4 × 4 ÷ 2 = 8.

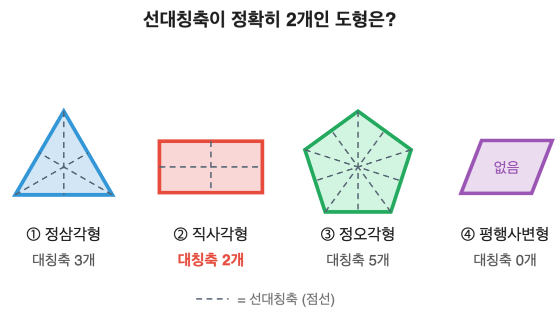
3단계: 대칭 이동은 도형의 크기와 모양을 바꾸지 않는 합동 변환이므로 넓이가 동일합니다. 밑변 |(-5)-(-1)| = 4, 높이 = 4로 같습니다.

🧠 풀이 전략: y축 대칭의 좌표 변환 규칙(x→-x, y유지)을 적용하고, 대칭 변환이 합동을 보존하는 이유를 넓이 계산으로 확인합니다.

💡 대칭, 회전, 평행이동을 '등거리 변환'이라고 해요. 거리를 보존하니까 넓이도 변하지 않는 거예요!

Q51 합동·대칭 심화

다음 중 선대칭축이 정확히 2개인 도형은 어떤 것인가요?



①) ① 정삼각형

②) ② 직사각형 (정사각형 아님)

③) ③ 정오각형

④) ④ 평행사변형 (직사각형·마름모 아님)

🎯 **정답: ② 직사각형 (정사각형 아님)**

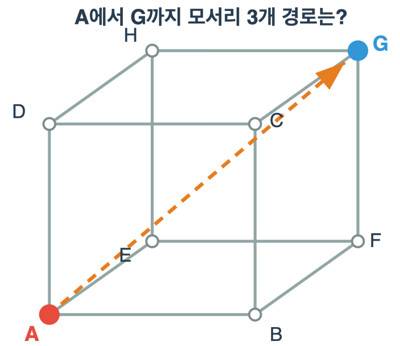
📖 1단계: 정삼각형의 대칭축은 3개(각 꼭짓점에서 대변 중점으로), 정오각형은 5개입니다.
2단계: 직사각형(정사각형 아님)은 가로 중심선, 세로 중심선으로 선대칭축이 정확히 2개입니다. 대각선은 대칭축이 아닙니다.
3단계: 평행사변형(직사각형·마름모가 아닌 일반형)은 선대칭축이 0개입니다(점대칭은 되지만 선대칭은 아닙니다). 따라서 선대칭축이 정확히 2개인 도형은 직사각형뿐이므로 정답은 ②입니다.

🧠 풀이 전략: 각 도형의 대칭축 개수를 하나씩 세어 비교합니다. 정다각형의 대칭축 공식(변의 수 = 대칭축 수)과 특수 사각형의 성질을 활용합니다.

💡 정n각형의 대칭축은 항상 n개예요. 원은 대칭축이 무한개인 '완벽한 대칭' 도형이랍니다!

Q52 입체도형 추론

정육면체의 한 꼭짓점 A에서 출발하여, 모서리를 따라 가장 먼 꼭짓점 G까지 이동합니다. 모서리를 정확히 3개만 지나서 G에 도달하는 경로는 모두 몇 가지인가요? (한 번 지난 꼭짓점은 다시 지나지 않습니다)



①) ① 2가지

②) ② 4가지

③) ③ 6가지

④) ④ 8가지

🎯 **정답: ③ 6가지**

📖 1단계: A에서 G는 공간 대각선으로 가장 먼 꼭짓점입니다. 3개 모서리로 가려면 x, y, z 방향 각각 1번씩 이동해야 합니다.

2단계: 3방향 이동 순서의 배열 = 3! = 3×2×1 = 6가지입니다.

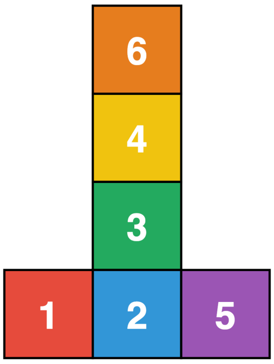
3단계: 구체적으로 A→B→C→G, A→B→F→G, A→D→C→G, A→D→H→G, A→E→F→G, A→E→H→G의 6가지입니다.

🧠 풀이 전략: 정육면체의 공간 대각선 꼭짓점까지 최단 경로 문제입니다. 3차원 각 방향으로 1칸씩 이동해야 하므로 순열로 경우의 수를 구합니다.

💡 이 문제는 3차원 격자 최단경로 문제로, 로봇 공학에서 로봇의 이동 경로를 계획할 때 쓰이는 원리와 같아요!

Q53 입체도형 추론

전개도를 접어 정육면체를 만들 때, 숫자 1이 적힌 면과 평행한 면에 적힌 숫자는 무엇인가요? 전개도는 가로 한 줄(왼쪽부터 1, 2, 5)의 가운데 면 2 위로 3, 4, 6이 차례로 세로로 붙은 ㅗ자(T자) 형태입니다.



'1'과 평행한 면의 숫자는?

①) ① 3

②) ② 4

③) ③ 5

④) ④ 6

🎯 **정답: ③ 5**

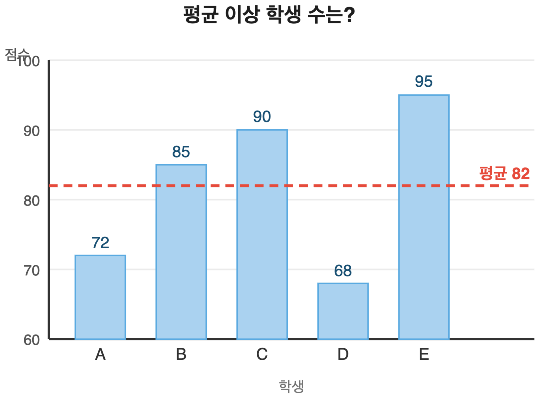
📖 1단계: 전개도에서 면의 배치를 파악합니다. 가운데 세로줄은 아래에서 위로 2-3-4-6이고, 가운데 면 2의 양옆에 1(왼쪽)과 5(오른쪽)가 붙어 있습니다.
2단계: 세로로 이어진 네 면 2-3-4-6은 정육면체를 한 바퀴 두르는 띠가 되어 2와 4, 3과 6이 각각 마주봅니다.
3단계: 띠의 양옆에 붙은 두 면 1(왼쪽)과 5(오른쪽)는 서로 마주봅니다. 따라서 1과 평행한 면에 적힌 숫자는 5입니다.

🧠 풀이 전략: 전개도를 머릿속으로 접어보는 공간 추론 문제입니다. 기준면을 정하고 나머지 면의 위치를 순서대로 결정합니다.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지가 있어요. 그중 가장 흔한 것은 십자 모양이지만 ㄴ자도 자주 나온답니다!

Q54 자료와 확률 추론

5명의 학생 시험 점수가 72, 85, 90, 68, 95점입니다. 평균은 82점인데, 선생님이 '대부분 학생이 평균 이상'이라고 말했습니다. 이 말이 맞는지 확인하고, 평균이 자료를 대표하는 값으로 적절한지 이유와 함께 판단하시오.



①) ① 맞다, 3명이 평균 이상

②) ② 틀리다, 2명만 평균 이상

③) ③ 맞다, 4명이 평균 이상

④) ④ 틀리다, 1명만 평균 이상

🎯 **정답: ① 맞다, 3명이 평균 이상**

📖 1단계: 평균 = (72+85+90+68+95) ÷ 5 = 410 ÷ 5 = 82.

2단계: 82 이상인 학생: B(85), C(90), E(95) → 3명. 82 미만: A(72), D(68) → 2명.

3단계: 5명 중 3명(60%)이 평균 이상이므로 '대부분'이라는 말은 맞습니다. 하지만 68점과 95점의 차이가 커서 평균만으로는 점수 분포를 정확히 알 수 없으므로, 중앙값(85)도 함께 보는 것이 좋습니다.

🧠 풀이 전략: 평균의 의미와 한계를 이해하는 문제입니다. 평균 이상/이하 인원을 세고, 평균이 자료를 얼마나 잘 대표하는지 비판적으로 분석합니다.

💡 '평균의 함정'은 실생활에서도 자주 나타나요. 빌 게이츠가 식당에 들어오면 그 식당 손님의 평균 재산이 수십억이 되지만, 나머지 사람은 변한 게 없죠!

Q55 약수·배수 심화

두 자연수 A, B의 최대공약수가 12이고, A + B = 84입니다. 이때 가능한 (A, B) 순서쌍을 모두 구하시오. (단, A < B)

🎯 **정답: (12, 72), (24, 60), (36, 48)**

📖 1단계: GCD(A,B) = 12이므로, A = 12a, B = 12b (a, b는 서로소, a < b)로 놓습니다.

2단계: 12a + 12b = 84 → a + b = 7. a < b이고 서로소인 자연수 쌍을 찾습니다.

3단계: (a,b) 후보: (1,6)→GCD=1✓, (2,5)→GCD=1✓, (3,4)→GCD=1✓. (a,b)=(1,6),(2,5),(3,4). 따라서 (A,B) = (12,72), (24,60), (36,48).

🧠 풀이 전략: GCD 조건을 활용해 문자를 치환하고, 합 조건과 서로소 조건을 동시에 만족하는 쌍을 찾는 역추적 문제입니다.

💡 이 방법을 '공약수로 묶어내기'라고 해요. 유클리드가 2300년 전에 발견한 최대공약수 알고리즘의 핵심 아이디어랍니다!

Q56 분수 연산 추론

□ 안에 알맞은 분수를 구하시오: 1/2 + □ × 3/4 = 7/8. 이 문제를 푸는 과정에서 어떤 연산을 먼저 해야 하는지 설명하시오.

①) ① 1/4
②) ② 1/3
③) ③ 1/2
④) ④ 2/3

🎯 **정답: ③ 1/2**

📖 1단계: □ × 3/4 부분을 먼저 구합니다. 1/2 + □ × 3/4 = 7/8에서 □ × 3/4 = 7/8 - 1/2 = 7/8 - 4/8 = 3/8.
2단계: □ = 3/8 ÷ 3/4 = 3/8 × 4/3 = 12/24 = 1/2.
3단계: 검증: 1/2 + 1/2 × 3/4 = 1/2 + 3/8 = 4/8 + 3/8 = 7/8 ✓. 곱셈을 덧셈보다 먼저 하지만, 미지수를 구할 때는 역순으로 뺄셈 → 나눗셈 순서로 풀어야 합니다.

🧠 풀이 전략: 혼합 연산에서 미지수를 구하는 역연산 문제입니다. 연산 순서(곱셈 우선)를 이해하고, 이를 역순으로 풀어 □를 구합니다.

💡 '역연산'은 방정식 풀기의 기초예요. 중학교에서 배울 일차방정식도 같은 원리로 풀어요!

Q57 규칙과 함수

다음 규칙으로 수를 늘어놓습니다: 2, 6, 12, 20, 30, ... 이 수열의 10번째 수는 얼마인가요?

①) ① 90
②) ② 100
③) ③ 110
④) ④ 120

🎯 **정답: ③ 110**

📖 1단계: 차이를 구합니다: 6-2=4, 12-6=6, 20-12=8, 30-20=10. 차이가 4, 6, 8, 10, ...으로 2씩 증가합니다.
2단계: n번째 수 = n × (n+1)임을 확인합니다. 1×2=2, 2×3=6, 3×4=12, 4×5=20, 5×6=30 ✓
3단계: 10번째 수 = 10 × 11 = 110.

🧠 풀이 전략: 계차수열(차이의 규칙)을 먼저 관찰하고, 일반항 공식 n(n+1)을 발견합니다. 공식을 검증한 뒤 적용합니다.

💡 n(n+1)은 '직사각수'라고도 해요. 가로 n, 세로 (n+1)인 직사각형의 넓이와 같거든요!

Q58 논리·전략 심화

A, B, C, D 네 사람이 각각 축구, 농구, 야구, 수영 중 하나씩 다른 운동을 좋아합니다.
- A는 공을 사용하지 않는 운동을 좋아합니다.
- B는 축구를 좋아하지 않습니다.
- C는 야구 또는 수영을 좋아합니다.
- 농구를 좋아하는 사람은 B 또는 D입니다.

각 사람이 좋아하는 운동을 모두 구하시오.

🎯 **정답: A-수영, B-농구, C-야구, D-축구**

📖 1단계: A는 공을 사용하지 않는 운동 → 수영입니다. (축구, 농구, 야구는 모두 공 사용)

2단계: C는 야구 또는 수영인데, 수영은 A이므로 C는 야구입니다.

3단계: 농구는 B 또는 D인데, 남은 운동은 축구와 농구. B는 축구를 좋아하지 않으므로 B는 농구, D는 축구입니다.

🧠 풀이 전략: 확정 조건(선택지가 1개뿐인 것)부터 먼저 결정하고, 그 결과를 다른 조건에 대입하여 순차적으로 좁혀가는 논리 소거법입니다.

💡 이런 논리 퍼즐을 '아인슈타인 퍼즐'이라고도 해요. 아인슈타인이 '인구의 2%만 풀 수 있다'고 했다는 전설이 있답니다!

Q59 융합·탐구 문제

삼각수는 1, 3, 6, 10, 15, … 처럼 점을 삼각형 모양으로 배열할 때 나타나는 수입니다. 10번째 삼각수와 7번째 삼각수의 차는 얼마인가요?

①) ① 24

②) ② 27

③) ③ 30

④) ④ 33

🎯 **정답: ② 27**

📖 1단계: n번째 삼각수 공식은 n×(n+1)÷2입니다.

2단계: 10번째 삼각수 = 10×11÷2 = 55, 7번째 삼각수 = 7×8÷2 = 28

3단계: 55 – 28 = 27

🧠 풀이 전략: 삼각수의 규칙(매번 늘어나는 수가 1씩 증가)을 파악하고, 일반항 공식 n(n+1)/2를 유도하여 큰 번째 값을 직접 구하는 전략입니다.

💡 삼각수는 고대 그리스 피타고라스 학파가 처음 연구했어요. 연속 두 삼각수를 더하면 항상 완전제곱수(사각수)가 됩니다!

Q60 소수 연산과 추정

0.7 × 0.8 의 결과와 0.6을 비교하면 어떤 관계인지 고르고, 그 이유를 생각해 보세요. 또한 0.4 × 0.5 와 0.2의 관계도 같은 방식인가요?

①) ① 0.7×0.8 > 0.6이고, 0.4×0.5 > 0.2이다

②) ② 0.7×0.8 < 0.6이고, 0.4×0.5 = 0.2이다

③) ③ 0.7×0.8 < 0.6이고, 0.4×0.5 < 0.2이다

④) ④ 0.7×0.8 = 0.6이고, 0.4×0.5 = 0.2이다

🎯 **정답: ② 0.7×0.8 < 0.6이고, 0.4×0.5 = 0.2이다**

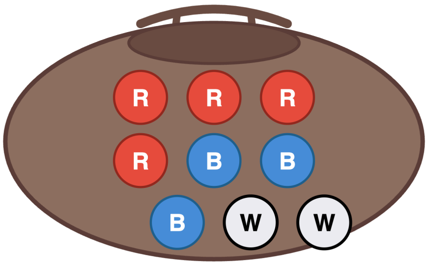
📖 1단계: 0.7 × 0.8 = 0.56이고, 0.56 < 0.6이므로 0.7×0.8 < 0.6입니다.
2단계: 0.4 × 0.5 = 0.20이고, 0.20 = 0.2이므로 정확히 같습니다.
3단계: 1보다 작은 소수끼리 곱하면 각각보다 작아지지만, 특정 경우 정확히 비교값과 같을 수 있습니다. 두 경우가 서로 다른 관계를 가집니다.

🧠 풀이 전략: 소수끼리의 곱이 직관과 다르게 각 수보다 작아지는 성질을 이해하고, 실제 계산값과 비교 대상을 정확히 구해 부등호를 판단하는 전략입니다.

💡 1보다 작은 양수끼리 곱하면 항상 원래 수보다 작아져요. 곱셈이 항상 '커지는' 연산이 아니라는 걸 보여주는 재미있는 성질이죠!

Q61 자료와 확률 추론

주머니에 빨간 구슬 4개, 파란 구슬 3개, 흰 구슬 2개가 들어 있습니다. 구슬 하나를 꺼낼 때, '빨간 구슬이 아닐' 가능성은 얼마인가요? 또한 이 가능성은 '파란 구슬일' 가능성의 몇 배인가요?



빨강 R 4개 · 파랑 B 3개 · 흰색 W 2개 (전체 9개)

빨간 구슬이 아닐 가능성 = ? (파란 구슬일 가능성의 몇 배?)

①) ① 5/9이고, 5/3배

②) ② 5/9이고, 3/5배

③) ③ 4/9이고, 4/3배

④) ④ 5/9이고, 5배

🎯 **정답: ① 5/9이고, 5/3배**

📖 1단계: 전체 구슬 수 = 4+3+2 = 9개. 빨간 구슬이 아닌 것 = 파란3 + 흰2 = 5개이므로, 가능성 = 5/9
2단계: 파란 구슬일 가능성 = 3/9 = 1/3
3단계: (5/9) ÷ (1/3) = (5/9) × (3/1) = 15/9 = 5/3. 따라서 5/3배입니다.

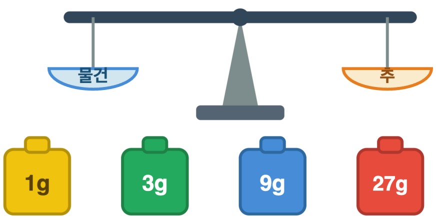
🧠 풀이 전략: 여사건(~이 아닐 확률) 개념을 적용하여 전체에서 해당 경우를 빼고, 두 확률의 비를 분수 나눗셈으로 구하는 복합 전략입니다.

💡 '여사건'이란 어떤 사건이 일어나지 않는 경우를 말해요. 어떤 사건의 확률과 여사건의 확률을 더하면 항상 1이 됩니다!

Q62 논리·전략 심화

양팔 저울과 1g, 3g, 9g, 27g 추가 각각 하나씩 있습니다. 이 추들을 저울의 양쪽에 자유롭게 올려놓을 수 있을 때, 1g부터 40g까지의 모든 무게를 잴 수 있을까요? 잴 수 없는 무게가 있다면 그 중 가장 작은 것은?

양쪽 모두에 추를 올릴 수 있음!



①) ① 모두 잴 수 있다
②) ② 잴 수 없고, 가장 작은 것은 39g
③) ③ 잴 수 없고, 가장 작은 것은 41g
④) ④ 잴 수 없고, 가장 작은 것은 35g

🎯 **정답: ① 모두 잴 수 있다**

📖 1단계: 1+3+9+27 = 40이므로 최대 40g까지 표현 가능합니다.
2단계: 추를 물건 쪽에도 올릴 수 있으므로, 각 추는 +1(오른쪽), 0(안 씀), −1(왼쪽) 세 가지 상태를 가집니다.
3단계: 이는 3진법(균형 삼진법)과 같아서 1부터 (1+3+9+27)=40까지 모든 자연수를 빠짐없이 나타낼 수 있습니다. 예: 5g = 9−3−1, 즉 오른쪽에 9g, 왼쪽(물건 쪽)에 3g과 1g을 올립니다.

🧠 풀이 전략: 3의 거듭제곱(1,3,9,27) 추의 특별한 성질을 이해하고, 양팔 저울에서 추를 양쪽에 놓을 수 있다는 조건이 균형 삼진법을 만든다는 핵심 원리를 파악하는 전략입니다.

💡 이 문제는 1624년 프랑스 수학자 바셰(Bachet)가 처음 제안했어요. 3의 거듭제곱 추만 있으면 양팔 저울로 어떤 무게든 잴 수 있답니다!

Q63 약수·배수 심화

어떤 자연수의 약수를 모두 나열하면 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24입니다. 이 수의 소인수분해를 이용하여 약수의 개수를 구하는 공식으로 검증하세요. 약수의 개수는 몇 개인가요?

①) ① 6개
②) ② 7개
③) ③ 8개
④) ④ 10개

🎯 **정답: ③ 8개**

📖 1단계: 약수를 보면 이 수는 24입니다. 24를 소인수분해하면 $24 = 2^3 \times 3^1$
2단계: 약수의 개수 공식: (지수+1)들의 곱 = $(3+1) \times (1+1) = 4 \times 2 = 8$
3단계: 실제로 나열된 약수: 1,2,3,4,6,8,12,24 → 8개. 공식과 일치합니다.

🧠 풀이 전략: 소인수분해를 한 뒤 약수의 개수 공식 (각 지수+1의 곱)을 적용하고, 직접 나열한 결과와 대조하여 검증하는 전략입니다.

💡 약수의 개수 공식은 곱셈 원리에서 나와요. $2^3 \times 3^1$의 약수는 2를 0~3번, 3을 0~1번 골라 곱하는 것이므로 $4 \times 2 = 8$가지 선택이 가능합니다!

Q64 분수 연산 추론

□ 안에 들어갈 자연수를 구하세요: 1/□ + 1/(□+1) = 7/12. 힌트: □는 한 자리 자연수입니다.

①) ① 2

②) ② 3

③) ③ 4

④) ④ 5

🎯 **정답: ② 3**

📖 1단계: □=n이라 하면, 1/n + 1/(n+1) = 7/12

2단계: 통분하면 (n+1+n) / (n(n+1)) = (2n+1) / (n^2+n) = 7/12

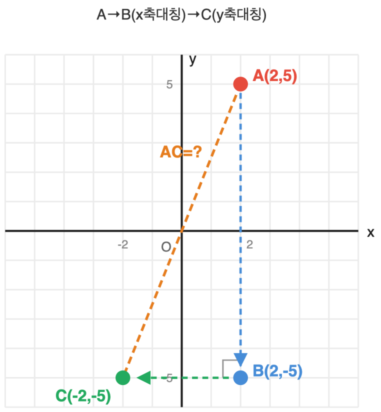
3단계: 교차 곱하면 12(2n+1) = 7(n^2+n), 즉 24n+12 = 7n^2+7n, 7n^2−17n−12 = 0. n=3을 대입하면 63−51−12=0 ✓. 검증: 1/3+1/4 = 4/12+3/12 = 7/12 ✓

🧠 풀이 전략: 미지수를 포함한 분수 등식을 통분하여 정리하고, 이차방정식 또는 대입법으로 자연수 해를 찾는 전략입니다. 보기를 하나씩 대입하는 방법도 효과적입니다.

💡 연속하는 두 자연수의 역수의 합은 항상 분자가 홀수인 분수가 됩니다. 1/n + 1/(n+1) = (2n+1)/(n(n+1))이니까요!

Q65 합동·대칭 심화

좌표 평면에서 점 A(2, 5)를 x축에 대해 대칭시킨 점을 B라 하고, 점 B를 다시 y축에 대해 대칭시킨 점을 C라 합니다. 점 A와 점 C 사이의 거리를 구하면?



①) ① √(29)

②) ② √(41)

③) ③ 2√(29)

④) ④ 10

🎯 **정답: ③ 2√(29)**

📖 1단계: A(2,5)를 x축 대칭 → B(2,−5) (y좌표 부호 반전)

2단계: B(2,−5)를 y축 대칭 → C(−2,−5) (x좌표 부호 반전)

3단계: AC 거리 = √((2−(−2))^2+(5−(−5))^2) = √(4^2+10^2) = √(16+100) = √116 = √(4×29) = 2√29

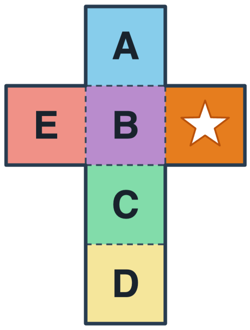
🧠 풀이 전략: 대칭 이동의 좌표 변환 규칙(x축 대칭: y부호 반전, y축 대칭: x부호 반전)을 순차적으로 적용한 뒤, 두 점 사이 거리 공식을 사용하는 전략입니다.

💡 x축, y축 대칭을 연속으로 하면 원점 대칭(점대칭)과 같은 결과가 됩니다! A(2,5)의 원점 대칭은 (−2,−5)=C와 같죠.

Q66 입체도형 추론

정육면체의 한 면에 '★'가 그려져 있습니다. 전개도(T자형)에서 ★가 표시된 면을 접었을 때, ★의 맞은편 면에 적힌 글자는 무엇인가요? 전개도의 면에는 위에서부터 순서대로 A, B(중앙), C, D가 세로로, B의 왼쪽에 E, 오른쪽에 ★가 있습니다.

★의 맞은편 면은?



정육면체 전개도(T자형) - 접어서 마주 보는 면 찾기

①) ① A

②) ② C

③) ③ D

④) ④ E

🎯 **정답: ④ E**

📖 1단계: T자형 전개도에서 B가 중앙(앞면)입니다. B 기준으로 접으면:

2단계: A는 윗면, C는 아랫면, D는 뒷면이 됩니다. B의 왼쪽 E는 왼쪽면, B의 오른쪽 ★는 오른쪽면입니다.

3단계: 정육면체에서 왼쪽면과 오른쪽면은 맞은편이므로, ★의 맞은편은 E입니다.

🧠 풀이 전략: 전개도의 중앙면을 기준으로 각 면의 접히는 방향을 추적하고, 정육면체에서 서로 마주보는 면의 관계를 파악하는 전략입니다.

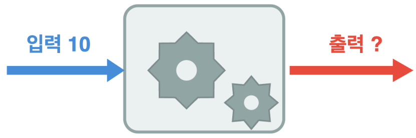
💡 정육면체 전개도는 총 11가지 종류가 있어요. 어떤 전개도든 마주보는 면 3쌍을 찾을 수 있답니다!

Q67 규칙과 함수

어떤 기계에 수를 넣으면 규칙에 따라 결과가 나옵니다. 넣은 수: 1→3, 2→7, 3→13, 4→21, 5→31. 이 기계에 10을 넣으면 어떤 수가 나오나요?

함수 기계 규칙

입력	1	2	3	4	5
출력	**3**	**7**	**13**	**21**	**31**
차이		4	6	8	10



규칙: 입력 n → 출력 n×n + n + 1

①) ① 91

②) ② 101

③) ③ 111

④) ④ 121

🎯 **정답: ③ 111**

📖 1단계: 출력값의 차이를 구합니다: 7–3=4, 13–7=6, 21–13=8, 31–21=10. 차이가 2씩 증가하는 계차수열입니다.

2단계: 규칙을 식으로 세우면 $n \to n^2+n+1$ (검증: 1→3✓, 2→7✓, 3→13✓)

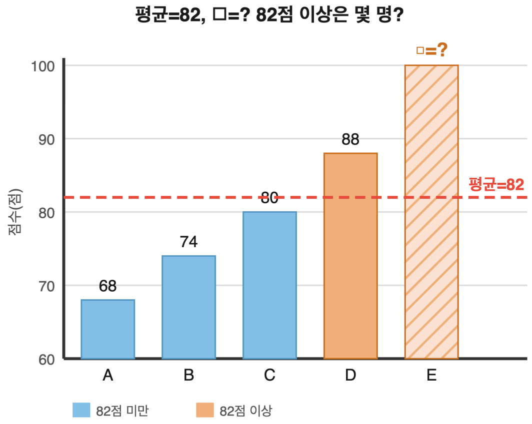
3단계: 10을 넣으면 $10^2+10+1 = 100+10+1 = 111$

🧠 풀이 전략: 출력값 사이의 차이(계차)를 구하고, 계차가 등차수열을 이루는지 확인하여 이차식 규칙을 발견하는 전략입니다. 또는 여러 후보 식을 세워 대입 검증합니다.

💡 이런 규칙을 '이차함수'라고 해요. 차이의 차이(2차 계차)가 일정하면 이차식이라는 힌트입니다!

Q68 자료와 확률 추론

5명의 수학 시험 점수 평균이 82점입니다. 점수를 오름차순으로 나열하면 68, 74, 80, 88, □입니다. □에 들어갈 점수를 구하고, '82점 이상인 학생'은 전체의 몇 분의 몇인지 구하세요.



①) ① □=100, 2/5

②) ② □=100, 3/5

③) ③ □=90, 2/5

④) ④ □=90, 3/5

🎯 **정답: ① □=100, 2/5**

📖 1단계: 평균 82 × 5명 = 총점 410. 알려진 4명 합 = 68+74+80+88 = 310.

2단계: □ = 410−310 = 100점.

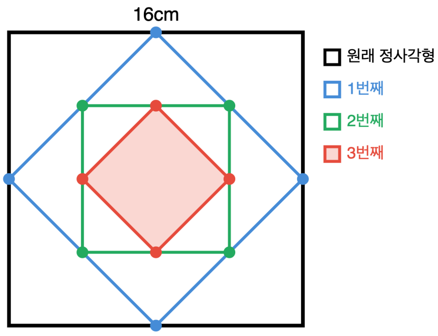
3단계: 5명의 점수: 68,74,80,88,100. 82점 이상은 88점, 100점으로 2명. 비율 = 2/5. 평균이 82인데 82점 이상은 5명 중 2명뿐입니다.

🧠 풀이 전략: 평균에서 총합을 역산하여 빈 값을 구하고, 조건을 만족하는 자료의 비율을 분수로 표현하는 전략입니다. '평균 이상인 비율이 반드시 절반은 아니다'는 통계적 통찰도 포함됩니다.

💡 평균이 82점이라고 해서 절반 이상이 82점 넘는 건 아니에요. 한 명이 아주 높은 점수를 받으면 평균이 올라가지만 대부분은 평균 이하일 수 있답니다!

Q69 융합·탐구 문제

한 변이 16cm인 정사각형 종이가 있습니다. 이 정사각형의 각 변의 중점을 이어 안쪽에 새 정사각형을 만들고, 그 안의 정사각형의 각 변의 중점을 또 이어 더 작은 정사각형을 만듭니다. 이렇게 3번 반복했을 때, 가장 안쪽(3번째) 정사각형의 넓이는 원래 정사각형 넓이의 몇 분의 몇인가요?



3번째(빨강) 정사각형 넓이 = 원래의 ?

①) ① 1/4
②) ② 1/8
③) ③ 1/6
④) ④ 1/16

🎯 **정답: ② 1/8**

📖 1단계: 각 변의 중점을 이으면 새 정사각형의 넓이는 원래의 1/2이 됩니다. (대각선 방향으로 놓이므로 한 변이 원래의 $\sqrt{2}/2$배, 넓이는 $(\sqrt{2}/2)^2=1/2$배)

2단계: 1번 반복 → 1/2, 2번 반복 → 1/2 × 1/2 = 1/4, 3번 반복 → 1/2 × 1/2 × 1/2 = 1/8

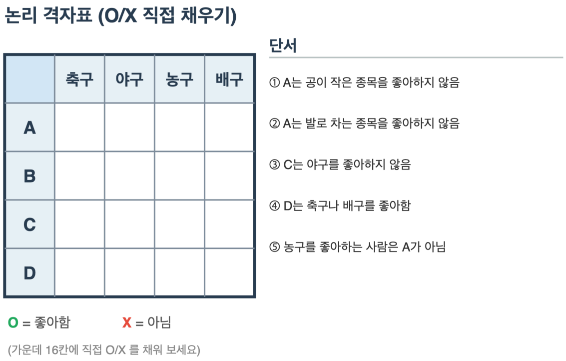
3단계: 원래 넓이 = 16×16 = 256cm². 3번째 정사각형 넓이 = 256 × 1/8 = 32cm². 비율은 1/8입니다.

🧠 풀이 전략: 중점 연결 정사각형의 넓이가 매번 절반으로 줄어드는 규칙을 파악하고, 반복 축소의 곱셈(1/2의 거듭제곱)으로 최종 비율을 구하는 전략입니다.

💡 이 패턴을 무한히 반복하면 정사각형이 한 점으로 수렴해요. 넓이의 합 1/2+1/4+1/8+...은 정확히 1, 즉 원래 넓이와 같아집니다!

Q70 논리·전략 심화

A, B, C, D 네 사람이 각각 축구, 야구, 농구, 배구 중 하나를 좋아합니다(모두 다른 종목). 다음 단서로 각 사람이 좋아하는 종목을 맞히세요.
① A는 공이 작은 종목을 좋아하지 않습니다.
② A는 발로 공을 차는 종목을 좋아하지 않습니다.
③ C는 야구를 좋아하지 않습니다.
④ D는 축구나 배구를 좋아합니다.
⑤ 농구를 좋아하는 사람은 A가 아닙니다.
A가 좋아하는 종목은?



①) ① 축구
②) ② 야구
③) ③ 배구
④) ④ 농구

🎯 **정답: ③ 배구**

📖 1단계: 단서①에서 공이 작은 종목은 야구이므로 A≠야구. 단서②에서 발로 차는 종목은 축구이므로 A≠축구. 단서⑤에서 A≠농구. 따라서 A=배구.
2단계: 단서④에서 D는 축구 또는 배구인데 배구는 A이므로 D=축구.
3단계: 야구는 A·C(③)·D(축구)가 아니므로 B=야구. 농구는 A(⑤)·B(야구)·D(축구)가 아니므로 C=농구.
검증: A=배구, B=야구, C=농구, D=축구 ✓

🧠 풀이 전략: 논리 격자에서 확정 조건(반드시 아닌 것)부터 X표시하고, 소거법으로 선택지를 줄여나가는 전략입니다. 가장 제약이 많은 사람부터 결정하면 효율적입니다.

💡 이런 논리 퍼즐을 '아인슈타인 퍼즐'이라고도 해요. 아인슈타인이 '인구의 2%만 풀 수 있다'고 했다는 전설이 있답니다!

Q71 약수·배수 심화

어떤 자연수 N의 약수의 개수가 정확히 9개입니다. N이 100 이하의 자연수일 때, 가능한 N을 모두 구하면 몇 개인가요?

①) ① 2개

②) ② 3개

③) ③ 4개

④) ④ 5개

🎯 **정답: ① 2개**

📖 1단계: 약수가 9개인 수의 형태를 분석합니다. 9 = 9 또는 9 = 3×3이므로, 약수 개수 공식에 따라 $N = p^8$ 또는 $N = p^2 \times q^2$ (p, q는 서로 다른 소수) 형태입니다.
2단계: p^8 형태의 경우 가장 작은 $2^8=256$이 이미 100을 넘으므로 100 이하에는 없습니다.
3단계: $p^2 \times q^2$ 형태($p<q$)는 $2^2 \times 3^2=36$, $2^2 \times 5^2=100$, $2^2 \times 7^2=196$(초과), $3^2 \times 5^2=225$(초과)이므로 100 이하는 36, 100뿐입니다.
4단계: 따라서 가능한 N은 36, 100으로 모두 2개입니다.

🧠 풀이 전략: 약수의 개수 공식 (지수+1)의 곱 = 9를 만족하는 소인수분해 형태를 먼저 구하고, 범위 내 자연수를 체계적으로 나열하는 전략입니다.

💡 약수가 홀수 개인 자연수는 반드시 완전제곱수입니다. 9는 홀수이므로 약수 9개인 수는 모두 완전제곱수!

Q72 분수 연산 추론

1을 서로 다른 두 단위분수의 합으로 나타내려 합니다. 즉, $1/a + 1/b = 1$ ($a < b$, a와 b는 자연수)을 만족하는 순서쌍 (a, b)는 없습니다. 그렇다면 1/2를 서로 다른 두 단위분수의 합으로 나타낼 때, 가능한 (a, b) 쌍은 몇 개인가요? ($a < b$)

🎯 **정답: 1개 ((a, b) = (3, 6))**

📖 1단계: $1/a + 1/b = 1/2$를 정리하면 $(a+b)/(ab) = 1/2$, 즉 $2(a+b) = ab$입니다.
2단계: $ab - 2a - 2b = 0$의 양변에 4를 더하면 $(a-2)(b-2) = 4$가 됩니다.
3단계: $a < b$인 자연수이므로 $a-2 < b-2$이고, $4 = 1 \times 4$인 경우만 해당하여 $(a-2, b-2) = (1, 4)$, 즉 $(a, b) = (3, 6)$입니다.
4단계: $(a-2, b-2) = (2, 2)$는 $a = b = 4$가 되어 $a < b$(서로 다른 단위분수) 조건에 어긋나므로 제외합니다. 따라서 조건을 만족하는 쌍은 (3, 6) 한 가지뿐입니다. (확인: $1/3 + 1/6 = 2/6 + 1/6 = 3/6 = 1/2$)

🧠 풀이 전략: 분수 방정식을 정수론적으로 변환하는 전략입니다. 통분 후 양변을 정리하고, '상수를 더해 인수분해'하는 기법(시몬 파버리스 항등식)을 적용합니다.

💡 이 방법은 고대 이집트인들이 분수를 단위분수의 합으로 나타내던 방식과 연결됩니다. 이집트 분수라 부르죠!

Q73 소수 연산과 추정

1/7을 소수로 나타내면 0.142857142857…로 6자리가 반복됩니다. 그렇다면 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 무엇인가요?

①) ① 1

②) ② 4

③) ③ 5

④) ④ 8

🎯 **정답: ② 4**

📖 1단계: 1/7 = 0.142857142857...이므로 순환마디는 '142857'로 6자리입니다.
2단계: 50 ÷ 6 = 8 나머지 2이므로 50번째 자리는 순환마디의 2번째 숫자입니다.
3단계: 순환마디 '142857'의 2번째 숫자는 4이므로 답은 4입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수의 반복마디 길이를 파악한 뒤, 구하려는 자릿수를 마디 길이로 나눈 나머지로 위치를 결정하는 전략입니다. 나머지가 0이면 마디의 마지막 숫자입니다.

💡 142857은 '순환수'라고 불리며, 1~6을 곱하면 같은 숫자들이 순서만 바뀌어 나타납니다! 142857×2=285714, 142857×3=428571…

Q74 소수 연산과 추정

0.25 × 0.4의 값을 먼저 어림해 보세요. 다음 중 정확한 값은 어느 것인가요?

①) ① 0.01

②) ② 0.1

③) ③ 0.625

④) ④ 1.0

🎯 **정답: ② 0.1**

📖 1단계: 어림 — 0.25는 1/4이고, 0.4는 2/5입니다.
2단계: 1/4 × 2/5 = 2/20 = 1/10 = 0.1입니다.
3단계: 검증 — 소수로 직접 계산하면 25×4=100, 소수점 아래 자릿수 합=2+1=3이므로 0.100 = 0.1. 정확히 일치합니다.

🧠 풀이 전략: 소수 곱셈을 분수로 변환하여 어림한 뒤, 자릿수 규칙으로 검증하는 이중 확인 전략입니다.

💡 0.25×0.4=0.1이라는 사실은, 어떤 수의 25%의 40%는 원래 수의 10%라는 뜻이에요!

Q75 융합·탐구 문제

삼각수는 1, 3, 6, 10, 15, 21, …입니다. n번째 삼각수는 1부터 n까지의 합입니다. 10번째 삼각수와 7번째 삼각수의 차는 얼마인가요?

①) ① 18

②) ② 21

③) ③ 24

④) ④ 27

🎯 **정답: ④ 27**

📖 1단계: n번째 삼각수 = n(n+1)/2 공식을 적용합니다.
2단계: 10번째 삼각수 = 10×11/2 = 55, 7번째 삼각수 = 7×8/2 = 28.
3단계: 55 - 28 = 27. 이는 8+9+10 = 27과 같습니다. 즉 두 삼각수의 차는 사이에 있는 연속 자연수의 합과 같습니다!

🧠 풀이 전략: 삼각수 공식 n(n+1)/2을 적용하되, '두 삼각수의 차 = 연속 자연수의 합'이라는 성질을 발견하는 것이 핵심입니다.

💡 삼각수라는 이름은 점을 삼각형 모양으로 배열할 수 있기 때문이에요. 볼링 핀 10개도 삼각수!

Q76 분수 연산 추론

어떤 분수 □에서 1/3을 빼고, 그 결과에 3/4를 곱했더니 1/2이 되었습니다. □를 구하세요.

①) ① 1/3

②) ② 2/3

③) ③ 1

④) ④ 1과 1/3

🎯 **정답: ③ 1**

📖 1단계: 식을 세우면 (□ - 1/3) × 3/4 = 1/2입니다.
2단계: 양변을 3/4로 나누면(= 4/3을 곱하면) □ - 1/3 = 1/2 × 4/3 = 4/6 = 2/3입니다.
3단계: □ = 2/3 + 1/3 = 3/3 = 1입니다.
검증: (1 - 1/3) × 3/4 = 2/3 × 3/4 = 6/12 = 1/2 ✓

🧠 풀이 전략: 역산 전략입니다. 마지막 결과부터 거꾸로 올라가며, 곱셈은 나눗셈으로, 뺄셈은 덧셈으로 되돌립니다. 3단계 역연산이 핵심입니다.

💡 이런 역산 문제는 고대 인도 수학자 아리아바타가 즐겨 출제한 형식이에요!

Q77 약수·배수 심화

세 자연수 A, B, C가 있습니다. A와 B의 최소공배수는 12, B와 C의 최소공배수는 20, A와 C의 최소공배수는 15입니다. A+B+C의 최솟값을 구하세요.

①) ① 12

②) ② 13

③) ③ 14

④) ④ 15

🎯 **정답: ① 12**

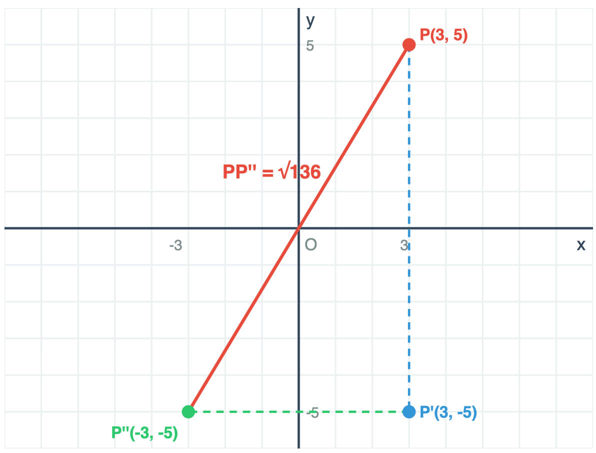
📖 1단계: A는 두 최소공배수 12와 15를 모두 나누므로 A는 12와 15의 최대공약수인 3의 약수입니다. 즉 A ∈ {1, 3}. 마찬가지로 B는 12와 20을 모두 나누므로 그 최대공약수 4의 약수, 즉 B ∈ {1, 2, 4}. C는 20과 15를 모두 나누므로 5의 약수, 즉 C ∈ {1, 5}.
2단계: LCM(A, B) = 12 = 2 × 2 × 3을 만들려면, B(=1, 2, 4 중 하나)에는 3이 없으므로 3은 A가 공급해야 해 A = 3입니다. 또 A(=3)에는 2가 없으므로 2 × 2는 B가 공급해야 해 B = 4입니다.
3단계: LCM(B, C) = 20 = 2 × 2 × 5에서 B(=4)에는 5가 없으므로 5는 C가 공급해야 해 C = 5입니다. 이때 LCM(A, C) = LCM(3, 5) = 15도 성립합니다.
4단계: 따라서 A = 3, B = 4, C = 5가 세 조건을 모두 만족하는 유일한 해이고, A + B + C = 3 + 4 + 5 = 12입니다. 정답은 ① 12입니다.

🧠 풀이 전략: 세 LCM 조건을 동시에 만족하는 수를 찾는 전략입니다. 각 변수가 두 LCM의 공통 약수여야 한다는 제약을 이용해 후보를 좁히고, 조합을 검증합니다.

💡 이 문제처럼 여러 조건을 동시에 만족하는 수를 찾는 것은 암호학에서 중국인의 나머지 정리와 비슷한 아이디어예요!

Q78 합동·대칭 심화

좌표평면에서 점 P(3, 5)를 x축에 대해 대칭시킨 점을 P'이라 하고, P'을 다시 y축에 대해 대칭시킨 점을 P''이라 합니다. 원래 점 P와 P'' 사이의 거리를 구하세요.



①) ① 6

②) ② 10

③) ③ $\sqrt{34}$

④) ④ $\sqrt{136}$

🎯 **정답: ③ $\sqrt{34}$... 아닙니다. 거리 = $\sqrt{(3-(-3))^2+(5-(-5))^2}$ = $\sqrt{36+100}$ = $\sqrt{136}$. 정답은 ④ $\sqrt{136}$입니다.**

📖 1단계: P(3,5)를 x축 대칭 → P'(3, -5) (y좌표 부호 반전).
2단계: P'(3,-5)를 y축 대칭 → P''(-3, -5) (x좌표 부호 반전).
3단계: P(3,5)와 P''(-3,-5) 사이 거리 = $\sqrt{(3-(-3))^2 + (5-(-5))^2}$ = $\sqrt{6^2 + 10^2}$ = $\sqrt{36+100}$ = $\sqrt{136}$ = $2\sqrt{34}$.

🧠 풀이 전략: 대칭 변환을 순차적으로 적용하는 전략입니다. x축 대칭은 y좌표 부호 반전, y축 대칭은 x좌표 부호 반전입니다. 두 번 대칭하면 원점 대칭과 같다는 것도 핵심 통찰입니다.

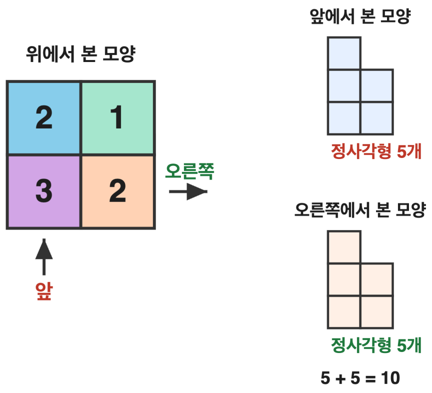
💡 x축 대칭 후 y축 대칭은 결국 원점 대칭과 같아요! P(a,b)의 원점 대칭은 항상 (-a,-b)입니다.

Q79 입체도형 추론

쌓기나무로 만든 입체도형의 위에서 본 모양이 아래와 같습니다. 각 칸의 숫자는 그 위치에 쌓인 나무의 개수입니다.

| 2 | 1 |
| 3 | 2 |

앞에서 본 모양과 오른쪽에서 본 모양에서 보이는 정사각형의 수를 각각 구하면, 두 값의 합은 얼마인가요?



①) ① 8
②) ② 9
③) ③ 10
④) ④ 11

🎯 **정답: ③ 10**

📖 1단계: 앞에서 보면 앞줄(아래 행)이 보입니다. 왼쪽열 최대=3, 오른쪽열 최대=2. 앞에서 본 모양: 왼쪽 3칸, 오른쪽 2칸 → 정사각형 5개.
2단계: 오른쪽에서 보면 오른쪽 열이 보이는데, 각 행의 최대높이가 보입니다. 뒷행(위 행) 최대=max(2,1)=2, 앞행(아래 행) 최대=max(3,2)=3. 오른쪽에서 본 모양: 뒤 2칸, 앞 3칸 → 정사각형 5개.
3단계: 5 + 5 = 10.

🧠 풀이 전략: 쌓기나무 문제는 각 방향에서 볼 때 '각 줄의 최댓값'이 보인다는 원리를 적용합니다. 앞에서 보면 각 열의 최댓값, 옆에서 보면 각 행의 최댓값이 높이가 됩니다.

💡 건축가들도 건물을 설계할 때 정면도, 측면도, 평면도 세 가지를 모두 그려요. 이것을 '삼면도'라고 합니다!

Q80 규칙과 함수

다음 표에서 x와 y의 관계를 찾으세요.

x	1	2	3	4	5
y	5	8	11	14	?

?에 들어갈 수는 무엇인가요?

①) ① 15
②) ② 16
③) ③ 17
④) ④ 18

🎯 **정답: ③ 17**

📖 1단계: y값의 변화를 관찰하면 5→8→11→14로 매번 3씩 증가합니다.
2단계: 관계식을 세우면 y = 3x + 2입니다. 검증: x=1이면 3+2=5 ✓, x=2이면 6+2=8 ✓.
3단계: x=5이면 y = 3×5 + 2 = 17입니다.

🧠 풀이 전략: 등차 규칙 발견 → 일차함수 관계식 도출 → 대입 검증의 3단계 전략입니다. 차이가 일정하면 y = (공차)×x + (상수) 형태입니다.

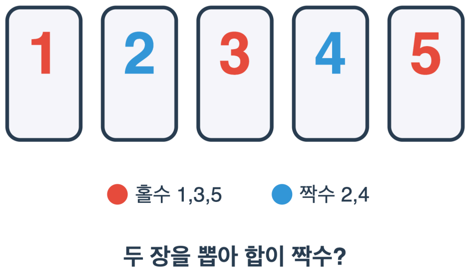
💡 이런 관계를 '일차함수'라고 하는데, 그래프로 그리면 항상 직선이 됩니다!

📝 초5 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q81 자료와 확률 추론

1부터 5까지 적힌 카드 5장에서 동시에 2장을 뽑습니다. 뽑은 두 수의 합이 짝수일 가능성은 얼마인가요?



①) ① 3/5
②) ② 3/10
③) ③ 4/10
④) ④ 1/2

🎯 **정답: ③ 4/10 (= 2/5)**

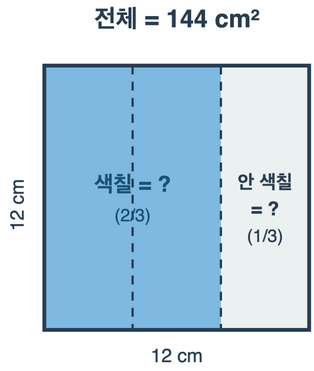
📖 1단계: 5장에서 2장을 뽑는 모든 경우의 수 = 5C2 = 10가지.
2단계: 합이 짝수가 되려면 (홀+홀) 또는 (짝+짝)이어야 합니다. 홀수 카드: 1,3,5(3장), 짝수 카드: 2,4(2장). 홀+홀: 3C2 = 3가지. 짝+짝: 2C2 = 1가지. 합이 짝수: 3+1 = 4가지.
3단계: 가능성 = 4/10 = 2/5. 따라서 정답은 ③ 4/10입니다. (보기 ① 3/5는 두 수의 합이 홀수가 될 가능성으로, 함정입니다.)

🧠 풀이 전략: '합이 짝수'가 되는 조건을 홀짝 성질로 분류하는 전략입니다. 직접 10가지를 모두 세는 것보다, 홀+홀, 짝+짝으로 나누면 체계적으로 셀 수 있습니다.

💡 합이 짝수가 될 확률은 항상 합이 홀수가 될 확률과 다를 수 있어요. 이 문제에서는 짝수합 4가지, 홀수합 6가지로 홀수합이 더 많습니다!

Q82 융합·탐구 문제

한 변의 길이가 12cm인 정사각형이 있습니다. 이 정사각형의 넓이의 2/3만큼 색칠하려고 합니다. 색칠할 부분의 넓이는 몇 cm^2인가요? 또한, 색칠하지 않은 부분의 넓이는 색칠한 부분의 넓이의 몇 분의 몇인가요?



🎯 **정답: 색칠 부분: 96cm², 안 색칠 부분은 색칠 부분의 1/2**

📖 1단계: 정사각형 넓이 = 12 × 12 = 144cm².
2단계: 색칠 부분 = 144 × 2/3 = 288/3 = 96cm².
3단계: 안 색칠 부분 = 144 - 96 = 48cm². 비율: 48/96 = 1/2. 즉, 안 색칠한 부분은 색칠한 부분의 절반입니다.
통찰: 전체를 3등분하면 색칠 2칸, 빈 1칸이므로 빈 것은 색칠의 1/2이라는 것을 분수 나눗셈 없이도 알 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 넓이 계산과 분수 연산의 융합 문제입니다. 전체 넓이 → 분수 곱 → 나머지 계산 → 비율 표현의 순서로 풀되, 마지막에 '부분 대 부분' 비교가 핵심입니다.

💡 2/3와 1/3의 비는 2:1이에요. 피자를 이렇게 나누면, 많이 가진 사람이 적게 가진 사람의 정확히 2배를 먹는 셈이죠!

Q83 논리·전략 심화

두 사람이 번갈아 가며 1부터 30까지의 수 중에서 한 번에 1개 또는 2개를 지웁니다. 마지막 수를 지우는 사람이 이깁니다. 먼저 시작하는 사람이 반드시 이기려면 처음에 어떻게 해야 할까요?

①) ① 1만 지운다
②) ② 1, 2를 지운다
③) ③ 먼저 시작하면 반드시 진다
④) ④ 15를 지운다

🎯 **정답: ③ 먼저 시작하면 반드시 진다**

📖 1단계: 한 번에 1개 또는 2개를 지울 수 있으므로, '내가 지운 수 + 바로 다음 상대가 지운 수'의 합을 항상 3으로 맞출 수 있습니다(상대가 1개면 내가 2개, 상대가 2개면 내가 1개).
2단계: 30 = 3 × 10이라 30은 3의 배수입니다. 어떤 사람의 차례에 남은 수가 3의 배수이면, 상대가 위 방법으로 응수해 매 라운드 정확히 3개씩 줄여(30 → 27 → 24 → ... → 3 → 0) 결국 그 사람이 아니라 상대가 마지막 수를 가져갑니다. 즉 '남은 수가 3의 배수인 차례'의 사람이 집니다.
3단계: 게임을 시작할 때 남은 수는 30(3의 배수)이고 그 차례의 주인공이 바로 선공입니다. 따라서 선공은 1개를 지우든 2개를 지우든(예: 1만, 또는 1과 2, 또는 15만 지워도) 후공에게 필승 응수를 허용해 반드시 집니다.
그러므로 선공에게 이기는 방법은 없고, 정답은 ③ '먼저 시작하면 반드시 진다'입니다.

🧠 풀이 전략: 이 문제는 '님 게임(Nim game)' 변형으로, 한 턴에 지울 수 있는 최대 수(2)에 1을 더한 3으로 전체를 나누어 나머지를 먼저 처리하는 전략을 찾아야 합니다. 30÷3=10이므로 나머지가 0, 즉 선공이 조정해야 합니다.

💡 이런 게임을 '님 게임'이라 하며, 1901년 수학자 부턴이 완전한 필승 전략을 증명했어요!

Q84 소수 연산과 추정

0.125 × 0.08의 결과를 구하지 않고, 이 값의 소수점 아래 자릿수(0이 아닌 숫자가 시작되기 전까지의 0 개수 포함)가 총 몇 자리인지 구하세요.

①) ① 2자리

②) ② 4자리

③) ③ 5자리

④) ④ 6자리

🎯 **정답: ① 2자리**

📖 1단계: 0.125 = 125/1000(소수점 아래 3자리), 0.08 = 8/100(소수점 아래 2자리)이므로, 곱은 (125 × 8) ÷ (1000 × 100) = (125 × 8) ÷ 100000 입니다.

2단계: 125 × 8 = 1000이므로 0.125 × 0.08 = 1000 ÷ 100000 = 1/100 = 0.01 입니다. (긴 소수 곱셈을 하지 않고 정수 곱과 10의 거듭제곱만으로 알 수 있습니다.)

3단계: 0.01의 소수점 아래에는 '0'과 '1' 두 숫자만 있으므로 소수점 아래 자릿수는 2자리입니다(첫 0도 포함해서 셈).

주의 1: '소수 자릿수는 3 + 2 = 5'라는 규칙은 끝자리에 0이 생기기 전의 최대 자릿수일 뿐입니다. 125 × 8 = 1000처럼 끝에 0이 생기면 0.01000 = 0.01로 그 0들이 사라져 실제 자릿수가 줄어듭니다.

주의 2: 1000이 '네 자리 수'인 것과 곱의 소수점 아래 자릿수(2자리)는 서로 다른 개념입니다.

따라서 정답은 2자리입니다.

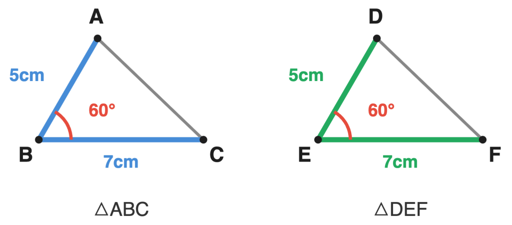
🧠 풀이 전략: 소수 곱셈에서 자릿수를 추적하는 문제입니다. 소수를 정수로 변환(125×8)한 뒤 결과의 자릿수를 세고, 원래 소수점 위치를 복원하여 최종 자릿수를 판단합니다.

💡 소수 곱셈의 자릿수 규칙은 10의 거듭제곱 분모끼리의 곱셈과 같아요!

Q85 합동·대칭 심화

삼각형 ABC에서 AB=5cm, BC=7cm, ∠B=60°입니다. 삼각형 DEF에서 DE=5cm, EF=7cm, ∠E=60°일 때, 두 삼각형은 합동인가요? 합동이라면 어떤 합동 조건에 의한 것인지 고르세요.

합동 조건은?



①) ① SSS 합동

②) ② SAS 합동

③) ③ ASA 합동

④) ④ 합동이 아니다

🎯 **정답: ② SAS 합동**

📖 1단계: 삼각형 ABC에서 AB=5, BC=7이고 그 끼인각 ∠B=60°입니다.
2단계: 삼각형 DEF에서 DE=5, EF=7이고 그 끼인각 ∠E=60°입니다.
3단계: 두 변의 길이와 그 끼인각이 각각 같으므로 SAS(Side-Angle-Side) 합동 조건을 만족합니다.
따라서 △ABC ≅ △DEF (SAS 합동)입니다.

🧠 풀이 전략: 합동 조건을 판별하려면 주어진 정보가 어떤 유형(SSS, SAS, ASA)에 해당하는지 분류해야 합니다. 두 변과 한 각이 주어졌을 때, 그 각이 '끼인각'인지 확인하는 것이 핵심입니다.

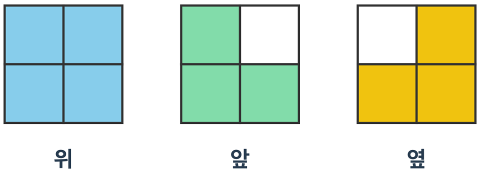
💡 합동 조건 중 SSA(두 변과 끼인각이 아닌 각)는 합동을 보장하지 않아서 '애매한 경우(ambiguous case)'라고 불려요!

Q86 입체도형 추론

아래 쌓기나무 배치를 위에서, 앞에서, 오른쪽 옆에서 본 모양을 모두 만족하는 쌓기나무의 최소 개수를 구하세요.

위에서 본 모양: 2×2 정사각형(4칸 모두 채움)
앞에서 본 모양: 아래 2칸, 위 왼쪽 1칸 (ㄱ자)
옆에서 본 모양: 아래 2칸, 위 오른쪽 1칸 (ㄴ자)

쌓기나무 - 세 방향에서 본 모양



빈 칸은 흰색(테두리만) · 채운 칸이 보이는 면

①) ① 4개
②) ② 5개
③) ③ 6개
④) ④ 7개

🎯 **정답: ② 5개**

📖 1단계: 위에서 보면 4칸(2×2) 모두 채워져 있으므로 바닥에 최소 4개가 필요합니다.
2단계: 앞에서 보면 왼쪽 열이 2층, 오른쪽 열이 1층입니다. 따라서 앞쪽 왼쪽 위치에 2층이 필요합니다.
3단계: 옆에서 보면 오른쪽 열(=뒤쪽)이 2층입니다. 앞에서 본 것과 종합하면 '뒤쪽 왼쪽' 위치가 2층이면 두 조건을 동시에 만족합니다.
4단계: 바닥 4개 + 뒤쪽 왼쪽 위에 1개 = 최소 5개입니다.

🧠 풀이 전략: 세 방향 뷰가 주어진 쌓기나무 문제는 각 위치의 최대 높이를 앞/옆 뷰에서 읽고, 위 뷰로 사용 가능한 위치를 확인한 뒤, 최소 개수를 구하려면 여러 조건을 하나의 블록으로 동시에 만족시키는 배치를 찾아야 합니다.

💡 건축가들도 건물 설계 시 정면도, 측면도, 평면도를 모두 그려서 3D 형태를 확인한답니다!

Q87 논리·전략 심화

A, B, C, D 네 사람이 각각 축구, 농구, 야구, 수영 중 하나씩 다른 운동을 좋아합니다.

- A는 공을 사용하는 운동을 좋아하지 않습니다.
- B는 야구를 좋아하지 않고, 수영도 좋아하지 않습니다.
- C는 축구를 좋아합니다.
- D는 수영을 좋아하지 않습니다.

D가 좋아하는 운동은 무엇일까요?

①) ① 축구

②) ② 농구

③) ③ 야구

④) ④ 수영

🎯 **정답: ③ 야구**

📖 1단계: C는 축구를 좋아합니다. → 나머지 A, B, D는 농구, 야구, 수영 중 하나.
2단계: A는 공을 사용하는 운동을 좋아하지 않습니다. 농구(공O), 야구(공O), 수영(공X) 중 A는 수영입니다.
3단계: B와 D 중 농구와 야구를 나눕니다. B는 야구를 좋아하지 않으므로 B는 농구, D는 야구입니다.
검증: D는 수영을 좋아하지 않는다는 조건도 만족합니다(D는 야구).

🧠 풀이 전략: 논리 퍼즐은 확실한 정보(C=축구)부터 확정하고, 소거법으로 나머지를 좁혀가는 전략이 효과적입니다. 조건을 하나씩 적용하며 가능성을 줄여갑니다.

💡 이런 논리 퍼즐을 '아인슈타인 퍼즐'이라고도 부르는데, 아인슈타인이 '인구의 2%만 풀 수 있다'고 했다는 전설이 있어요!

Q88 소수 연산과 추정

다음 중 계산하지 않고 크기를 비교할 수 있는 것은? 0.24 × 4.5와 1.08 중 어느 것이 더 큰지 고르세요.

①) ① 0.24 × 4.5가 더 크다

②) ② 1.08이 더 크다

③) ③ 두 값이 같다

④) ④ 계산 없이는 알 수 없다

🎯 **정답: ③ 두 값이 같다**

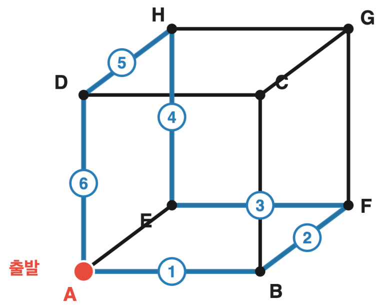
📖 1단계: 0.24 × 4.5를 어림합니다. 0.24는 약 0.25(=1/4)이고, 4.5 × 1/4 = 1.125로 1.08과 비슷합니다.
2단계: 정확히 계산하면 0.24 × 4.5 = 0.24 × 4 + 0.24 × 0.5 = 0.96 + 0.12 = 1.08입니다.
3단계: 따라서 0.24 × 4.5 = 1.08로 두 값이 정확히 같습니다.

🧠 풀이 전략: 소수 곱셈의 크기를 어림으로 먼저 범위를 좁힌 뒤, 분배법칙을 활용해 정확한 값을 빠르게 구하는 전략입니다. 0.24×4와 0.24×0.5로 나누면 계산이 쉬워집니다.

💡 어림 계산(estimation)은 NASA 엔지니어들이 로켓 설계 초기에 사용하는 핵심 기술이에요!

Q89 입체도형 추론

정육면체의 한 꼭짓점 A에서 출발하여 모서리를 따라 이동합니다. 같은 모서리를 두 번 지나지 않고 정확히 6개의 모서리를 지나 다시 A로 돌아올 수 있을까요?



①) ① 가능하다

②) ② 불가능하다

③) ③ 5개만 가능하다

④) ④ 7개 이상 필요하다

🎯 **정답: ① 가능하다**

📖 1단계: 정육면체의 꼭짓점을 A(앞아래왼), B(앞아래오), C(앞위오), D(앞위왼), E(뒤아래왼), F(뒤아래오), G(뒤위오), H(뒤위왼)이라 합니다.

2단계: 경로 예시: A→B→C→D→A는 4개 모서리(앞면 한 바퀴). 하지만 6개가 필요합니다.

3단계: A→B→F→E→H→D→A 경로를 확인합니다. A→B(앞아래), B→F(아래오→뒤), F→E(뒤아래), E→H(뒤왼세로), H→D(위면 왼), D→A(앞왼세로). 이것은 6개 모서리이고, 같은 모서리를 두 번 지나지 않으며 A로 돌아옵니다.

따라서 가능합니다.

🧠 풀이 전략: 정육면체의 모서리를 따라 이동하는 경로 문제는 그래프 이론의 순환(cycle) 탐색입니다. 정육면체 12개 모서리 중 6개로 닫힌 경로를 만들 수 있는지, 구체적인 경로를 하나 찾아 증명합니다.

💡 정육면체의 모든 모서리를 한 번씩만 지나는 경로(오일러 경로)는 불가능해요. 각 꼭짓점에 3개의 모서리가 만나는데, 오일러 경로는 짝수 개여야 하거든요!

Q90 분수 연산 추론

5/6을 두 개의 서로 다른 단위분수(분자가 1인 분수)의 합으로 나타내세요. 가능한 모든 방법의 수를 구하세요. (단, 순서가 다른 것은 같은 방법으로 봅니다.)

①) ① 1가지
②) ② 2가지
③) ③ 3가지
④) ④ 없다

🎯 **정답: ① 1가지**

📖 1단계: 5/6 = 1/a + 1/b (a < b인 자연수)로 놓습니다.
2단계: 1/a = 5/6 - 1/b = (5b-6)/(6b). 이것이 단위분수이려면 6b = (5b-6)×a, 즉 a = 6b/(5b-6)이 자연수여야 합니다.
3단계: 5b-6이 6b의 약수여야 합니다. b=2일 때: a=12/4=3 → 1/3+1/2=5/6 ✓. b=3일 때: a=18/9=2이지만 a<b 조건 불만족(2<3은 맞지만 이미 센 것과 같음). b=4일 때: a=24/14 (자연수X). b=6일 때: a=36/24=1.5 (X). b가 커질수록 a→6/5로 수렴하여 자연수 불가.
따라서 1/2 + 1/3 = 5/6의 1가지뿐입니다.

🧠 풀이 전략: 단위분수 분해(이집트 분수) 문제는 1/a + 1/b = p/q를 정리하여 a = qb/(pb-q) 꼴로 만든 뒤, b를 체계적으로 대입하여 자연수 해를 찾습니다. a ≤ b 조건으로 범위를 제한합니다.

💡 고대 이집트인들은 모든 분수를 단위분수의 합으로 표현했어요. 이것을 '이집트 분수'라 하며, 린드 파피루스(기원전 1650년)에 기록되어 있답니다!

Q91 규칙과 함수

물탱크에 물을 넣는데, 1분마다 들어가는 물의 양이 다음과 같습니다.
1분: 2L, 2분: 4L, 3분: 6L, 4분: 8L, ...
10분 후 물탱크에 들어간 물의 총량은 몇 L인가요?

①) ① 100L
②) ② 110L
③) ③ 90L
④) ④ 120L

🎯 **정답: ② 110L**

📖 1단계: n분에 넣는 물의 양은 2n L입니다. (1분:2L, 2분:4L, ...)
2단계: 10분간 총량 = 2×1 + 2×2 + ... + 2×10 = 2×(1+2+3+...+10)
3단계: 1+2+...+10 = 10×11/2 = 55 (가우스 공식)
따라서 총량 = 2×55 = 110L입니다.

🧠 풀이 전략: 규칙을 식으로 나타낸 뒤 등차수열의 합(가우스 공식)을 적용합니다. 공통 인수 2를 밖으로 빼내면 1부터 10까지의 합으로 귀결됩니다.

💡 가우스가 10살 때 1부터 100까지 합을 순식간에 5050이라고 답했다는 유명한 일화가 있어요!

Q92 자료와 확률 추론

주사위 2개를 동시에 던집니다. 두 눈의 곱이 12가 되는 경우는 모두 몇 가지인가요? (두 주사위는 구분합니다.)

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	**12**
3	3	6	9	**12**	15	18
4	4	8	**12**	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	**12**	18	24	30	36

곱 = 12 인 칸은 몇 개?

①) ① 2가지
②) ② 3가지
③) ③ 4가지
④) ④ 5가지

🎯 **정답: ③ 4가지**

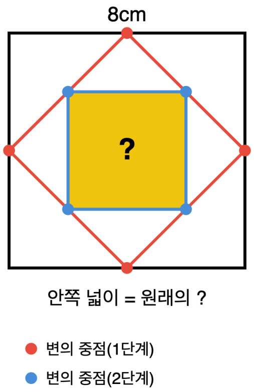
📖 1단계: 곱이 12가 되는 (빨강, 파랑) 조합을 찾습니다.
2단계: 12 = 2×6 = 3×4 = 4×3 = 6×2. (1×12, 12×1은 주사위 범위 초과)
3단계: (2,6), (6,2), (3,4), (4,3)의 4가지입니다.
주의: 두 주사위를 구분하므로 (2,6)과 (6,2)는 다른 경우입니다.

🧠 풀이 전략: 곱이 특정 값이 되는 경우의 수를 구하려면, 그 수의 약수 쌍을 나열하되 주사위 범위(1~6)에 맞는 것만 골라야 합니다. 주사위 구분 여부에 따라 순서쌍과 조합을 구별합니다.

💡 주사위 2개로 나올 수 있는 곱의 종류는 총 18가지뿐이에요. 가장 자주 나오는 곱은 6(4가지 경우)과 12(4가지 경우)랍니다!

Q93 융합·탐구 문제

한 변의 길이가 8cm인 정사각형이 있습니다. 각 변의 중점을 이어 안쪽에 새 정사각형을 만듭니다. 이 과정을 한 번 더 반복하면 가장 안쪽 정사각형의 넓이는 원래 정사각형 넓이의 몇 분의 몇인가요?



①) ① 1/2
②) ② 1/3
③) ③ 1/4
④) ④ 1/8

🎯 **정답: ③ 1/4**

📖 1단계: 원래 정사각형 넓이 = 8×8 = 64cm².
2단계: 각 변의 중점을 이으면, 새 정사각형의 대각선 = 원래 정사각형의 한 변 = 8cm. 새 정사각형 한 변 = $8/\sqrt{2}$, 넓이 = $(8/\sqrt{2})^2$ = 64/2 = 32cm². 즉 원래의 1/2.
3단계: 한 번 더 반복하면 또 1/2이 되므로, 가장 안쪽 정사각형 넓이 = 64 × 1/2 × 1/2 = 64 × 1/4 = 16cm².
따라서 원래 넓이의 1/4입니다.

🧠 풀이 전략: 중점을 연결한 정사각형의 넓이가 원래의 1/2이 되는 성질을 이용합니다. 이 과정을 반복할 때마다 1/2씩 곱해지므로, 거듭제곱으로 일반화할 수 있습니다.

💡 이 패턴을 무한히 반복하면 넓이가 0에 한없이 가까워지지만, 점으로 완전히 사라지지는 않아요. 이것이 '프랙탈'의 시작이랍니다!

Q94 약수·배수 심화

두 자연수 A, B가 있습니다. A×B=360이고, A와 B의 최대공약수가 6일 때, A와 B의 최소공배수를 구하세요.

①) ① 36
②) ② 60
③) ③ 72
④) ④ 90

🎯 **정답: ② 60**

📖 1단계: 두 수의 곱 = 최대공약수 × 최소공배수라는 성질을 이용합니다.
2단계: A×B = GCD(A,B) × LCM(A,B)이므로 360 = 6 × LCM(A,B)
3단계: LCM(A,B) = 360 ÷ 6 = 60

🧠 풀이 전략: 이 문제는 'GCD × LCM = 두 수의 곱'이라는 핵심 성질을 알고 있는지 확인하는 문제야. 이 관계식을 모르면 일일이 경우를 나열해야 하지만, 알면 한 번에 풀 수 있어.

💡 두 수의 곱이 GCD와 LCM의 곱과 같다는 성질은 소인수분해를 통해 증명할 수 있어요!

Q95 분수 연산 추론

1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20 + 1/30 의 값을 구하세요. (힌트: 각 분수를 두 단위분수의 차로 바꿔보세요)

①) ① 4/5

②) ② 5/6

③) ③ 7/8

④) ④ 9/10

🎯 **정답: ② 5/6**

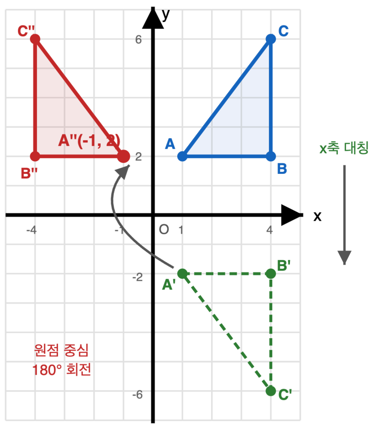
📖 1단계: 각 분수를 분해합니다. 1/2=1/1−1/2, 1/6=1/2−1/3, 1/12=1/3−1/4, 1/20=1/4−1/5, 1/30=1/5−1/6
2단계: 모두 더하면 중간 항이 상쇄됩니다(텔레스코핑). (1−1/2)+(1/2−1/3)+(1/3−1/4)+(1/4−1/5)+(1/5−1/6)
3단계: 남는 것은 1 − 1/6 = 5/6

🧠 풀이 전략: 분모가 연속 두 수의 곱(1×2, 2×3, 3×4, …) 형태인지 확인하고, 부분분수 분해(텔레스코핑)를 적용하는 전략이야. 직접 통분하면 매우 복잡하지만, 패턴을 발견하면 간단해져.

💡 이런 합을 '텔레스코핑 합(telescoping sum)'이라고 해요. 망원경처럼 쭉 접히듯 중간 항이 사라져요!

Q96 합동·대칭 심화

좌표 평면 위에 삼각형 ABC의 꼭짓점이 A(1,2), B(4,2), C(4,6)입니다. 이 삼각형을 x축에 대해 대칭시킨 뒤, 다시 원점을 중심으로 180° 회전시켰습니다. 최종 꼭짓점 A''의 좌표를 구하세요.



①) ① (-1, 2)

②) ② (-1, -2)

③) ③ (1, -2)

④) ④ (-2, 1)

🎯 **정답: ① (-1, 2)**

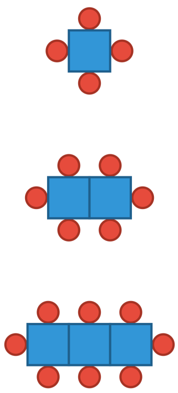
📖 1단계: x축 대칭 → y좌표 부호 반전. A(1,2) → A'(1,-2)
2단계: 원점 중심 180° 회전 → x,y 좌표 모두 부호 반전. A'(1,-2) → A''(-1,2)
3단계: 결과적으로 (x,y)→(−x,y)가 되어 y축 대칭과 같은 효과입니다.

🧠 풀이 전략: 연속 변환 문제는 각 변환의 좌표 규칙을 순서대로 적용해야 해. x축 대칭은 (x,y)→(x,−y), 원점 대칭(180° 회전)은 (x,y)→(−x,−y). 이 두 변환의 합성이 어떤 단일 변환과 같은지까지 파악하면 깊은 이해야.

💡 x축 대칭 후 원점 대칭 = y축 대칭! 변환을 합성하면 새로운 변환이 됩니다.

Q97 규칙과 함수

정사각형 모양의 탁자 1개에 4명이 앉을 수 있습니다. 탁자를 일렬로 붙이면, 탁자 2개일 때 6명, 3개일 때 8명이 앉습니다. 탁자 20개를 일렬로 붙이면 몇 명이 앉을 수 있나요?



①) ① 40
②) ② 42
③) ③ 44
④) ④ 80

🎯 **정답: ② 42**

📖 1단계: 규칙을 찾습니다. 1개→4, 2개→6, 3개→8. 탁자가 1개 늘 때 2명씩 증가합니다.
2단계: 식으로 나타내면 (앉는 사람 수) = 2×(탁자 수) + 2
3단계: 탁자 20개일 때: 2×20 + 2 = 42명

🧠 풀이 전략: 표로 정리해서 변화량(차이)을 먼저 확인하는 전략이야. 일정한 차이가 있으면 일차식으로 표현할 수 있어. 붙이면 맞닿는 면의 자리가 사라진다는 구조적 이유도 이해해야 해.

💡 이런 문제를 '성냥개비 문제'라고도 해요. 패턴을 식으로 만드는 것이 대수학의 시작이에요!

Q98 자료와 확률 추론

상자 안에 1부터 10까지 적힌 공이 하나씩 들어 있습니다. 공을 하나 꺼낼 때, '3의 배수가 나올 가능성'과 '짝수가 나올 가능성' 중 어느 것이 더 크고, 그 차이를 분수로 나타내세요.

①) ① 짝수가 1/5만큼 더 크다

②) ② 짝수가 1/10만큼 더 크다

③) ③ 3의 배수가 1/5만큼 더 크다

④) ④ 두 가능성은 같다

🎯 **정답: ① 짝수가 1/5만큼 더 크다**

📖 1단계: 3의 배수: 3, 6, 9 → 3개 → 가능성 3/10

2단계: 짝수: 2, 4, 6, 8, 10 → 5개 → 가능성 5/10 = 1/2

3단계: 차이: 5/10 − 3/10 = 2/10 = 1/5. 짝수가 1/5만큼 더 큽니다.

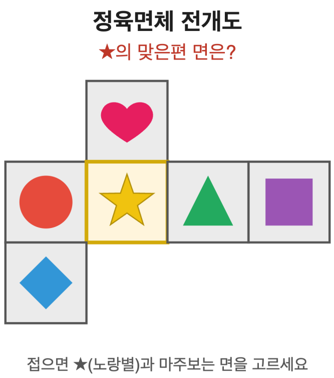
🧠 풀이 전략: 각 사건에 해당하는 원소를 빠짐없이 나열하고, 전체에 대한 비율(분수)로 바꿔서 비교하는 전략이야. 6처럼 두 조건에 모두 해당하는 수를 중복 세지 않도록 주의해야 해.

Q99 입체도형 추론

아래 전개도를 접어 정육면체를 만들 때, '★'이 적힌 면과 마주보는 면에 적힌 기호를 고르세요.

전개도 배치(십자형 변형):
윗줄: [♥]
중간줄: [●][★][▲][■]
아랫줄: [◆]

(●의 아래에 ◆가 위치)



①) ① ♥
②) ② ●
③) ③ ■
④) ④ ◆

🎯 **정답: ③ ■**
📖 1단계: 전개도에서 ★을 바닥으로 놓고 접는다고 상상합니다.
2단계: ★의 왼쪽 ●은 앞면, 오른쪽 ▲은 뒷면이 됩니다. ▲의 오른쪽 ■은 접으면 윗면이 됩니다.
3단계: ★(바닥)의 맞은편은 ■(윗면)입니다. ♥는 옆면, ◆도 옆면입니다.

🧠 풀이 전략: 전개도 문제는 한 면을 기준(바닥)으로 고정하고 나머지를 접어올리는 상상을 해야 해. 가로줄에서 2칸 떨어진 면이 마주보는 것이 아니라, 접었을 때의 위치를 추적해야 하는 게 핵심이야.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지 종류가 있어요. 어떤 전개도든 마주보는 면 3쌍을 찾을 수 있어요!

Q100 논리·전략 심화

A와 B가 번갈아 게임을 합니다. 1부터 시작하여 자기 차례에 1, 2, 또는 3을 더할 수 있고, 먼저 정확히 20을 만드는 사람이 이깁니다. A가 먼저 시작할 때, A가 반드시 이기는 첫 수는 무엇인가요?

①) ① 1

②) ② 2

③) ③ 3

④) ④ A는 이길 수 없다

🎯 **정답: ③ 3**

📖 1단계: 거꾸로 생각합니다. 20을 만들려면 상대를 16에 머물게 해야 합니다(16에서 1~3 더하면 17~19, 내가 20 완성).

2단계: 같은 논리로 12→8→4에 머물게 해야 합니다. 핵심 수: 4, 8, 12, 16, 20 (4의 배수).

3단계: A가 처음에 3을 부르면 누적 합이 4. 이후 B가 k를 더하면 A가 4–k를 더해 항상 4의 배수를 유지하여 20에 도달합니다.

🧠 풀이 전략: '거꾸로 추론(역추론)' 전략이야. 목표(20)에서 출발하여 반드시 거쳐야 하는 징검다리 수를 찾아 내려오는 거야. 두 사람이 합쳐서 한 턴에 최대 4를 만들 수 있으므로 4의 배수가 핵심이야.

💡 이런 게임을 '님(Nim) 게임'의 변형이라고 해요. 수학적으로 필승 전략이 항상 존재합니다!

Q101 소수 연산과 추정

0.7 × 0.7 × 0.7의 값은 다음 중 어느 범위에 있나요?

①) ① 0.21 이상 0.3 미만

②) ② 0.3 이상 0.4 미만

③) ③ 0.4 이상 0.5 미만

④) ④ 0.03 이상 0.21 미만

🎯 **정답: ② 0.3 이상 0.4 미만**

📖 1단계: 0.7 × 0.7 = 0.49

2단계: 0.49 × 0.7을 계산합니다. 0.49 × 0.7 = 0.343

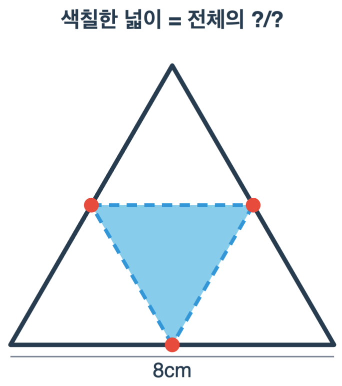
3단계: 0.343은 0.3 이상 0.4 미만 범위에 있습니다.

🧠 풀이 전략: 소수의 거듭제곱은 직관과 다를 수 있어. 0.7이 1보다 작으므로 곱할수록 작아지지만, 얼마나 작아지는지 단계적으로 계산해야 해. 어림으로 범위를 좁히는 추정 능력이 핵심이야.

💡 1보다 작은 소수를 계속 곱하면 0에 가까워져요. 하지만 0.9를 100번 곱해도 약 0.000027로 0은 아니에요!

Q102 융합·탐구 문제

한 변의 길이가 8cm인 정삼각형이 있습니다. 각 변의 중점을 연결하여 안쪽에 작은 정삼각형을 만들고, 그 작은 삼각형에 색칠합니다. 색칠한 부분의 넓이는 원래 정삼각형 넓이의 몇 분의 몇인가요?



①) ① 1/2

②) ② 1/3

③) ③ 1/4

④) ④ 1/6

🎯 **정답: ③ 1/4**

📖 1단계: 각 변의 중점을 연결하면 원래 삼각형이 합동인 작은 삼각형 4개로 나뉩니다.

2단계: 작은 삼각형의 한 변은 원래의 절반(4cm)이므로, 넓이비는 $(1/2)^2 = 1/4$입니다.

3단계: 따라서 색칠한 부분은 전체 넓이의 1/4입니다.

🧠 풀이 전략: 중점연결 삼각형 문제는 닮음비와 넓이비의 관계를 이용해야 해. 길이비가 1:2이면 넓이비는 1:4라는 핵심 원리를 적용하는 거야. 또는 4등분된다는 사실을 직접 관찰해도 돼.

💡 이 과정을 반복하면 '시어핀스키 삼각형'이라는 프랙탈 도형이 만들어져요!

Q103 약수·배수 심화

72의 약수는 모두 몇 개인가요? 소인수분해를 이용하여 구하세요.

①) ① 10개

②) ② 12개

③) ③ 14개

④) ④ 16개

🎯 **정답: ② 12개**

📖 1단계: 72를 소인수분해합니다. $72 = 2^3 \times 3^2$

2단계: 약수의 개수 공식: 각 소인수의 지수에 1을 더해 곱합니다.

3단계: $(3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$개

🧠 풀이 전략: 약수를 하나씩 나열하면 빠뜨리기 쉬워. 소인수분해 후 지수+1의 곱으로 구하는 공식을 적용하는 전략이야. 왜 이 공식이 성립하는지(각 소인수를 0개~지수개까지 선택하는 경우의 수) 이해하면 완벽해.

💡 약수가 가장 많은 100 이하의 수는 96(12개)과 72(12개)로 공동 1위예요!

Q104 규칙과 함수

아래 표에서 ○와 △ 사이의 관계식을 찾고, △가 100일 때 ○의 값을 구하세요.

△	1	2	3	4	5
○	5	8	11	14	17

①) ① 299

②) ② 300

③) ③ 302

④) ④ 305

🎯 **정답: ③ 302**

📖 1단계: ○의 변화량을 확인합니다. 5→8→11→14→17, 차이가 항상 3입니다.

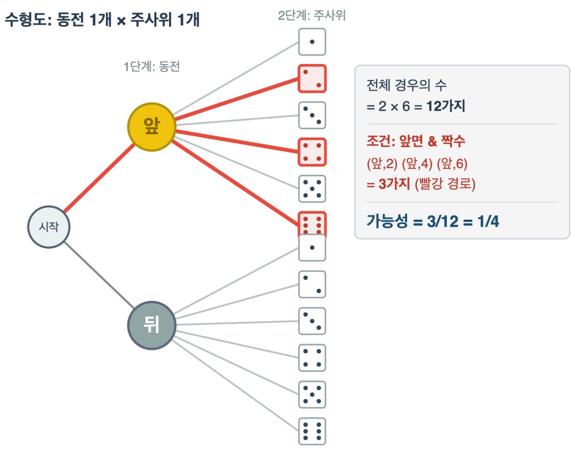
2단계: 관계식을 세웁니다. ○ = 3×△ + 2 (검증: △=1일 때 3+2=5 ✓, △=2일 때 6+2=8 ✓)

3단계: △=100일 때 ○ = 3×100 + 2 = 302

🧠 풀이 전략: 표에서 두 양의 관계를 찾을 때는 먼저 차이(변화량)가 일정한지 확인해. 일정하면 ○ = (차이)×△ + (상수) 형태야. 상수는 △=1을 대입해서 구하면 돼.

Q105 자료와 확률 추론

동전 1개와 주사위 1개를 동시에 던집니다. '동전이 앞면이고 주사위 눈이 짝수'인 경우는 전체 경우의 수의 몇 분의 몇인가요?



①) ① 1/4

②) ② 1/3

③) ③ 1/6

④) ④ 1/12

🎯 **정답: ① 1/4**

📖 1단계: 전체 경우의 수 = 동전 2가지 × 주사위 6가지 = 12가지

2단계: 조건을 만족하는 경우: 앞면이면서 짝수 → (앞,2), (앞,4), (앞,6) = 3가지

3단계: 가능성 = 3/12 = 1/4

🧠 풀이 전략: 두 독립 사건의 동시 발생 경우를 세는 문제야. 수형도를 그려서 전체 경우를 체계적으로 나열하고, 조건에 맞는 것만 세는 전략을 써야 해. 곱셈 원리(1/2 × 1/2 = 1/4)로도 확인할 수 있어.

💡 이것이 바로 '확률의 곱셈 법칙'의 기초예요. 독립 사건의 동시 확률은 각각을 곱하면 됩니다!

Q106 약수·배수 심화

두 자연수 A, B가 있습니다. A와 B의 최대공약수는 8이고, A와 B의 최소공배수는 96입니다. A+B의 값이 될 수 있는 것 중 가장 큰 값은 얼마입니까?

①) ① 80

②) ② 96

③) ③ 104

④) ④ 112

🎯 **정답: ③ 104**

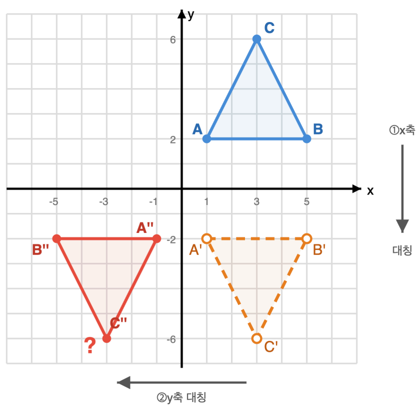
📖 1단계: 최대공약수가 8이므로 A=8a, B=8b (a, b는 서로소)로 놓습니다.
2단계: 최소공배수 = 8×a×b = 96이므로, a×b = 12입니다.
3단계: a, b가 서로소인 쌍을 찾으면 (1,12), (3,4)입니다. (2,6)은 공약수 2가 있으므로 불가.
4단계: (1,12)일 때 A+B = 8+96 = 104, (3,4)일 때 A+B = 24+32 = 56.
5단계: 가장 큰 값은 104입니다.

🧠 풀이 전략: GCD와 LCM의 관계식(GCD×LCM = A×B가 아니라, A=GCD×a, B=GCD×b로 놓고 a×b를 구한 뒤 서로소 조건을 적용하는 전략)을 사용해야 합니다. 서로소 조건을 빠뜨리면 (2,6) 같은 잘못된 답을 고르게 됩니다.

💡 최대공약수×최소공배수 = 두 수의 곱이라는 성질이 항상 성립해요. 8×96 = 768이고, 실제로 8×96 = 768, 24×32 = 768으로 확인됩니다!

Q107 합동·대칭 심화

아래 좌표평면에서 삼각형 ABC의 꼭짓점은 A(1,2), B(5,2), C(3,6)입니다. 이 삼각형을 x축에 대해 선대칭시킨 뒤, 다시 y축에 대해 선대칭시키면 꼭짓점 C는 어디로 이동합니까?



①) ① (-3, 6)

②) ② (-3, -6)

③) ③ (3, -6)

④) ④ (-6, -3)

🎯 **정답: ② (-3, -6)**

📖 1단계: x축 대칭은 y좌표의 부호를 바꿉니다. C(3,6) → C'(3,-6).
2단계: y축 대칭은 x좌표의 부호를 바꿉니다. C'(3,-6) → C''(-3,-6).
3단계: 따라서 최종 위치는 (-3,-6)입니다.
참고: x축 대칭 후 y축 대칭은 원점 대칭과 같은 결과를 줍니다. 직접 확인: 원점 대칭은 (x,y)→(-x,-y)이므로 (3,6)→(-3,-6)으로 동일합니다.

🧠 풀이 전략: 연속 대칭 변환 문제입니다. 각 대칭을 순서대로 적용하되, 좌표 부호 변화 규칙(x축 대칭: y부호 반전, y축 대칭: x부호 반전)을 정확히 적용해야 합니다. 순서를 바꾸면 결과가 달라질 수 있으므로 주의합니다.

💡 x축 대칭과 y축 대칭을 순서에 상관없이 둘 다 하면 항상 원점 대칭과 같은 결과가 됩니다. 이를 '대칭의 합성'이라고 해요!

Q108 논리·전략 심화

A, B, C, D 네 사람이 1등부터 4등까지 달리기 순위를 정했습니다.
- A는 "나는 1등이 아니야"라고 말했습니다.
- B는 "나는 C보다 앞에 들어왔어"라고 말했습니다.
- C는 "나는 B보다 앞에 들어왔어"라고 말했습니다.
- D는 "나는 1등이야"라고 말했습니다.

이 중 거짓말을 한 사람이 정확히 한 명일 때, 1등은 누구입니까?

①) ① A

②) ② B

③) ③ C

④) ④ D

🎯 **정답: ④ D**

📖 1단계: B는 'C보다 앞에 들어왔다', C는 'B보다 앞에 들어왔다'고 하여 서로 정반대로 말했습니다. 두 사람의 순위는 서로 다르므로 B와 C의 말 중 정확히 하나는 반드시 거짓입니다.
2단계: 거짓말한 사람이 '정확히 한 명'이라고 했으므로 그 한 명은 B와 C 중 하나입니다. 따라서 A와 D의 말은 둘 다 참이어야 합니다.
3단계: D의 말 '나는 1등이야'가 참이므로 D가 1등입니다. A의 말 '나는 1등이 아니야'도 참이어서(D가 1등이므로 A는 1등이 아님) 모순이 없습니다.
4단계: A, B, C가 2 - 4등을 어떻게 나눠 갖든 1등은 항상 D로 유일하게 정해집니다. 따라서 1등은 D입니다.

🧠 풀이 전략: 논리 추론 문제로, '정확히 한 명이 거짓말'이라는 조건을 활용합니다. 각 사람이 거짓말쟁이인 경우를 하나씩 가정하고, 나머지 조건이 모순 없이 성립하는 경우를 찾는 소거법 전략을 씁니다.

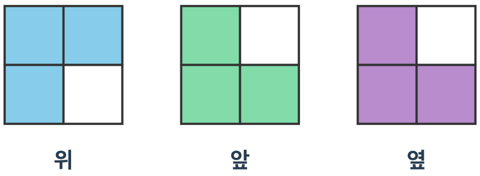
💡 이런 유형의 문제를 '논리 퍼즐(Logic Puzzle)'이라 하며, 컴퓨터 과학에서 SAT 문제라는 이름으로 연구되고 있어요!

Q109 입체도형 추론

아래 쌓기나무 구조물을 위, 앞, 옆(오른쪽)에서 본 모양이 모두 주어져 있습니다. 이 구조물에 사용된 쌓기나무의 최소 개수는 몇 개입니까?

[위에서 본 모양: 2×2 격자에서 왼쪽위, 오른쪽위, 왼쪽아래에 ●표시(3칸)]
[앞에서 본 모양: 왼쪽 2층, 오른쪽 1층]
[옆에서 본 모양: 앞 2층, 뒤 1층]

쌓기나무 - 세 방향에서 본 모양



빈 칸은 흰색(테두리만) · 채운 칸이 보이는 면

①) ① 3개
②) ② 4개
③) ③ 5개
④) ④ 6개

🎯 **정답: ② 4개**

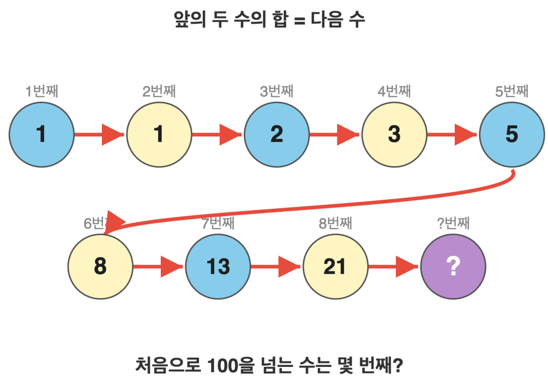
📖 1단계: 위에서 본 모양으로 쌓기나무가 놓일 수 있는 위치는 3곳입니다(왼쪽위, 오른쪽위, 왼쪽아래).
2단계: 앞에서 보면 왼쪽 열이 2층이므로, 왼쪽위 또는 왼쪽아래 중 하나가 2층이어야 합니다.
3단계: 옆에서 보면 앞쪽이 2층이므로, 왼쪽위 또는 오른쪽위 중 하나가 2층이어야 합니다.
4단계: 두 조건을 동시에 만족하려면 왼쪽위 위치가 2층이어야 합니다.
5단계: 최소 개수는 왼쪽위=2개 + 오른쪽위=1개 + 왼쪽아래=1개 = 4개입니다.

🧠 풀이 전략: 세 방향 투영도에서 입체를 복원하는 문제입니다. 위에서 본 모양으로 가능한 위치를 파악하고, 앞/옆 뷰의 높이 정보를 교차하여 각 위치의 최소 높이를 결정하는 전략을 씁니다.

💡 건축가와 엔지니어는 이런 '3면도(정투상도)'를 매일 사용해요. 3D 프린터도 이런 원리로 입체를 만듭니다!

Q110 규칙과 함수

다음 규칙으로 수를 나열합니다: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...
(앞의 두 수를 더해서 다음 수를 만듦)
이 수열에서 처음으로 100을 넘는 수는 몇 번째 수입니까?



①) ① 10번째
②) ② 11번째
③) ③ 12번째
④) ④ 13번째

🎯 **정답: ③ 12번째**

📖 1단계: 피보나치 수열을 순서대로 나열합니다.
2단계: 1(1번째), 1(2), 2(3), 3(4), 5(5), 8(6), 13(7), 21(8), 34(9), 55(10), 89(11), 144(12).
3단계: 89(11번째)은 100 이하이고, 144(12번째)가 처음으로 100을 넘습니다.
4단계: 따라서 12번째 수입니다.

🧠 풀이 전략: 피보나치 수열을 직접 나열하여 목표값을 초과하는 항을 찾는 문제입니다. 규칙을 정확히 적용하며 번째 수를 세는 것이 중요합니다. 1번째를 어디서 시작하는지 주의해야 합니다.

💡 피보나치 수열은 해바라기 씨앗의 나선, 솔방울의 비늘, 조개껍데기의 곡선 등 자연 곳곳에 숨어 있어요!

Q111 자료와 확률 추론

주머니에 빨간 공 4개, 파란 공 3개, 노란 공 2개, 초록 공 1개가 들어 있습니다. 공을 한 개 꺼낼 때, 빨간 공 또는 파란 공이 나올 가능성을 분수로 나타내시오.

①) ① 3/10

②) ② 4/10

③) ③ 7/10

④) ④ 9/10

🎯 **정답: ③ 7/10**

📖 1단계: 전체 공의 수 = 4+3+2+1 = 10개입니다.

2단계: 빨간 공 또는 파란 공의 수 = 4+3 = 7개입니다.

3단계: 가능성 = 7/10입니다.

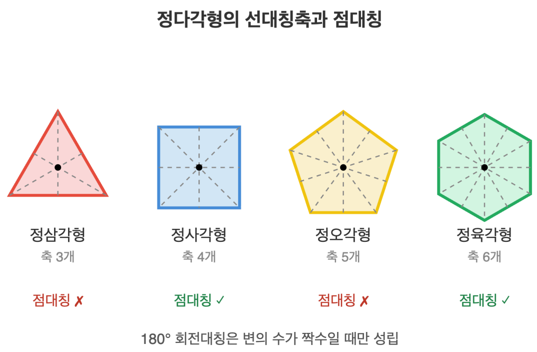
참고: '또는'은 두 경우를 합치라는 뜻입니다(겹치는 경우가 없으므로 단순 합산).

🧠 풀이 전략: 경우의 수를 세어 확률을 분수로 표현하는 문제입니다. '또는(합사건)'의 의미를 정확히 이해하고, 전체 중 해당하는 경우를 세는 전략입니다. 빨강만 세거나 파랑만 세는 실수를 주의합니다.

💡 확률에서 '또는'은 더하기, '그리고'는 곱하기와 관련이 깊어요. 이것을 확률의 덧셈법칙이라 합니다!

Q112 합동·대칭 심화

정삼각형, 정사각형, 정오각형, 정육각형 중에서 선대칭축의 수와 점대칭(180° 회전대칭)을 동시에 만족하는 도형을 모두 고르시오.



①) ① 정사각형만

②) ② 정사각형, 정육각형

③) ③ 정삼각형, 정오각형

④) ④ 정삼각형, 정사각형, 정오각형, 정육각형

🎯 **정답: ② 정사각형, 정육각형**

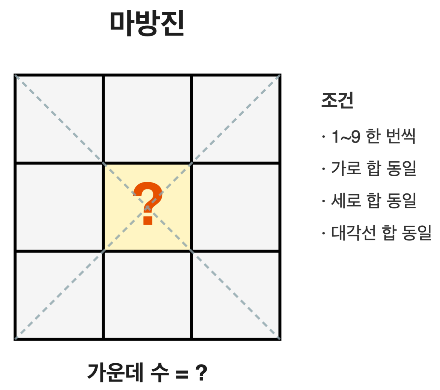
📖 1단계: 각 도형의 선대칭축 수를 구합니다. 정삼각형: 3개, 정사각형: 4개, 정오각형: 5개, 정육각형: 6개. 모두 선대칭을 만족합니다.
2단계: 점대칭(180° 회전했을 때 자기 자신과 겹침)을 확인합니다.
3단계: 정삼각형을 180° 돌리면 겹치지 않습니다(360°/3=120°가 최소 회전). 정사각형은 180° 돌리면 겹칩니다(360°/4=90°의 배수). 정오각형은 180° 돌리면 겹치지 않습니다(360°/5=72°). 정육각형은 180° 돌리면 겹칩니다(360°/6=60°의 배수).
4단계: 두 조건을 동시에 만족하는 것은 정사각형과 정육각형입니다.

🧠 풀이 전략: 정다각형의 대칭 성질을 체계적으로 분석하는 문제입니다. 핵심은 점대칭(180° 회전대칭)은 변의 수가 짝수인 정다각형에서만 성립한다는 것을 발견하는 것입니다. 선대칭은 모든 정다각형이 만족하므로, 점대칭 조건이 필터 역할을 합니다.

💡 변의 수가 짝수인 정다각형만 점대칭을 가지는 이유는, 180°가 회전각(360°/n)의 배수가 되려면 n이 짝수여야 하기 때문이에요!

Q113 논리·전략 심화

3×3 마방진에서 1부터 9까지의 수를 한 번씩 넣어 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같게 만들려 합니다. 가운데 칸에 들어갈 수는 무엇이며, 그 이유는 무엇입니까?



①) ① 4
②) ② 5
③) ③ 6
④) ④ 어떤 수든 가능

🎯 **정답: ② 5**

📖 1단계: 1~9의 합 = 45입니다. 3줄의 합이 같으므로 한 줄의 합 = 45÷3 = 15입니다.
2단계: 가운데 칸을 지나는 줄은 가로 1줄, 세로 1줄, 대각선 2줄로 총 4줄입니다.
3단계: 이 4줄의 합 = 15×4 = 60. 가운데 수는 4번 세어지고, 나머지 8칸의 수는 각각 1번씩 세어집니다.
4단계: (가운데 수)×4 + (나머지 8수의 합) = 60. 나머지 8수의 합 = 45-(가운데 수).
5단계: (가운데 수)×4 + 45-(가운데 수) = 60 → (가운데 수)×3 = 15 → 가운데 수 = 5.

🧠 풀이 전략: 마방진의 구조적 성질을 이용한 논리 추론입니다. 전체 합을 이용해 한 줄의 합을 구하고, 가운데 칸이 여러 줄에 공유된다는 점을 방정식으로 세워 유일한 값을 도출하는 전략입니다.

💡 3×3 마방진은 회전과 뒤집기를 제외하면 딱 하나뿐이에요! 중국에서는 이를 '낙서(洛書)'라 부르며, 4000년 전 거북이 등에서 발견되었다는 전설이 있습니다.

Q114 소수 연산과 추정

1÷7 = 0.142857142857...은 순환소수입니다. 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 무엇입니까?

①) ① 1
②) ② 4
③) ③ 8
④) ④ 5

🎯 **정답: ② 4**

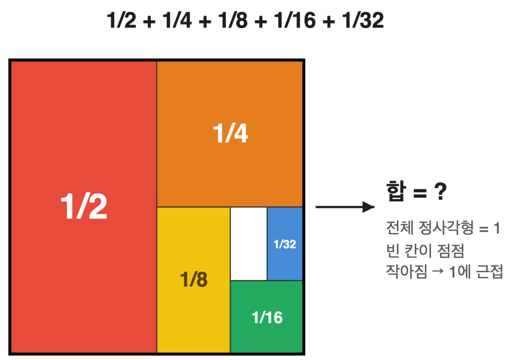
📖 1단계: 1÷7 = 0.142857142857...에서 순환마디는 '142857'로 6자리입니다.
2단계: 소수점 아래 50번째 자리를 찾으려면 50을 6으로 나눕니다. 50 = 6×8 + 2이므로 나머지는 2입니다.
3단계: 나머지가 2이므로 순환마디의 2번째 숫자가 답입니다.
4단계: 순환마디 '142857'의 자리별 숫자는 1(1번째), 4(2번째), 2(3번째), 8(4번째), 5(5번째), 7(6번째)이므로 2번째 숫자는 4입니다.
따라서 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 4입니다. 정답은 ② 4입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수에서 특정 자릿수를 찾는 문제입니다. 순환마디의 길이로 나눈 나머지를 이용하여 해당 위치의 숫자를 결정하는 전략입니다. 나머지가 0이면 마디의 마지막 숫자임에 주의합니다.

💡 142857은 '순환수(cyclic number)'라 불리며, 1~6을 곱하면 같은 숫자들이 순서만 바뀌어 나타나요! 142857×2=285714, ×3=428571...

Q115 융합·탐구 문제

1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 의 합을 구하시오. 이 패턴을 계속하면 합이 어떤 수에 한없이 가까워지는지도 설명하시오.



🎯 **정답: 31/32이고, 패턴을 무한히 계속하면 1에 한없이 가까워진다.**

📖 1단계: 통분하여 더합니다. 공통분모 = 32.

1/2 = 16/32, 1/4 = 8/32, 1/8 = 4/32, 1/16 = 2/32, 1/32 = 1/32.

2단계: 합 = (16+8+4+2+1)/32 = 31/32.

3단계: 패턴 관찰: 1/2 = 1/2, 1/2+1/4 = 3/4, 3/4+1/8 = 7/8, 7/8+1/16 = 15/16, 15/16+1/32 = 31/32.

4단계: 분자는 항상 '분모-1'입니다. n항까지의 합 = $(2^n-1)/2^n = 1 - 1/2^n$.

5단계: n이 커지면 $1/2^n$은 0에 가까워지므로, 합은 1에 한없이 가까워지지만 절대 1이 되지는 않습니다.

🧠 풀이 전략: 등비급수의 부분합을 구하고 패턴을 발견하는 융합 문제입니다. 직접 계산으로 합을 구한 뒤, 부분합의 규칙성($1-1/2^n$)을 발견하고, 극한 개념을 직관적으로 이해하는 것이 목표입니다.

💡 고대 그리스 철학자 제논은 '이분법의 역설'로 이 문제를 제기했어요. 화살이 과녁에 도달하려면 먼저 거리의 반, 다시 반... 무한히 가야 하는데 어떻게 도착할까? 이 합이 1이 된다는 것이 그 답입니다!

Q116 분수 연산 추론

어떤 분수 □에서 1/4을 빼고, 그 결과에 3/2를 곱하면 3/4이 됩니다. □에 알맞은 분수를 구하세요.

①) ① 3/4

②) ② 7/8

③) ③ 1/2

④) ④ 5/8

🎯 **정답: ① 3/4**

📖 1단계: 식을 세우면 (□ - 1/4) × 3/2 = 3/4입니다.

2단계: 양변을 3/2로 나눕니다(= 2/3을 곱함). □ - 1/4 = 3/4 × 2/3 = 6/12 = 1/2.

3단계: □ = 1/2 + 1/4 = 2/4 + 1/4 = 3/4.

검산: (3/4 - 1/4) × 3/2 = 1/2 × 3/2 = 3/4 ✓. 따라서 정답은 ① 3/4입니다.

🧠 풀이 전략: 역순 추적 전략: 결과에서 거꾸로 연산을 되돌려 원래 값을 찾는 방식입니다. 곱셈은 나눗셈으로, 뺄셈은 덧셈으로 되돌립니다.

💡 이런 역추적 방법은 고대 이집트 수학자들이 '아하(Aha)' 문제라고 불렀어요!

Q117 약수·배수 심화

어떤 두 자연수의 최대공약수는 8이고, 두 수의 합은 72입니다. 이런 두 수의 쌍은 모두 몇 가지인가요? (순서 상관없이)

①) ① 2가지

②) ② 3가지

③) ③ 4가지

④) ④ 5가지

🎯 **정답: ② 3가지**

📖 1단계: 두 수를 8a, 8b(a < b, gcd(a,b)=1)로 놓으면 8a + 8b = 72, a + b = 9입니다.
2단계: a + b = 9이고 서로소인 쌍을 찾습니다. (1,8) → gcd=1 ✓, (2,7) → gcd=1 ✓, (3,6) → gcd=3 ✗, (4,5) → gcd=1 ✓.
3단계: 조건을 만족하는 쌍은 (8,64), (16,56), (32,40)으로 3가지입니다.

🧠 풀이 전략: GCD 조건부 합 문제는 두 수를 GCD×(서로소 쌍)으로 표현한 뒤, 합 조건에서 서로소 쌍의 합을 구하고, 그 합을 만드는 서로소 쌍을 체계적으로 나열합니다.

💡 서로소인 두 수의 합이 홀수이면, 둘 중 하나는 반드시 짝수입니다.

Q118 소수 연산과 추정

0.25 × 0.4의 결과를 구하지 않고, 다음 중 결과가 속하는 범위를 고르세요.

①) ① 0.01 이상 0.05 미만

②) ② 0.05 이상 0.1 미만

③) ③ 0.1 이상 0.15 미만

④) ④ 0.15 이상 0.2 미만

🎯 **정답: ③ 0.1 이상 0.15 미만**

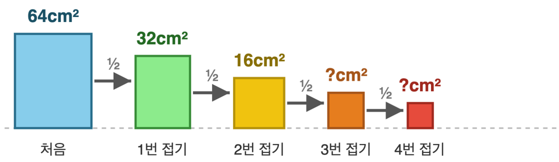
📖 1단계: 0.25는 1/4이고, 0.4는 2/5입니다.
2단계: 1/4 × 2/5 = 2/20 = 1/10 = 0.1입니다.
3단계: 0.1은 '0.1 이상 0.15 미만' 범위에 속합니다.
추가: 어림으로도 확인 — 0.25 × 0.4는 0.25의 반보다 작으므로(0.4 < 1이니까) 0.125 미만이 될 것 같고, 0.2 × 0.4 = 0.08보다는 크므로 대략 0.1 근처입니다.

🧠 풀이 전략: 소수 곱셈의 범위를 추정할 때는 분수로 바꿔 생각하거나, 비슷한 쉬운 수로 어림한 뒤 범위를 좁혀갑니다.

Q119 융합·탐구 문제

정사각형 모양의 종이를 반으로 접어 넓이가 절반이 되게 하기를 반복합니다. 원래 넓이가 $64cm^2$일 때, 5번 접은 후 넓이는 몇 cm^2인가요?

한 번 접을 때마다 넓이가 절반



... 한 번 더 접으면(5번) 넓이는?

64 ÷ 2 ÷ 2 ÷ 2 ÷ 2 ÷ 2 = 2cm²

①) ① $1cm^2$

②) ② $2cm^2$

③) ③ $4cm^2$

④) ④ $8cm^2$

🎯 **정답: ② $2cm^2$**

📖 1단계: 한 번 접을 때마다 넓이가 1/2이 됩니다.

2단계: 5번 접으면 넓이는 $64 \times (1/2)^5 = 64 \times 1/32$입니다.

3단계: $64 \div 32 = 2cm^2$입니다.

검산: 64→32→16→8→4→2 순서로 확인됩니다.

🧠 풀이 전략: 반복 절반 축소 문제는 거듭제곱으로 표현합니다. n번 반복하면 $(1/2)^n$을 곱하는 것과 같습니다. 하나씩 나열해 검산할 수도 있습니다.

💡 종이를 42번 접을 수 있다면 그 두께가 지구에서 달까지의 거리를 넘는다고 해요!

Q120 자료와 확률 추론

주머니에 1부터 9까지 적힌 카드가 하나씩 들어 있습니다. 카드를 한 장 뽑을 때, 뽑은 수가 3의 배수일 가능성과 4의 배수일 가능성의 차이를 분수로 나타내세요.

①) ① 1/9

②) ② 2/9

③) ③ 1/3

④) ④ 4/9

🎯 **정답: ① 1/9**

📖 1단계: 1~9에서 3의 배수는 3, 6, 9로 3개 → 가능성 = 3/9 = 1/3.

2단계: 4의 배수는 4, 8로 2개 → 가능성 = 2/9.

3단계: 차이 = 1/3 - 2/9 = 3/9 - 2/9 = 1/9.

🧠 풀이 전략: 두 사건의 가능성을 각각 분수로 구한 뒤, 통분하여 뺄셈합니다. 경우의 수를 정확히 세는 것이 핵심입니다.

📝 초5 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q121 규칙과 함수

다음 규칙을 보고 20번째 수를 구하세요.
2, 5, 10, 17, 26, 37, ...

①) ① 362
②) ② 401
③) ③ 440
④) ④ 325

🎯 **정답: ② 401**

📖 1단계: 각 항의 차이를 구하면 3, 5, 7, 9, 11, ... 으로 홀수가 증가합니다.
2단계: n번째 수 = $n^2 + 1$임을 확인합니다. $1^2+1=2$ ✓, $2^2+1=5$ ✓, $3^2+1=10$ ✓.
3단계: 20번째 수 = $20^2 + 1 = 400 + 1 = 401$.

🧠 풀이 전략: 수열의 차이(계차)를 먼저 구하고, 계차에서 규칙을 찾습니다. 계차가 등차수열이면 원래 수열은 이차식(n^2+an+b 꼴)으로 표현 가능합니다.

💡 이런 수열을 '계차수열'이라 하고, 뉴턴도 이 방법을 즐겨 사용했어요!

Q122 논리·전략 심화

A, B, C, D 네 사람이 각각 사과, 배, 포도, 딸기 중 하나씩 좋아합니다.
• A는 사과와 배를 좋아하지 않습니다.
• B는 배 또는 딸기를 좋아합니다.
• C가 좋아하는 과일은 'ㅍ'으로 시작합니다.
• D는 딸기를 좋아하지 않습니다.
A가 좋아하는 과일은 무엇인가요?

①) ① 배
②) ② 포도
③) ③ 딸기
④) ④ 사과

🎯 **정답: ③ 딸기**

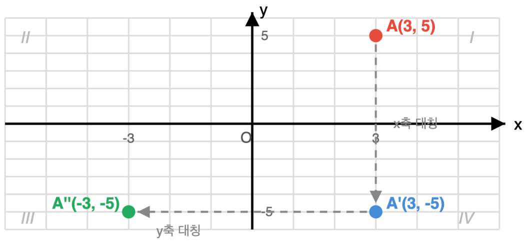
📖 1단계: C가 좋아하는 과일은 'ㅍ'으로 시작하므로 포도입니다.
2단계: A는 사과와 배를 좋아하지 않고, 포도는 C가 차지했으므로 A가 좋아할 수 있는 과일은 딸기뿐입니다. 따라서 A = 딸기.
3단계: B는 배 또는 딸기를 좋아하는데 딸기는 A가 가졌으므로 B = 배입니다.
4단계: 남은 사과는 D가 좋아합니다. 이는 'D는 딸기를 좋아하지 않는다'는 조건과도 일치합니다.
검산: A=딸기, B=배, C=포도, D=사과로 모든 조건을 만족합니다 ✓. 따라서 A가 좋아하는 과일은 딸기, 정답은 ③ 딸기입니다.

🧠 풀이 전략: 논리 퍼즐은 확정 조건부터 처리합니다. C의 과일이 확정되므로 먼저 배정하고, 나머지 조건으로 소거합니다. 경우를 나눠야 할 때는 모순이 생기는 쪽을 제거합니다.

💡 이런 논리 퍼즐을 '아인슈타인 퍼즐'이라고도 부르는데, 아인슈타인이 실제로 만들었는지는 확실하지 않아요!

Q123 합동·대칭 심화

좌표 평면 위에 점 A(3, 5)가 있습니다. 점 A를 x축에 대해 대칭시킨 후, 다시 y축에 대해 대칭시키면 최종 점의 좌표는 무엇인가요?



①) ① (-3, 5)

②) ② (-3, -5)

③) ③ (3, -5)

④) ④ (-5, -3)

🎯 **정답: ② (-3, -5)**

📖 1단계: x축 대칭은 y좌표의 부호를 바꿉니다. A(3, 5) → A'(3, -5).

2단계: y축 대칭은 x좌표의 부호를 바꿉니다. A'(3, -5) → A''(-3, -5).

3단계: 최종 좌표는 (-3, -5)이며, 이는 원점 대칭과 같은 결과입니다.

🧠 풀이 전략: 축 대칭 이동에서 x축 대칭은 y좌표 부호 변환, y축 대칭은 x좌표 부호 변환입니다. 연속 대칭은 순서대로 적용하면 됩니다.

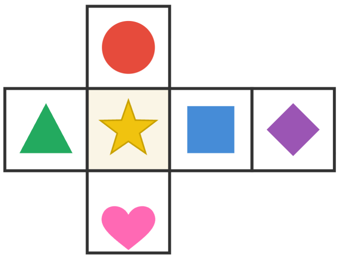
💡 x축 대칭 후 y축 대칭은 원점 대칭과 같은 결과예요. 순서를 바꿔도 결과가 같답니다!

Q124 입체도형 추론

아래 전개도를 접어 정육면체를 만들 때, '★' 면과 마주보는 면에 적힌 기호는 무엇인가요?

전개도 배치: 윗줄 가운데 [●], 가운뎃줄 왼→오 [▲][★][■][◆], 아랫줄 가운데 [♥]

정육면체 전개도 (십자형)



★ 면과 마주보는 면은?

①) ① ●
②) ② ◆
③) ③ ♥
④) ④ ▲

🎯 **정답: ② ◆**

📖 1단계: ★이 중앙이면 ★의 위=●, 아래=♥, 왼=▲, 오른=■입니다.
2단계: 접으면 ●이 윗면, ♥이 아랫면이 되어 서로 마주봅니다. ▲이 왼면, ■이 오른면 → 하지만 ◆은 ■의 오른쪽에 있으므로 ■을 접으면 ◆이 그 뒤로 갑니다.
3단계: 중앙(★) 기준으로 같은 줄에서 한 칸 건너가 마주보는 면이 됩니다. ★의 오른쪽 두 번째인 ◆이 마주보는 면입니다.

🧠 풀이 전략: 전개도에서 마주보는 면을 찾으려면 중앙면에서 같은 줄 2칸 떨어진 면을 찾습니다. 십자형 전개도에서는 중심의 좌우/상하 끝이 서로 마주봅니다.

💡 정육면체의 전개도는 총 11가지 종류가 있어요!

Q125 약수·배수 심화

1부터 100까지의 자연수 중에서 6의 배수이면서 동시에 8의 배수인 수는 몇 개인가요?

①) ① 2개
②) ② 4개
③) ③ 6개
④) ④ 8개

🎯 **정답: ② 4개**

📖 1단계: 6의 배수이면서 8의 배수 = 6과 8의 최소공배수의 배수입니다.
2단계: LCM(6, 8)을 구합니다. $6 = 2 \times 3$, $8 = 2^3$이므로 LCM = $2^3 \times 3 = 24$.
3단계: 100 이하의 24의 배수: 24, 48, 72, 96 → 4개.

🧠 풀이 전략: 'A의 배수이면서 B의 배수'는 LCM(A,B)의 배수와 같습니다. 소인수분해로 LCM을 구한 뒤, 범위 내 배수 개수를 셉니다.

Q126 분수 연산 추론

어떤 분수 □에서 1/4을 빼고, 그 결과에 3/2를 곱한 다음, 다시 1/6을 더했더니 최종 결과가 1이 되었습니다. 처음 분수 □를 구하세요.

①) ① 7/12

②) ② 29/36

③) ③ 11/18

④) ④ 2/3

🎯 **정답: ② 29/36**

📖 1단계: 역순으로 되돌립니다. 최종 결과 1에서 1/6을 빼면 1 - 1/6 = 5/6입니다.
2단계: 3/2를 곱하기 전의 값은 5/6 ÷ 3/2 = 5/6 × 2/3 = 10/18 = 5/9입니다. 이 값은 (□ - 1/4)에 해당합니다.
3단계: 따라서 □ = 5/9 + 1/4 = 20/36 + 9/36 = 29/36입니다.
검산: (29/36 - 1/4) × 3/2 + 1/6 = (29/36 - 9/36) × 3/2 + 1/6 = 20/36 × 3/2 + 1/6 = 5/9 × 3/2 + 1/6 = 5/6 + 1/6 = 1 ✓. 따라서 □ = 29/36, 정답은 ② 29/36입니다.

🧠 풀이 전략: 역연산 전략을 사용합니다. 최종 결과에서 출발하여 각 연산을 반대로 되돌리면 원래 값을 구할 수 있습니다.

💡 이집트의 아메스 파피루스(기원전 1650년경)에도 이런 역추적 문제가 실려 있어요!

Q127 소수 연산과 추정

0.25 × 0.4의 결과와 0.1의 크기를 비교하면 어떻게 될까요? 계산하지 않고 추정하는 방법도 함께 생각해 보세요.

①) ① 0.25 × 0.4 > 0.1

②) ② 0.25 × 0.4 = 0.1

③) ③ 0.25 × 0.4 < 0.1

④) ④ 비교할 수 없다

🎯 **정답: ② 0.25 × 0.4 = 0.1**

📖 1단계: 0.25는 1/4이고, 0.4는 2/5입니다.
2단계: 1/4 × 2/5 = 2/20 = 1/10 = 0.1입니다.
3단계: 따라서 0.25 × 0.4 = 0.1로 정확히 같습니다.
추정법: 0.25는 0.5의 절반, 0.4는 0.5보다 약간 작으므로, 0.5 × 0.5 = 0.25의 절반보다 약간 작은 값, 즉 0.1 근처라고 어림할 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 소수를 분수로 바꾸면 계산이 훨씬 쉬워집니다. 추정할 때는 기준값(0.5)과의 관계를 활용하세요.

💡 0.25는 동전 쿼터(quarter)와 같은 뜻이에요. 1달러의 1/4이죠!

Q128 논리·전략 심화

3리터 물통과 5리터 물통이 있습니다. 이 두 물통만 사용하여 정확히 4리터의 물을 만들려면 최소 몇 번의 '물 붓기' 동작이 필요할까요? (수도꼭지에서 채우기, 물통 비우기, 물통에서 물통으로 옮기기 각각 1번으로 셉니다.)

①) ① 4번

②) ② 5번

③) ③ 6번

④) ④ 7번

🎯 **정답: ③ 6번**

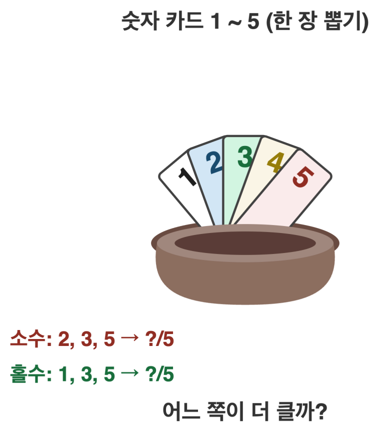
📖 1단계(1번째): 5리터 물통을 가득 채운다 → (3L:0, 5L:5).
2단계(2번째): 5리터에서 3리터로 옮긴다 → (3L:3, 5L:2).
3단계(3번째): 3리터를 비운다 → (3L:0, 5L:2).
4단계(4번째): 5리터의 2리터를 3리터로 옮긴다 → (3L:2, 5L:0).
5단계(5번째): 5리터를 가득 채운다 → (3L:2, 5L:5).
6단계(6번째): 5리터에서 3리터로 옮긴다(1리터만 들어감) → (3L:3, 5L:4).
5리터 물통에 정확히 4리터! 최소 6번의 동작이 필요합니다.

🧠 풀이 전략: 물통 문제는 '상태'를 추적하며 체계적으로 탐색합니다. 매 단계에서 가능한 동작(채우기/비우기/옮기기)을 따져보고 가장 빠른 경로를 찾으세요.

💡 이 문제는 영화 '다이하드 3'에서 브루스 윌리스가 풀었던 문제와 같은 유형이에요!

Q129 자료와 확률 추론

주머니에 숫자 카드 1, 2, 3, 4, 5가 한 장씩 들어 있습니다. 카드를 한 장 뽑았을 때, 뽑은 수가 소수일 가능성과 홀수일 가능성을 각각 분수로 나타내고 비교하세요.



①) ① 소수일 가능성이 더 크다

②) ② 홀수일 가능성이 더 크다

③) ③ 두 가능성이 같다

④) ④ 비교할 수 없다

🎯 **정답: ③ 두 가능성이 같다**

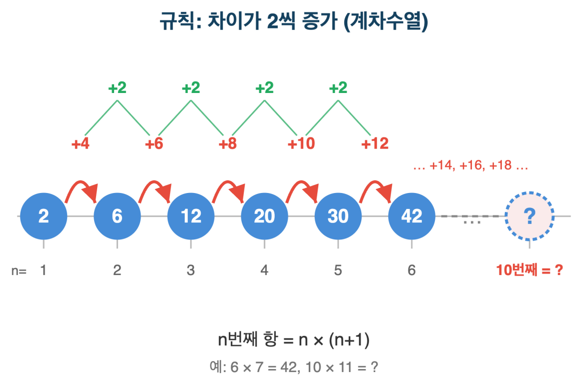
📖 1단계: 1~5 중 소수는 2, 3, 5로 3개입니다. 소수일 가능성 = 3/5.
2단계: 1~5 중 홀수는 1, 3, 5로 3개입니다. 홀수일 가능성 = 3/5.
3단계: 3/5 = 3/5이므로 두 가능성은 정확히 같습니다. 소수와 홀수의 목록은 다르지만(2↔1이 다름) 개수가 같아서 가능성이 같습니다.

🧠 풀이 전략: 가능성 비교는 해당하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나눈 분수를 각각 구해서 비교합니다. 집합의 원소가 달라도 개수가 같으면 확률이 같다는 점을 주의하세요.

💡 1~5에서 소수(2,3,5)와 홀수(1,3,5)는 3과 5를 공유하지만, 2와 1이 서로 다른 집합에 속해요!

Q130 규칙과 함수

다음 수열의 규칙을 찾고, 10번째 수를 구하세요: 2, 6, 12, 20, 30, 42, ...



🎯 **정답: 110**

📖 1단계: 인접한 항의 차이를 구합니다: 4, 6, 8, 10, 12, ... → 차이가 2씩 증가합니다(계차수열).

2단계: 각 항을 관찰하면 n번째 항 = n×(n+1)입니다. 확인: 1×2=2, 2×3=6, 3×4=12, 4×5=20, 5×6=30, 6×7=42 ✓

3단계: 10번째 항 = 10 × 11 = 110입니다.

별해: 7번째부터 이어서 구하면: 42+14=56, 56+16=72, 72+18=90, 90+20=110.

🧠 풀이 전략: 수열 문제는 먼저 '차이의 수열(계차)'을 구해봅니다. 계차가 일정하면 2차식(n^2관련)이고, 계차의 계차까지 봐야 할 수도 있습니다. n×(n+1) 같은 곱셈 패턴도 확인하세요.

💡 이 수열의 각 항은 '직사각형수'라고 불려요. 2=1×2, 6=2×3처럼 직사각형 모양으로 점을 배열할 수 있거든요!

Q131 약수·배수 심화

두 자연수 A와 B의 최대공약수가 8이고 최소공배수가 96일 때, A+B의 값으로 가능한 것을 모두 고르세요. (A < B)

①) ① 40

②) ② 56

③) ③ 104

④) ④ 56과 104

🎯 **정답: ④ 56과 104**

📖 1단계: GCD(A,B) = 8이므로 A = 8a, B = 8b (a, b는 서로소, a < b)로 놓습니다.

2단계: LCM(A,B) = 8 × a × b = 96이므로 a × b = 12.

3단계: a < b이고 서로소인 쌍을 찾습니다. 12 = 1×12 = 2×6 = 3×4. 서로소 조건: (1,12)✓, (2,6)✗(공약수 2), (3,4)✓.

4단계: (a,b) = (1,12) → (A,B) = (8,96), A+B = 104. (a,b) = (3,4) → (A,B) = (24,32), A+B = 56.

5단계: 검산: GCD(8,96)=8, LCM(8,96)=96 ✓; GCD(24,32)=8, LCM(24,32)=96 ✓.

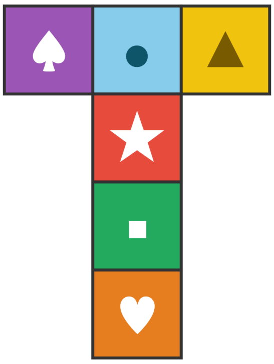
따라서 A+B로 가능한 값은 56과 104이고, 둘을 모두 포함한 ④가 정답입니다. (40은 8(a+b)=40과 ab=12를 동시에 만족하는 서로소 쌍이 없어 불가능합니다.)

🧠 풀이 전략: GCD-LCM 문제는 A=GCD×a, B=GCD×b로 놓고, a×b = LCM÷GCD를 만족하는 서로소 쌍을 모두 찾는 전략을 사용합니다.

💡 두 수의 곱은 항상 GCD × LCM과 같아요! A×B = GCD(A,B) × LCM(A,B) = 8 × 96 = 768.

Q132 입체도형 추론

아래 전개도를 접어 정육면체를 만들 때, '★' 표시가 있는 면과 마주보는 면에 적힌 기호는 무엇일까요?



★ 과 마주보는 면은?

①) ① ●

②) ② ♥

③) ③ ♠

④) ④ ▲

🎯 **정답: ② ♥**

📖 1단계: 전개도에서 ●이 중심면입니다. ★은 ●의 바로 아래, ■은 ★의 아래, ♥는 ■의 아래(맨 아래)입니다.

2단계: 접을 때 ●을 바닥으로 놓으면, ★은 앞면, ■은 윗면, ♥는 뒷면이 됩니다.

3단계: 앞면(★)의 맞은편은 뒷면(♥)입니다. 따라서 ★과 마주보는 면은 ♥입니다.

검증: ♠은 왼쪽면, ▲은 오른쪽면이므로 서로 마주봅니다.

🧠 풀이 전략: 전개도 문제는 하나의 면을 기준으로 잡고, 각 면이 접혔을 때 어느 위치에 오는지 추적합니다. '한 칸 건너'가 마주보는 면이라는 규칙을 활용하세요.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지 서로 다른 모양이 있어요!

Q133 소수 연산과 추정

1 ÷ 11 = 0.090909...입니다. 이 순환소수에서 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 무엇일까요?

①) ① 0

②) ② 9

③) ③ 1

④) ④ 알 수 없다

🎯 **정답: ② 9**

📖 1단계: 1÷11 = 0.090909...에서 순환마디는 '09'로 길이가 2입니다.

2단계: 소수점 아래 자릿수의 위치는 자릿수를 마디 길이 2로 나눈 나머지로 정합니다. 50 ÷ 2 = 25, 나머지 0.

3단계: 나머지가 0이면 순환마디의 마지막(2번째) 숫자입니다. 순환마디 '09'의 2번째는 9입니다.

4단계: 위치로도 확인하면 홀수번째 자리=0, 짝수번째 자리=9이고 50은 짝수이므로 9입니다.

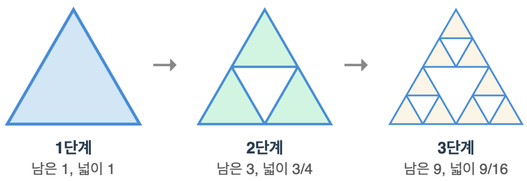
따라서 정답은 ② 9입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수 문제는 순환마디를 찾고, 구하려는 자릿수를 마디 길이로 나눈 나머지로 위치를 결정합니다. 나머지가 0이면 마디의 마지막 숫자입니다.

💡 1/11, 2/11, 3/11... 의 순환마디는 각각 09, 18, 27...로 9의 배수 패턴을 보여요!

Q134 융합·탐구 문제

한 변이 1cm인 정삼각형 안에 각 변의 중점을 연결하여 작은 정삼각형 4개를 만듭니다. 가운데 역삼각형을 제거하고, 남은 3개의 삼각형에 같은 과정을 반복합니다. 두 번째 반복 후 남아있는 삼각형은 모두 몇 개이고, 남은 전체 넓이는 원래의 몇 분의 몇일까요?



①) ① 6개, 3/8
②) ② 9개, 9/16
③) ③ 9개, 3/4
④) ④ 12개, 3/4

🎯 **정답: ② 9개, 9/16**

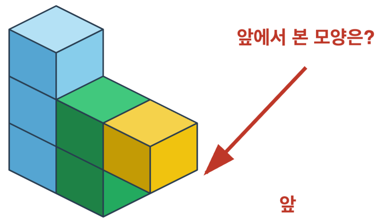
📖 1단계: 처음 정삼각형을 4등분하고 가운데 1개를 빼면 3개가 남습니다. 각 삼각형의 넓이는 원래의 1/4이므로, 남은 넓이 = 3/4.
2단계: 남은 3개 각각에 같은 과정을 적용하면, 각각 3개씩 남아 총 3×3 = 9개.
3단계: 각 삼각형의 넓이는 원래의 1/4 × 1/4 = 1/16. 총 남은 넓이 = 9 × 1/16 = 9/16.
따라서 9개의 삼각형이 남고, 넓이는 원래의 9/16입니다.

🧠 풀이 전략: 프랙탈(시에르핀스키 삼각형) 문제는 각 단계에서 '개수 ×3, 각 넓이 ×1/4' 규칙을 적용합니다. 전체 넓이는 (3/4)^n으로 계산합니다.

💡 이것을 무한히 반복하면 '시에르핀스키 삼각형'이 되는데, 넓이가 0이지만 무한히 복잡한 모양이에요!

Q135 입체도형 추론

쌓기나무로 아래와 같은 입체를 만들었습니다. 위에서 본 모양은 ㄴ자(2×2에서 오른쪽 위 1칸 빠짐)이고, 각 칸에 쌓인 개수는 왼쪽 위 3개, 왼쪽아래 2개, 오른쪽아래 1개입니다. 앞에서 본 모양의 각 칸 높이를 왼쪽부터 차례로 쓰세요.



🎯 **정답: 왼쪽부터 3, 1 (앞에서 보면 같은 열에서 가장 높은 칸이 보이므로 왼쪽 열은 뒷줄 3개, 오른쪽 열은 1개)**

📖 1단계: 앞에서 보면 같은 세로 열(왼쪽/오른쪽)에 앞뒤로 놓인 칸들 중 가장 높은 칸의 높이가 보입니다.

2단계: 왼쪽 열에는 뒷줄 왼쪽위(3개)와 앞줄 왼쪽아래(2개)가 있어 더 높은 3이 보이고, 오른쪽 열에는 앞줄 오른쪽아래(1개)뿐이라 1이 보입니다.

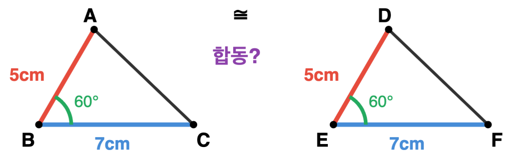
3단계: 따라서 앞에서 본 모양은 왼쪽부터 높이 3, 1입니다.

🧠 풀이 전략: 3방향 투영 전략: 각 방향에서 볼 때 같은 열(또는 행)에 있는 칸들 중 가장 높은 값이 보이는 높이가 된다. 앞에서 보면 각 열의 최댓값을 취한다.

💡 건축가들은 건물을 설계할 때 평면도(위), 정면도(앞), 측면도(옆) 이 세 가지를 반드시 그린답니다!

Q136 합동·대칭 심화

삼각형 ABC와 삼각형 DEF에 대해 다음 정보가 주어졌습니다: AB=DE=5cm, BC=EF=7cm, ∠B=∠E=60°. 두 삼각형은 합동이라고 할 수 있을까요? 합동이라면 어떤 합동 조건에 해당하나요?



①) ① 합동이다 (SSS 조건)

②) ② 합동이다 (SAS 조건)

③) ③ 합동이다 (ASA 조건)

④) ④ 합동이라고 할 수 없다

🎯 **정답: ② 합동이다 (SAS 조건)**

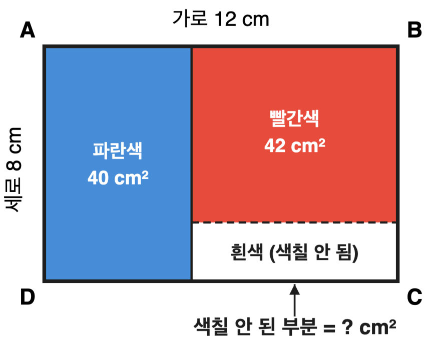
📖 1단계: SSS는 세 변이 모두 같아야 하므로 해당하지 않습니다 (세 번째 변 정보 없음).
2단계: SAS 조건은 '두 변과 그 끼인각'이 같으면 합동입니다. AB=DE, BC=EF이고, 이 두 변 사이의 끼인각 ∠B=∠E이므로 SAS 조건을 만족합니다.
3단계: ASA는 '두 각과 그 끼인변'이므로 해당하지 않습니다. 따라서 SAS 합동입니다.

🧠 풀이 전략: 합동 조건 판별 전략: 주어진 정보를 정리한 뒤, 각 합동 조건(SSS, SAS, ASA)에 대입하여 어느 조건을 만족하는지 확인한다. 핵심은 '끼인각'인지 여부를 판단하는 것.

💡 삼각형 합동 조건은 고대 그리스 수학자 유클리드가 《원론》에서 처음 체계적으로 증명했어요!

Q137 융합·탐구 문제

직사각형 ABCD의 가로는 12cm, 세로는 8cm입니다. 이 직사각형의 넓이의 5/12에 해당하는 부분에 파란색을 칠하고, 나머지의 3/4에 빨간색을 칠했습니다. 색칠되지 않은 부분의 넓이는 몇 cm²인가요?



①) ① 7 cm²

②) ② 14 cm²

③) ③ 21 cm²

④) ④ 28 cm²

🎯 **정답: ② 14 cm²**

📖 1단계: 직사각형 전체 넓이 = 12 × 8 = 96 cm².

2단계: 파란색 부분 = 96 × 5/12 = 40 cm². 나머지 = 96 - 40 = 56 cm².

3단계: 빨간색 부분 = 56 × 3/4 = 42 cm². 색칠 안 된 부분 = 56 - 42 = 14 cm².

🧠 풀이 전략: 분수의 분수(연쇄 비율) 전략: 전체에서 일부를 먼저 빼고, 남은 것의 일부를 다시 빼는 2단계 분수 연산. '나머지의 3/4'를 '전체의 3/4'로 착각하는 함정에 주의.

💡 이런 문제는 '부분의 부분' 개념으로, 케이크를 나눈 뒤 남은 조각을 또 나누는 것과 같아요!

Q138 분수 연산 추론

□ 안에 들어갈 수 있는 자연수를 모두 구하세요: 1/3 < □/7 < 2/3

🎯 **정답: □ = 3, 4**

📖 1단계: 1/3 < □/7에서 양변에 7을 곱하면 7/3 < □, 즉 2.33... < □이므로 □ ≥ 3.

2단계: □/7 < 2/3에서 양변에 7을 곱하면 □ < 14/3, 즉 □ < 4.66...이므로 □ ≤ 4.

3단계: □는 자연수이므로 □ = 3 또는 □ = 4. 검산: 3/7 ≈ 0.428 (1/3=0.333보다 크고 2/3=0.666보다 작음 ✓), 4/7 ≈ 0.571 (역시 범위 안 ✓). 따라서 □ = 3, 4.

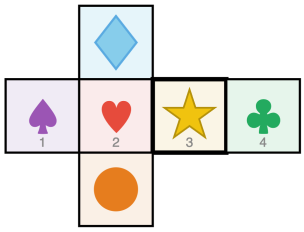
🧠 풀이 전략: 분수 부등식 전략: 양변에 분모를 곱해 정수 범위로 변환한 뒤, 자연수 조건을 적용한다. 각 경계가 포함인지 미포함인지 주의.

💡 부등식에서 양변에 같은 양수를 곱해도 부등호 방향이 바뀌지 않아요. 하지만 음수를 곱하면 방향이 뒤집힌답니다!

Q139 입체도형 추론

아래 전개도를 접어서 정육면체를 만들 때, ★ 표시가 있는 면과 마주 보는 면에 적힌 기호는 무엇인가요? 전개도는 1자형(일렬 4칸)에 두 번째 칸 위와 아래에 각각 1칸씩 붙은 형태입니다. 일렬 왼쪽부터 ♠, ♥, ★, ♣이고, ♥ 위에 ◆, ♥ 아래에 ●가 있습니다.

정육면체 전개도



★ 표시 면과 마주 보는 면은?

(가로 4칸은 띠가 되어 두 칸 떨어진 면끼리 마주봄)

①) ① ♠
②) ② ♥
③) ③ ◆
④) ④ ●

🎯 **정답: ① ♠**

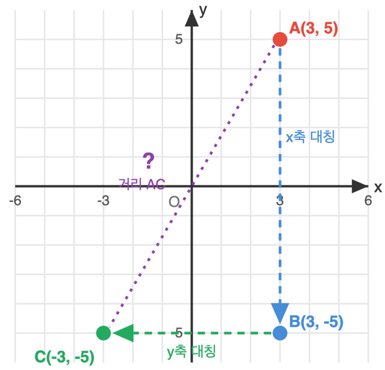
📖 1단계: 가로 일렬 4칸(♠-♥-★-♣)은 접으면 정육면체를 한 바퀴 두르는 띠가 됩니다. 띠에서는 두 칸 떨어진 면끼리 서로 마주봅니다.
2단계: 따라서 1번째 ♠와 3번째 ★가 마주보고, 2번째 ♥와 4번째 ♣가 마주봅니다. (양 끝의 ♠와 ♣는 마주보는 것이 아니라 서로 이웃입니다.)
3단계: ♥를 바닥으로 놓으면 ◆가 뒷면, ●가 앞면, ♠가 왼쪽면, ★이 오른쪽면, ♣이 윗면이 됩니다. 따라서 ★(오른쪽)의 맞은편은 ♠(왼쪽)입니다.

🧠 풀이 전략: 전개도 접기 전략: 한 면을 바닥으로 고정하고, 나머지 면이 어느 방향으로 접히는지 하나씩 추적한다. 가운데 면을 바닥으로 잡으면 상하좌우가 자연스럽게 결정된다.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지 서로 다른 모양이 있어요!

Q140 합동·대칭 심화

좌표 평면에서 점 A(3, 5)를 x축에 대해 대칭시킨 점을 B라 하고, 점 B를 다시 y축에 대해 대칭시킨 점을 C라 합니다. 점 A와 점 C 사이의 거리를 바르게 나타낸 것을 고르세요. (단, 한 칸의 길이는 1입니다)



①) ① √(36+100)

②) ② √(100+36)

③) ③ √136

④) ④ ①, ②, ③ 모두 옳다 (셋 다 √136, 약 11.66)

🎯 **정답: ④ ①, ②, ③ 모두 옳다 (셋 다 √136, 약 11.66)**

📖 1단계: A(3,5)를 x축 대칭 → B(3,-5). x축 대칭은 y좌표의 부호만 바꿉니다.

2단계: B(3,-5)를 y축 대칭 → C(-3,-5). y축 대칭은 x좌표의 부호만 바꿉니다.

3단계: A(3,5)와 C(-3,-5) 사이 거리 = $\sqrt{(3-(-3))^2+(5-(-5))^2}$ = $\sqrt{6^2+10^2}$ = √(36+100) = √(100+36) = √136 ≈ 11.66.

보기 ① √(36+100), ② √(100+36), ③ √136은 표현만 다를 뿐 모두 같은 값이므로, '셋 다 옳다'는 ④가 정답입니다.

🧠 풀이 전략: 연속 대칭 변환 + 좌표 거리 전략: 각 대칭 변환의 규칙(x축 대칭: y부호 변경, y축 대칭: x부호 변경)을 순서대로 적용한 뒤, 두 점 사이 거리 공식을 사용한다.

💡 x축 대칭 후 y축 대칭은 원점 대칭과 같은 결과를 만들어요! A(3,5)의 원점 대칭은 (-3,-5)로 C와 같죠!

Q141 논리·전략 심화

1부터 20까지의 수가 적힌 카드 20장이 있습니다. 두 사람이 번갈아 카드를 가져가는데, 한 번에 1장, 2장, 또는 3장을 연속으로 가져갈 수 있습니다. 마지막 카드를 가져가는 사람이 집니다. 먼저 하는 사람이 이기려면 처음에 몇 장을 가져가야 할까요?

①) ① 1장

②) ② 2장

③) ③ 3장

④) ④ 먼저 하는 사람은 반드시 진다

🎯 **정답: ③ 3장**

📖 1단계: 마지막 카드를 가져가면 지므로, 상대에게 1장을 남기면 이깁니다.

2단계: 상대에게 '나머지를 4의 배수+1'장으로 남기면 항상 이깁니다. 상대가 k장(1~3)을 가져가면 나는 4-k장을 가져가서 매번 4장씩 줄일 수 있기 때문입니다.

3단계: 20장에서 4의 배수+1 = 17, 13, 9, 5, 1. 처음에 20-17=3장을 가져가면, 남은 17장에서 상대가 무엇을 하든 나는 항상 4의 배수+1로 유지할 수 있어 최종 승리합니다.

🧠 풀이 전략: 역방향 게임 전략: '지는 위치'에서 거꾸로 올라가며 '이기는 위치'를 찾는다. 마지막 1장이 지는 위치이므로, 4k+1 형태가 모두 상대에게 넘겨야 할 '지는 수'가 된다.

💡 이런 게임을 '바쉐 게임(Bachet's game)'이라고 해요. 프랑스 수학자 바쉐가 1612년에 처음 분석했답니다!

Q142 융합·탐구 문제

다음 분수의 합을 구하세요: 1/(1×2) + 1/(2×3) + 1/(3×4) + 1/(4×5) + 1/(5×6)

①) ① 4/6

②) ② 5/6

③) ③ 5/7

④) ④ 6/7

🎯 **정답: ② 5/6**

📖 1단계: 부분분수 분해를 사용합니다. 1/(n×(n+1)) = 1/n - 1/(n+1).

2단계: 따라서 합 = (1/1-1/2) + (1/2-1/3) + (1/3-1/4) + (1/4-1/5) + (1/5-1/6).

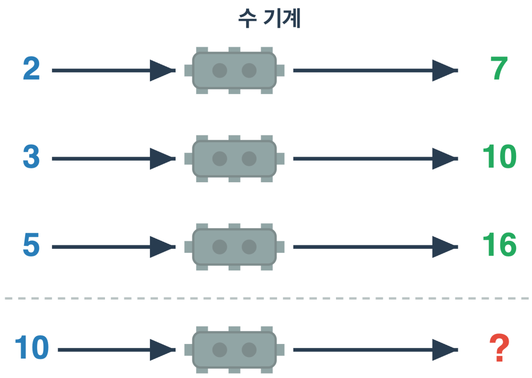
3단계: 중간 항들이 모두 상쇄되어(텔레스코핑) 1/1 - 1/6 = 5/6만 남습니다.

🧠 풀이 전략: 텔레스코핑 합 전략: 각 항을 두 분수의 차로 분해하면 연속된 항끼리 상쇄되어 처음과 마지막만 남는다. 핵심은 1/(n(n+1)) = 1/n - 1/(n+1) 공식을 발견하는 것.

💡 이 방법을 '망원경 합(telescoping sum)'이라고 해요. 망원경처럼 접으면 양 끝만 남기 때문이죠!

Q143 규칙과 함수

어떤 기계에 수를 넣으면 규칙에 따라 다른 수가 나옵니다. 2를 넣으면 7, 3을 넣으면 10, 5를 넣으면 16이 나옵니다. 이 기계에 10을 넣으면 어떤 수가 나올까요?



①) ① 30

②) ② 31

③) ③ 32

④) ④ 33

🎯 **정답: ② 31**

📖 1단계: 입력과 출력의 관계를 찾습니다. 2→7: 차이 5. 3→10: 차이 7. 5→16: 차이 11. 차이가 일정하지 않으므로 단순 덧셈이 아닙니다.

2단계: 곱셈+덧셈을 시도합니다. 2×3+1=7 ✓, 3×3+1=10 ✓, 5×3+1=16 ✓. 규칙: □×3+1.

3단계: 10×3+1 = 31.

🧠 풀이 전략: 함수 규칙 발견 전략: 여러 입출력 쌍에서 공통 규칙을 찾는다. 덧셈 → 곱셈 → 곱셈+덧셈 순으로 시도하며, 모든 쌍에서 성립하는지 검증한다.

💡 이런 '함수 기계'는 중학교에서 배우는 일차함수 f(x)=3x+1의 기초가 되는 개념이에요!

Q144 자료와 확률 추론

주사위 두 개를 동시에 던질 때, 두 눈의 합이 8 이상이 될 가능성은 얼마인가요? 분수로 나타내세요.

①) ① 7/18

②) ② 5/18

③) ③ 13/36

④) ④ 15/36

🎯 **정답: ④ 15/36**

📖 1단계: 두 주사위의 모든 경우의 수 = 6×6 = 36가지.
2단계: 합이 8 이상인 경우를 셉니다.
- 합 8: (2,6)(3,5)(4,4)(5,3)(6,2) → 5가지
- 합 9: (3,6)(4,5)(5,4)(6,3) → 4가지
- 합 10: (4,6)(5,5)(6,4) → 3가지
- 합 11: (5,6)(6,5) → 2가지
- 합 12: (6,6) → 1가지

합계: 5+4+3+2+1 = 15가지.
3단계: 가능성 = 15/36입니다(약분하면 5/12). 격자표에서 센 15칸을 그대로 나타낸 ④ 15/36이 정답입니다.

🧠 풀이 전략: 체계적 경우 세기 전략: 표를 만들어 모든 경우를 빠짐없이 나열한 뒤, 조건을 만족하는 경우를 센다. 합이 k인 경우의 수가 규칙적으로 줄어드는 패턴을 이용하면 더 빠르다.

💡 주사위 두 개의 합 중 가장 자주 나오는 수는 7이에요. 6가지나 되거든요! 카지노에서 7이 특별한 이유랍니다.

Q145 소수 연산과 추정

0.125 × 0.8의 결과를 구하지 말고, 이 값이 0.1보다 큰지, 작은지, 아니면 같은지 먼저 판단하세요. 그리고 정확한 값을 구하세요.

①) ① 0.1보다 크다, 정확한 값은 0.15

②) ② 0.1보다 크다, 정확한 값은 0.1

③) ③ 0.1과 같다, 정확한 값은 0.1

④) ④ 0.1보다 작다, 정확한 값은 0.01

🎯 **정답: ③ 0.1과 같다, 정확한 값은 0.1**

📖 1단계: 어림 판단: 0.125는 1/8, 0.8은 4/5로 바꾸면 두 분수의 곱으로 정확히 따질 수 있습니다.
2단계: 0.125 × 0.8 = 1/8 × 4/5 = 4/40 = 1/10 = 0.1.
3단계: 계산 결과가 정확히 0.1이므로 이 값은 0.1보다 크지도 작지도 않고 0.1과 같습니다.
따라서 정답은 ③ '0.1과 같다, 정확한 값은 0.1'입니다.

🧠 풀이 전략: 어림 후 정확 계산 전략: 먼저 분수로 변환하여 크기를 어림한 뒤, 정확한 계산으로 확인한다. 소수×소수에서 '1보다 작은 수를 곱하면 줄어든다'는 원리를 활용.

💡 0.125 = 1/8이라는 것을 외워두면 소수 계산이 훨씬 빨라져요! 0.25=1/4, 0.375=3/8도 자주 쓰인답니다.

Q146 약수·배수 심화

두 자연수 A와 B의 최대공약수가 12이고 최소공배수가 180입니다. A+B의 값이 가장 작을 때, A×B의 값을 구하세요.

①) ① 2160

②) ② 3600

③) ③ 1800

④) ④ 2880

🎯 **정답: ① 2160**

📖 1단계: GCD×LCM = A×B이므로 A×B = 12×180 = 2160입니다.
2단계: A = 12a, B = 12b (a, b는 서로소)로 놓으면 12×a×b = 180이므로 a×b = 15입니다.
3단계: a×b = 15이고 서로소인 쌍은 (1,15), (3,5)입니다. A+B = 12(a+b)이므로 a+b가 최소인 (3,5)일 때 A=36, B=60, A×B = 2160입니다.

🧠 풀이 전략: GCD와 LCM의 곱 = 두 수의 곱이라는 성질을 이용하고, 서로소 조건을 활용하여 가능한 쌍을 나열한 뒤 합이 최소인 경우를 찾는 전략입니다.

💡 최대공약수×최소공배수 = 두 수의 곱이라는 성질은 소인수분해로 증명할 수 있어요!

Q147 분수 연산 추론

어떤 분수에서 1/4을 빼고, 그 결과에 3을 곱했더니 9/2가 되었습니다. 처음 분수를 구하세요.

①) ① 7/4

②) ② 11/12

③) ③ 3/2

④) ④ 5/4

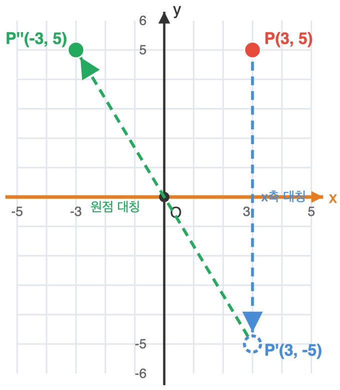
🎯 **정답: ① 7/4**

📖 1단계: 역순으로 추적합니다. 마지막 결과 9/2에서 3을 곱한 것을 되돌리면 (9/2)÷3 = 3/2입니다.
2단계: 1/4을 뺀 것을 되돌리면 3/2 + 1/4 = 6/4 + 1/4 = 7/4입니다.
3단계: 검산하면 7/4 - 1/4 = 6/4 = 3/2, 3/2 × 3 = 9/2 ✓

🧠 풀이 전략: 연산을 역순으로 되짚어가는 역추적(거꾸로 풀기) 전략을 사용합니다. 마지막 결과부터 각 연산의 역연산을 순서대로 적용합니다.

Q148 합동·대칭 심화

좌표 평면에서 점 P(3, 5)를 x축에 대해 대칭시킨 후, 그 점을 다시 원점에 대해 점대칭시켰습니다. 최종 점의 좌표를 구하세요.



①) ① (-3, 5)

②) ② (-3, -5)

③) ③ (3, -5)

④) ④ (-5, 3)

🎯 **정답: ① (-3, 5)**

📖 1단계: P(3, 5)를 x축 대칭하면 y좌표만 부호가 바뀌어 P'(3, -5)가 됩니다.

2단계: P'(3, -5)를 원점 대칭하면 x, y 모두 부호가 바뀌어 P''(-3, 5)가 됩니다.

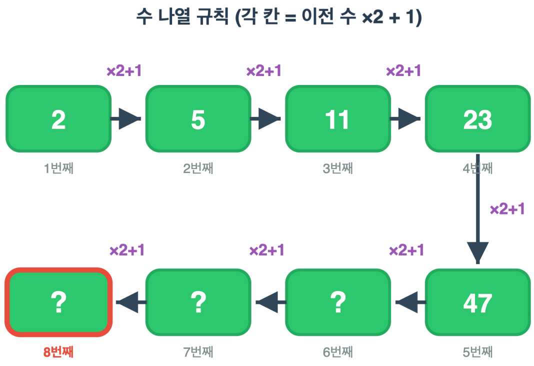
3단계: 흥미롭게도, x축 대칭 후 원점 대칭은 y축 대칭 한 번과 같은 결과입니다! (3,5)→(-3,5)

🧠 풀이 전략: 대칭 변환을 순서대로 적용하되, 각 대칭이 좌표에 미치는 규칙(x축 대칭: y부호 반전, 원점 대칭: x,y 모두 반전)을 정확히 적용하는 전략입니다.

💡 두 번의 대칭을 합성하면 하나의 대칭이나 회전으로 표현할 수 있어요. 이것을 '변환의 합성'이라고 합니다!

Q149 규칙과 함수

다음 규칙으로 수가 나열됩니다: 2, 5, 11, 23, 47, ... 이 규칙에서 8번째 수를 구하세요.



🎯 **정답: 383**

📖 1단계: 규칙을 찾습니다. 2→5(×2+1), 5→11(×2+1), 11→23(×2+1), 23→47(×2+1). 규칙은 '이전 수 ×2 + 1'입니다.
2단계: 계속 적용합니다. 6번째: 47×2+1 = 95, 7번째: 95×2+1 = 191
3단계: 8번째: 191×2+1 = 383입니다.

🧠 풀이 전략: 인접한 두 항의 관계를 찾는 전략입니다. 차이(3,6,12,24)가 등비수열인지, 비율(2.5, 2.2, 2.09...)이 수렴하는지 살펴보거나, ×a+b 형태의 점화식을 추측하여 검증합니다.

💡 이 수열의 일반항은 실은 3×2^(n-1) - 1로 표현할 수 있어요! 8번째: 3×128-1 = 383

Q150 분수 연산 추론

1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20 + 1/30의 값을 구하세요. (힌트: 각 분모를 두 연속 자연수의 곱으로 나타내 보세요)

①) ① 4/5
②) ② 5/6
③) ③ 7/8
④) ④ 9/10

🎯 **정답: ② 5/6**

📖 1단계: 분모를 분석합니다. 2=1×2, 6=2×3, 12=3×4, 20=4×5, 30=5×6.
2단계: 1/(n(n+1)) = 1/n - 1/(n+1)이므로: 1/2 = 1-1/2, 1/6 = 1/2-1/3, 1/12 = 1/3-1/4, 1/20 = 1/4-1/5, 1/30 = 1/5-1/6.
3단계: 더하면 중간 항이 모두 상쇄되어 1 - 1/6 = 5/6입니다.

🧠 풀이 전략: 분모가 연속 자연수의 곱 형태임을 인식하고, 부분분수 분해를 통해 텔레스코핑(상쇄) 합으로 변환하는 전략입니다. 이 기법을 알면 아무리 많은 항이 있어도 쉽게 구할 수 있습니다.

💡 이런 상쇄 합을 '텔레스코핑 합'이라 부르는데, 망원경(telescope)처럼 쭉 접히며 줄어든다는 뜻이에요!

Q151 약수·배수 심화

72의 약수 중에서 짝수인 것은 모두 몇 개인가요?

①) ① 6개
②) ② 8개
③) ③ 9개
④) ④ 10개

🎯 **정답: ③ 9개**

📖 1단계: 72를 소인수분해하면 $72 = 2^3 \times 3^2$입니다.
2단계: 72의 전체 약수 개수는 $(3+1)\times(2+1) = 12$개입니다.
3단계: 홀수 약수는 2의 지수가 0인 경우이므로 3^2의 약수인 1, 3, 9로 3개입니다. 따라서 짝수 약수는 $12 - 3 = 9$개입니다.

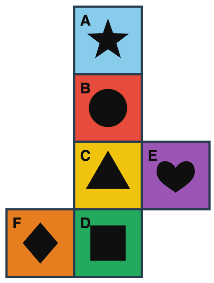
🧠 풀이 전략: 전체에서 여사건(홀수 약수)을 빼는 전략입니다. 소인수분해 후 약수 개수 공식을 활용하고, 짝수 약수를 직접 세기보다 홀수 약수(2^0인 경우)를 세서 빼는 것이 효율적입니다.

💡 약수 개수 공식 (a+1)(b+1)...은 각 소인수의 지수를 0부터 최대값까지 선택하는 경우의 수와 같아요!

Q152 입체도형 추론

정육면체의 한 전개도가 아래와 같습니다. 세로로 4개의 면 A-B-C-D가 한 줄로 놓여 있고, 그 양옆에 각각 한 면씩 더 붙어 있습니다. '★'이 그려진 A면을 접었을 때, '★'의 맞은편 면에 그려진 기호는 무엇인가요?

정육면체 전개도



A면(★)의 맞은편 면의 기호는?

①) ① ●
②) ② ▲
③) ③ ■
④) ④ ◆

🎯 **정답: ② ▲**

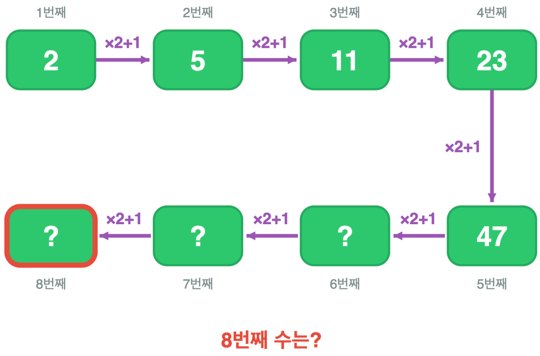
📖 1단계: 세로로 한 줄로 놓인 네 면 A-B-C-D는 정육면체의 옆면을 한 바퀴 두르는 '띠'를 이룹니다.
2단계: 네 면이 띠를 이룰 때는 서로 두 칸 떨어진 면끼리 마주봅니다. 따라서 A의 맞은편은 C, B의 맞은편은 D입니다. (바로 옆 칸은 이웃한 면이므로 맞은편이 될 수 없습니다.)
3단계: A에는 ★, C에는 ▲가 그려져 있으므로 ★의 맞은편 면의 기호는 ▲입니다. (남은 두 면 E와 F는 띠의 위아래를 막는 면으로 서로 마주봅니다.)

🧠 풀이 전략: 전개도에서 기준면을 정하고 접는 방향을 추적하는 전략입니다. 일직선으로 4칸이면 1번째와 4번째가 맞은편이 아니라, 2번째를 기준으로 1번째(위)와 반대편(아래)을 찾아야 합니다. 세로 4칸에서 한 면을 기준으로 잡고 체계적으로 접어봅니다.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지가 있는데, 어떤 전개도든 맞은편 면 찾기 규칙은 '같은 줄에서 한 칸 건너'입니다!

Q153 규칙과 함수

수열 2, 5, 11, 23, 47, ...에서 각 항은 이전 항을 이용해 만들어집니다. 규칙을 찾아 8번째 항을 구하세요.



🎯 **정답: 383**

📖 1단계: 규칙을 찾습니다. 2→5(×2+1), 5→11(×2+1), 11→23(×2+1), 23→47(×2+1). 규칙은 '이전 수 ×2 + 1'입니다.

2단계: 6번째 = 47×2+1 = 95, 7번째 = 95×2+1 = 191

3단계: 8번째 = 191×2+1 = 383

4단계: 일반항으로도 확인: $a_n = 3\times2^{n-1} - 1$이므로 $a_8 = 3\times128 - 1 = 383$ ✓

🧠 풀이 전략: 인접 두 항의 관계를 추측(×a+b 형태)하여 검증한 뒤 반복 적용하는 전략입니다. 일반항 공식을 세우면 큰 번째 항도 바로 구할 수 있습니다.

💡 이 수열의 일반항 $3\times2^{n-1}-1$은 메르센 수(2^n-1)와 비슷한 형태예요. 메르센 소수는 암호학에서 아주 중요하답니다!

Q154 분수 연산 추론

1/(1×2) + 1/(2×3) + 1/(3×4) + 1/(4×5) + ... + 1/(9×10)의 값을 구하세요.

①) ① 9/10

②) ② 8/9

③) ③ 4/5

④) ④ 10/11

🎯 **정답: ① 9/10**

📖 1단계: 각 항을 부분분수로 분해합니다. 1/(n(n+1)) = 1/n - 1/(n+1)

2단계: 전개하면 (1/1 - 1/2) + (1/2 - 1/3) + (1/3 - 1/4) + ... + (1/9 - 1/10)

3단계: 연속된 항이 서로 상쇄(텔레스코핑)되어 처음 1/1과 마지막 -1/10만 남습니다.

4단계: 따라서 합 = 1 - 1/10 = 9/10입니다.

🧠 풀이 전략: 분모가 연속 자연수의 곱인 분수의 합을 구할 때, 부분분수 분해(1/(n(n+1)) = 1/n - 1/(n+1))를 적용하면 중간 항들이 상쇄되는 텔레스코핑 합이 됩니다.

💡 항의 수를 무한히 늘리면 1/(1×2) + 1/(2×3) + 1/(3×4) + ... = 1에 한없이 가까워져요!

Q155 약수·배수 심화

72의 약수는 모두 12개입니다. 이 중 짝수인 약수는 몇 개인가요?

①) ① 6개

②) ② 8개

③) ③ 9개

④) ④ 10개

🎯 **정답: ③ 9개**

📖 1단계: 72를 소인수분해하면 $72 = 2^3 \times 3^2$입니다.

2단계: 전체 약수 개수 = $(3+1)\times(2+1)$ = 12개입니다.

3단계: 홀수 약수는 2의 지수가 0인 경우, 즉 3^2의 약수뿐입니다: 1, 3, 9로 3개입니다.

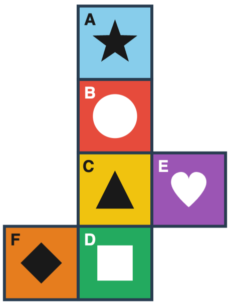
4단계: 짝수 약수 = 전체 12 - 홀수 3 = 9개입니다. (②번 8개는 직접 세다가 하나 빠뜨리기 쉬운 함정)

🧠 풀이 전략: 직접 짝수 약수를 나열하면 실수하기 쉬우므로, '전체 - 홀수(여사건)'으로 구하는 전략이 효율적입니다. 홀수 약수는 소인수 2를 포함하지 않는 약수이므로 2를 제외한 나머지 소인수의 약수 개수만 세면 됩니다.

💡 72는 1부터 100 사이에서 약수가 가장 많은 수 중 하나예요. 이런 수를 '고도합성수'와 비슷한 개념으로 연구한답니다!

Q156 입체도형 추론

정육면체 전개도가 있습니다. 세로로 A-B-C-D 4칸이 있고, C의 오른쪽에 E, D의 왼쪽에 F가 붙어 있습니다. 각 면에 기호가 적혀 있을 때, ★(A면)의 맞은편 면의 기호를 구하세요.



★의 맞은편은?

①) ① ● (B면)

②) ② ▲ (C면)

③) ③ ■ (D면)

④) ④ ◆ (F면)

🎯 **정답: ② ▲ (C면)**

📖 1단계: 세로로 놓인 네 면 A-B-C-D는 정육면체의 옆면을 한 바퀴 두르는 '띠'를 이룹니다. 띠를 이루는 네 면에서는 서로 두 칸 떨어진 면끼리 마주봅니다.

2단계: 따라서 A의 맞은편은 C, B의 맞은편은 D이고, 바로 이웃한 면은 맞은편이 될 수 없습니다.

3단계: 남은 두 면 E(C의 오른쪽)와 F(D의 왼쪽)는 띠의 위아래를 막는 면으로 서로 마주봅니다.

4단계: A에는 ★, C에는 ▲가 있으므로 ★(A면)의 맞은편 면의 기호는 ▲(C면)입니다.

🧠 풀이 전략: 전개도에서 한 면을 바닥으로 고정하고 나머지 면이 어느 방향으로 접히는지 추적하는 전략입니다. 좌표를 붙여 체계적으로 접는 방향을 판단하면 실수를 줄일 수 있습니다.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지인데, 어떤 형태든 맞은편 면 쌍은 항상 3쌍으로 동일합니다!

Q157 논리·전략 심화

바둑돌 31개가 있습니다. 두 사람이 번갈아 가며 1개, 2개, 또는 3개씩 가져갑니다. 마지막 돌을 가져가는 사람이 지는 게임입니다. 먼저 시작하는 사람이 이기려면 처음에 몇 개를 가져가야 할까요?

①) ① 1개

②) ② 2개

③) ③ 3개

④) ④ 먼저 하는 사람은 반드시 진다

🎯 **정답: ② 2개**

📖 1단계: 마지막 돌을 가져가면 지므로, 상대 차례에 정확히 1개를 남기면 내가 이깁니다.
2단계: 상대가 k개(1~3)를 가져가면 나는 (4-k)개를 가져가서 매 라운드 합 4개씩 줄일 수 있습니다. 따라서 상대 차례에 1, 5, 9, 13, ..., 즉 4n+1개를 남기면 승리합니다.
3단계: 31에서 가장 가까운 4n+1 = 29 (n=7). 31 - 29 = 2개를 첫 수로 가져가면 됩니다.
4단계: 이후 상대가 k개를 가져갈 때마다 나는 (4-k)개를 가져가면 25→21→17→13→9→5→1 순서로 줄여서 상대에게 1개를 남깁니다.

🧠 풀이 전략: '마지막 돌 = 패배' 변형 님 게임에서 패배 위치(4n+1)를 역으로 추적하는 전략입니다. 31 mod 4 = 3이므로 31은 패배 위치가 아니고, 2개를 빼면 패배 위치 29에 도달합니다.

💡 이 게임은 '님(Nim) 게임'의 변형으로, 1901년 수학자 스프레이그가 완전한 필승 전략을 증명했어요!

Q158 소수 연산과 추정

0.7 × 0.7의 값은 0.49입니다. 그렇다면 0.7 × 0.7 × 0.7의 값은 다음 중 어느 범위에 있을까요?

①) ① 0.3보다 작다

②) ② 0.3 이상 0.35 미만

③) ③ 0.35 이상 0.4 미만

④) ④ 0.4 이상 0.5 미만

🎯 **정답: ② 0.3 이상 0.35 미만**

📖 1단계: 0.7 × 0.7 = 0.49임이 주어졌습니다.
2단계: 0.7 × 0.7 × 0.7 = 0.49 × 0.7을 계산합니다.
3단계: 0.49 × 0.7 = 0.343입니다. 0.3 ≤ 0.343 < 0.35이므로 ②번입니다.
4단계: 함정 — 0.7을 세 번 곱하면 0.7에 가까울 거라고 생각하면 ④를 고르기 쉽지만, 1보다 작은 수를 반복 곱하면 빠르게 줄어듭니다.

🧠 풀이 전략: 1보다 작은 소수를 거듭제곱하면 값이 점점 작아지는 성질을 이해하고, 단계적으로 곱하여 범위를 추정하는 전략입니다.

💡 0.7을 계속 곱하면 10번째엔 약 0.028이 돼요. 1보다 작은 수의 거듭제곱은 놀랍도록 빠르게 0에 가까워집니다!

Q159 자료와 확률 추론

주사위 2개를 동시에 던질 때, 두 눈의 합이 7이 될 확률과 합이 8이 될 확률 중 어느 것이 더 클까요? 그 이유를 경우의 수로 설명하세요.

빨강(합7) vs 파랑(합8): 어느 쪽이 더 많을까?

→ 6칸 > 5칸 이므로 ① 합 7이 더 크다

①) ① 합 7이 더 크다
②) ② 합 8이 더 크다
③) ③ 두 확률은 같다
④) ④ 비교할 수 없다

🎯 **정답: ① 합 7이 더 크다**

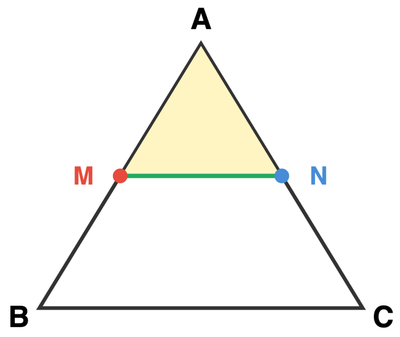
📖 1단계: 주사위 2개의 전체 경우의 수 = 6×6 = 36가지입니다.
2단계: 합이 7인 경우 — (1,6)(2,5)(3,4)(4,3)(5,2)(6,1) = 6가지, 확률 = 6/36 = 1/6
3단계: 합이 8인 경우 — (2,6)(3,5)(4,4)(5,3)(6,2) = 5가지, 확률 = 5/36
4단계: 6/36 > 5/36이므로 합이 7일 확률이 더 큽니다. 핵심 이유: 7은 (a, 7-a) 형태로 a가 1~6 모두 가능하지만, 8은 a가 2~6만 가능해서 경우가 하나 적습니다.

🧠 풀이 전략: 표를 만들어 체계적으로 모든 경우를 세는 전략입니다. '비슷해 보이는 두 사건'의 확률을 비교할 때는 반드시 경우의 수를 직접 나열해야 합니다.

💡 주사위 2개의 합 중 7이 가장 높은 확률(1/6)을 가져요. 이래서 보드게임에서 7이 특별한 숫자로 쓰이는 거랍니다!

Q160 합동·대칭 심화

정삼각형 ABC에서 변 AB의 중점을 M, 변 AC의 중점을 N이라 합니다. 삼각형 AMN과 삼각형 ABC는 합동인가요, 닮음인가요? 그 이유와 함께 넓이의 비를 구하세요.



AMN과 ABC의 관계는?

①) ① 합동, 넓이비 1:1

②) ② 닮음, 넓이비 1:2

③) ③ 닮음, 넓이비 1:4

④) ④ 합동도 닮음도 아니다

🎯 **정답: ③ 닮음, 넓이비 1:4**

📖 1단계: AM = AB/2, AN = AC/2이고 끼인각 ∠A는 공통이므로 삼각형 AMN과 ABC는 SAS 닮음입니다.
2단계: 닮음비(대응변의 비)는 AM:AB = 1:2입니다.
3단계: 넓이비는 닮음비의 제곱이므로 $1^2:2^2$ = 1:4입니다.
4단계: ②번 1:2는 변의 비를 넓이의 비로 착각한 흔한 실수입니다. 합동은 크기가 같아야 하므로 ①도 오답입니다.

🧠 풀이 전략: 중점 연결 삼각형의 닮음 관계를 SAS 닮음 조건으로 확인하고, '닮음비의 제곱 = 넓이비'라는 핵심 성질을 적용하는 전략입니다.

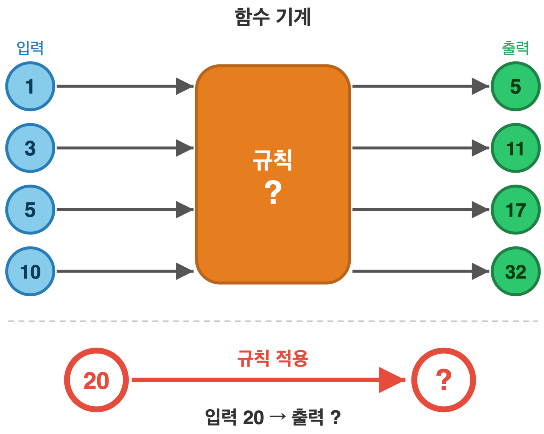
💡 삼각형의 세 변의 중점을 연결하면 원래 삼각형과 닮음인 삼각형 4개로 나뉘어요. 이것을 '중점삼각형' 분할이라 합니다!

📝 초5 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q161 규칙과 함수

함수 기계에 수를 넣으면 규칙에 따라 결과가 나옵니다. 입력 1→출력 5, 입력 3→출력 11, 입력 5→출력 17, 입력 10→출력 32일 때, 입력 □에 대한 출력 규칙을 찾고 입력 20의 출력을 구하세요.



①) ① 60

②) ② 62

③) ③ 63

④) ④ 65

🎯 **정답: ② 62**

📖 1단계: 입출력 관계를 분석합니다. 1→5(+4), 3→11(+8), 5→17(+12)... 차이가 일정하지 않으므로 1차 함수 y=ax+b를 시도합니다.

2단계: 1→5에서 a+b=5, 3→11에서 3a+b=11. 빼면 2a=6, a=3, b=2. 규칙: y=3x+2

3단계: 검증 — 5→3×5+2=17 ✓, 10→3×10+2=32 ✓

4단계: 입력 20 → 3×20+2 = 62

🧠 풀이 전략: 입출력 쌍으로부터 일차함수 y=ax+b를 추정하는 전략입니다. 두 쌍으로 연립방정식을 세워 a, b를 구한 뒤 나머지 쌍으로 검증합니다.

💡 이런 함수 기계는 프로그래밍에서 '함수(function)'의 개념과 똑같아요. 입력을 넣으면 규칙대로 출력이 나오는 것이죠!

Q162 융합·탐구 문제

직사각형의 가로가 세로보다 4cm 길고, 둘레가 28cm입니다. 이 직사각형 넓이의 2/5에 해당하는 부분에 색칠하면 몇 cm^{2}를 칠해야 하나요?

①) ① 15 cm^2
②) ② 18 cm^2
③) ③ 21 cm^2
④) ④ 27 cm^2

🎯 **정답: ② 18 cm^2**

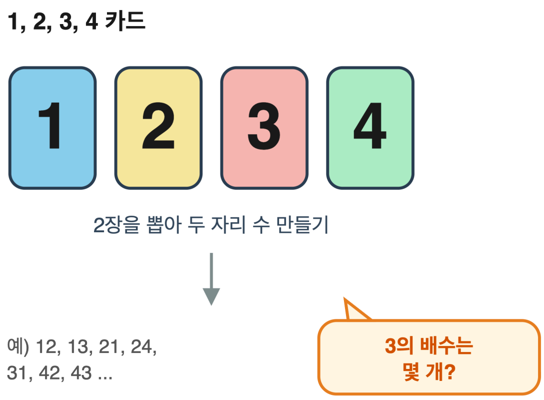
📖 1단계: 세로를 □ cm라 하면 가로는 (□+4) cm. 둘레 조건에서 2(□ + □+4) = 28이므로 4□+8 = 28, □ = 5.
2단계: 세로 5cm, 가로 9cm, 넓이 = 5×9 = 45 cm^2.
3단계: 넓이의 2/5 = 45 × 2/5 = 18 cm^2.
4단계: ④번 27은 넓이의 3/5를 구한 값으로, 2/5와 3/5를 혼동하는 함정입니다.

🧠 풀이 전략: 미지수를 세워 둘레 조건으로 변의 길이를 구한 뒤, 넓이를 계산하고 분수를 곱하는 다단계 융합 전략입니다. 조건 → 길이 → 넓이 → 분수 계산의 순서로 접근합니다.

💡 고대 이집트인들은 토지 넓이를 측정할 때 이렇게 분수를 사용했어요. 나일강 범람 후 땅을 다시 나누기 위해서였답니다!

Q163 자료와 확률 추론

1, 2, 3, 4가 각각 적힌 카드 4장이 있습니다. 이 중 2장을 뽑아 두 자리 수를 만들 때, 3의 배수가 되는 두 자리 수는 모두 몇 개입니까?



①) ①2개
②) ②3개
③) ③4개
④) ④6개

🎯 **정답: ③4개**

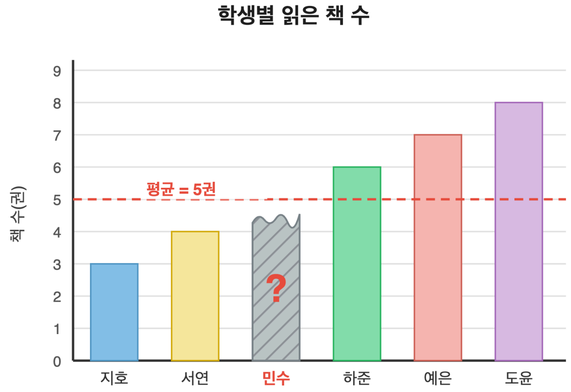
📖 1단계: 카드 2장으로 만들 수 있는 두 자리 수를 모두 나열합니다. 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43으로 총 12개입니다.
2단계: 3의 배수 판별법을 적용합니다. 각 자릿수의 합이 3의 배수이면 그 수는 3의 배수입니다.
3단계: 각 수를 확인합니다. 12(1+2=3✓), 21(2+1=3✓), 24(2+4=6✓), 42(4+2=6✓). 나머지는 자릿수 합이 4, 5, 7로 3의 배수가 아닙니다.
따라서 3의 배수는 12, 21, 24, 42로 4개입니다.

🧠 풀이 전략: 이 문제는 '체계적 나열'과 '배수 판별법'을 결합하여 풀어야 합니다. 먼저 순서가 있는 순열로 모든 경우를 빠짐없이 나열한 후, 3의 배수 판별법(자릿수 합이 3의 배수)을 적용하는 전략입니다.

💡 3의 배수 판별법은 9의 배수에도 똑같이 적용됩니다. 자릿수 합이 9의 배수이면 원래 수도 9의 배수입니다!

Q164 자료와 확률 추론

6명의 학생이 일주일간 읽은 책의 수를 막대그래프로 나타냈더니, 5명은 각각 3권, 4권, 6권, 7권, 8권이었고 민수의 막대는 가려져 보이지 않습니다. 6명의 평균이 5권일 때, 민수가 읽은 책은 몇 권입니까?



①) ①1권

②) ②2권

③) ③3권

④) ④4권

🎯 **정답: ②2권**

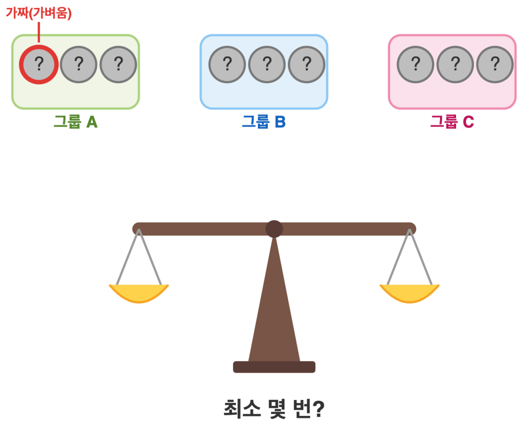
📖 1단계: 6명의 평균이 5권이므로, 전체 합 = 6 × 5 = 30권입니다.
2단계: 민수를 제외한 5명의 합 = 3 + 4 + 6 + 7 + 8 = 28권입니다.
3단계: 민수가 읽은 책 = 30 - 28 = 2권입니다.

🧠 풀이 전략: 평균 역산 문제입니다. '평균 × 인원수 = 전체 합'이라는 관계를 이용해 전체 합을 먼저 구하고, 알려진 값들의 합을 빼서 미지값을 구하는 전략입니다.

💡 이 문제에서 6명 중 평균(5권) 이상인 학생은 3명뿐입니다. 평균이라고 해서 '대부분이 그 정도'라는 뜻은 아닙니다!

Q165 논리·전략 심화

겉보기에 똑같은 동전 9개가 있습니다. 이 중 1개만 가짜로, 진짜보다 가볍습니다. 양팔 저울만 사용하여 가짜 동전을 찾으려면 최소 몇 번 재야 합니까?



①) ①1번

②) ②2번

③) ③3번

④) ④4번

🎯 **정답: ②2번**

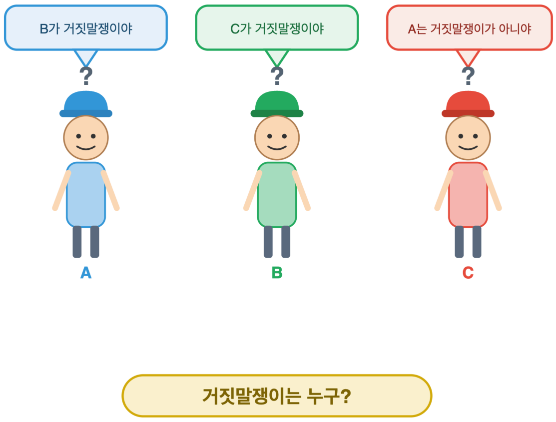
📖 1단계: 동전을 3개씩 세 그룹(A, B, C)으로 나눕니다.
2단계(1회 측정): A그룹과 B그룹을 저울에 올립니다. 한쪽이 올라가면 그 그룹에 가짜가 있고, 수평이면 C그룹에 가짜가 있습니다.
3단계(2회 측정): 가짜가 있는 3개 중 1개씩 2개를 저울에 올립니다. 한쪽이 올라가면 그것이 가짜, 수평이면 올리지 않은 나머지 1개가 가짜입니다.
따라서 최소 2번이면 반드시 찾을 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 이 문제는 '3진 탐색(삼분법)' 전략을 사용합니다. 양팔 저울은 한 번 측정에 3가지 결과(왼쪽↓, 수평, 오른쪽↓)를 줍니다. 따라서 매 측정마다 후보를 1/3로 줄일 수 있어, 9개 → 3개 → 1개로 2번이면 충분합니다.

💡 이 논리를 확장하면, 양팔 저울 n번으로 최대 3^n개의 동전에서 가짜를 찾을 수 있습니다. 3번이면 27개까지 가능합니다!

Q166 논리·전략 심화

A, B, C 세 사람 중 정확히 한 명만 항상 거짓말을 합니다(나머지는 항상 진실). A가 말했습니다: "B가 거짓말쟁이야." B가 말했습니다: "C가 거짓말쟁이야." C가 말했습니다: "A는 거짓말쟁이가 아니야." 거짓말쟁이는 누구입니까?



①) ①A

②) ②B

③) ③C

④) ④알 수 없다

🎯 **정답: ②B**

📖 1단계: A가 거짓말쟁이라고 가정합니다. A의 말이 거짓 → B는 거짓말쟁이가 아님. B의 말이 진실 → C가 거짓말쟁이. 그러면 A와 C 두 명이 거짓말쟁이가 되어 '한 명만' 조건에 모순됩니다.
2단계: B가 거짓말쟁이라고 가정합니다. B의 말이 거짓 → C는 거짓말쟁이가 아님. A의 말 'B가 거짓말쟁이'는 진실 → A는 진실쟁이. C의 말 'A는 거짓말쟁이가 아니야'도 진실 → C는 진실쟁이. 모순 없이 성립합니다!
3단계: C가 거짓말쟁이라고 가정합니다. C의 말이 거짓 → A는 거짓말쟁이. 그러면 A와 C 두 명이 거짓말쟁이가 되어 모순입니다.
따라서 거짓말쟁이는 B입니다.

🧠 풀이 전략: 이 문제는 '경우 나누기(가정-검증법)'으로 풀어야 합니다. 각 사람이 거짓말쟁이라고 가정하고, 그 가정에서 다른 사람들의 말이 모순 없이 성립하는지 하나씩 확인하는 전략입니다.

💡 이런 유형의 문제를 '기사와 악당 퍼즐'이라고 하며, 수학자 레이먼드 스멀리안이 많은 변형을 만들었습니다.

Q167 분수 연산 추론

고대 이집트에서는 모든 분수를 분자가 1인 분수(단위분수)의 합으로 나타냈습니다. 2/7를 서로 다른 두 단위분수의 합으로 나타낸 것으로 옳은 것은?

①) ①1/4 + 1/28

②) ②1/5 + 1/35

③) ③1/3 + 1/21

④) ④1/4 + 1/14

🎯 **정답: ①1/4 + 1/28**

📖 1단계: 각 보기를 통분하여 확인합니다.
2단계: ①번 1/4 + 1/28 = 7/28 + 1/28 = 8/28 = 2/7 ✓
②번 1/5 + 1/35 = 7/35 + 1/35 = 8/35 ≠ 2/7(=10/35) ✗
③번 1/3 + 1/21 = 7/21 + 1/21 = 8/21 ≠ 2/7(=6/21) ✗
④번 1/4 + 1/14 = 7/28 + 2/28 = 9/28 ≠ 2/7(=8/28) ✗
3단계: 풀이법으로는, 2/7 = 1/4 + (2/7 - 1/4) = 1/4 + (8/28 - 7/28) = 1/4 + 1/28로 구할 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 단위분수 분해 문제는 '적당한 단위분수를 빼고 나머지를 확인'하는 전략을 씁니다. 2/7보다 작은 단위분수 1/4를 빼면 나머지가 1/28으로 딱 떨어지는지 확인합니다. 또는 각 보기를 직접 통분하여 검증하는 전략도 유효합니다.

💡 이집트 린드 파피루스(기원전 1650년경)에는 2/n 형태의 분수를 단위분수로 분해한 표가 실려 있습니다. 이것이 인류 최초의 분수 계산표입니다!

Q168 분수 연산 추론

5/8과 7/10 사이에 있는 분수 중에서 분모가 40인 분수는 모두 몇 개입니까?

①) ①1개

②) ②2개

③) ③3개

④) ④4개

🎯 **정답: ②2개**

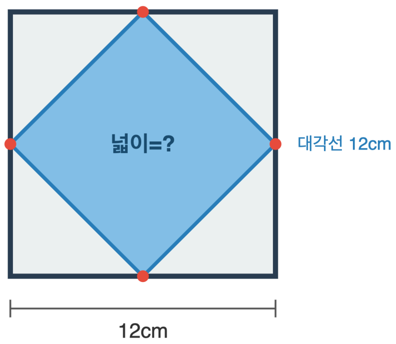
📖 1단계: 두 분수를 분모 40으로 통분합니다. 5/8 = 25/40, 7/10 = 28/40.
2단계: 25/40과 28/40 사이에 있는 분모 40인 분수를 찾습니다. 26/40, 27/40이 있습니다.
3단계: 26/40 = 13/20, 27/40은 더 이상 약분되지 않습니다. 두 분수 모두 25/40 < □/40 < 28/40을 만족하므로 2개입니다.

🧠 풀이 전략: 두 분수 사이의 분수를 찾는 문제는 '공통 분모로 통분'하는 것이 핵심 전략입니다. 같은 분모로 만들면 분자만 비교하면 되므로, 사이에 있는 자연수 분자를 세면 됩니다.

💡 어떤 두 분수 사이에도 무한히 많은 분수가 존재합니다. 분모를 더 크게 하면 더 많은 분수가 사이에 들어갈 수 있습니다!

Q169 융합·탐구 문제

한 변의 길이가 12cm인 정사각형이 있습니다. 이 정사각형의 각 변의 중점을 순서대로 이었더니 안쪽에 새로운 사각형이 만들어졌습니다. 안쪽 사각형의 넓이는 바깥 정사각형 넓이의 몇 분의 몇입니까?



①) ①1/4

②) ②1/3

③) ③1/2

④) ④2/3

🎯 **정답: ③1/2**

📖 1단계: 바깥 정사각형의 넓이 = 12 × 12 = 144cm²입니다.

2단계: 각 변의 중점을 이으면 마름모가 만들어지는데, 이 마름모의 두 대각선의 길이는 각각 12cm입니다(정사각형의 한 변 길이와 같음).

3단계: 마름모의 넓이 = (대각선 × 대각선) ÷ 2 = 12 × 12 ÷ 2 = 72cm².

4단계: 비율 = 72 ÷ 144 = 1/2입니다.

🧠 풀이 전략: 도형과 분수의 융합 문제입니다. 중점을 이은 사각형이 마름모임을 파악하고, 마름모 넓이 공식(대각선 × 대각선 ÷ 2)을 활용하는 것이 핵심 전략입니다. 또는 꼭짓점 삼각형 4개의 넓이를 빼는 방법도 가능합니다.

💡 어떤 크기의 정사각형이든 각 변의 중점을 이으면, 안쪽 도형의 넓이는 항상 바깥 정사각형의 정확히 1/2입니다. 이것은 정사각형의 크기와 무관한 불변의 성질입니다!

Q170 융합·탐구 문제

교실 바닥은 가로 8m, 세로 6m입니다. 한 사람이 서는 데 가로 50cm, 세로 50cm가 필요하다고 할 때, 이 교실에 빈틈없이 최대 몇 명이 설 수 있습니까? 교실 안의 책상이나 가구는 없다고 가정합니다.

①) ①96명

②) ②144명

③) ③192명

④) ④384명

🎯 **정답: ③192명**

📖 1단계: 단위를 통일합니다. 가로 8m = 800cm, 세로 6m = 600cm.

2단계: 가로 방향 인원 = 800 ÷ 50 = 16명, 세로 방향 인원 = 600 ÷ 50 = 12명.

3단계: 최대 인원 = 16 × 12 = 192명입니다.

참고: ①96명은 한 방향만 계산한 오류, ④384명은 25cm로 계산한 오류입니다.

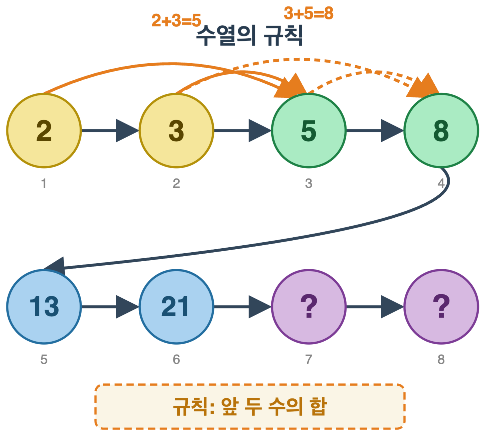
🧠 풀이 전략: 페르미 추정 유형의 문제입니다. 핵심은 '단위 환산' 후 '가로÷단위 × 세로÷단위'로 격자 배치하는 전략입니다. m와 cm를 혼동하지 않도록 먼저 단위를 통일하는 것이 중요합니다.

💡 실제 콘서트장에서는 1인당 약 0.5m²(가로 70cm × 세로 70cm)를 기준으로 수용 인원을 계산합니다. 우리 문제의 교실(48m²)이라면 약 98명 정도가 됩니다!

Q171 규칙과 함수

다음 수열의 규칙을 찾고, 8번째 수를 구하시오.

2, 3, 5, 8, 13, 21, ( ), ( )



①) ①34, 54

②) ②33, 54

③) ③34, 55

④) ④35, 56

🎯 **정답: ③34, 55**

📖 1단계: 규칙을 찾습니다. 3=2+1? 아닙니다. 5=2+3✓, 8=3+5✓, 13=5+8✓, 21=8+13✓. 세 번째 수부터 앞 두 수의 합입니다.
2단계: 7번째 수 = 13 + 21 = 34.
3단계: 8번째 수 = 21 + 34 = 55.
따라서 답은 34, 55입니다.

🧠 풀이 전략: 수열의 규칙 찾기는 '인접한 항의 관계'를 먼저 살피는 것이 기본 전략입니다. 차이가 일정하지 않으면, 합·곱·거듭제곱 등 다른 관계를 찾습니다. 이 수열은 '앞 두 항의 합 = 다음 항'이라는 피보나치형 규칙입니다.

💡 이 수열은 피보나치 수열에서 첫째 항이 2, 둘째 항이 3인 '루카스 수열의 변형'입니다. 원래 피보나치 수열은 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...로 시작합니다.

Q172 약수·배수 심화

약수가 정확히 6개인 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하시오.

①) ①12

②) ②18

③) ③24

④) ④32

🎯 **정답: ①12**

📖 1단계: 약수의 개수가 6개가 되는 경우를 분석합니다. 6 = 6 × 1 또는 6 = 3 × 2.
2단계: 6 = 6 × 1인 경우: 어떤 소수의 5제곱. 가장 작은 것은 2^5 = 32.
3단계: 6 = 3 × 2인 경우: (소수)^2 × (다른 소수). 가장 작은 것은 2^2 × 3 = 12.
4단계: 12의 약수를 확인합니다. 1, 2, 3, 4, 6, 12 → 정확히 6개 ✓.
32와 12 중 더 작은 12가 답입니다.

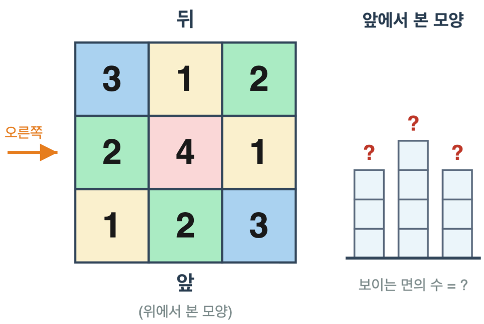
🧠 풀이 전략: 약수의 개수 문제는 '소인수분해와 약수 개수 공식'을 활용합니다. n = p^a × q^b이면 약수의 개수 = (a+1)(b+1)입니다. 6을 곱셈으로 분해하는 모든 경우를 따져보고, 각 경우에서 가장 작은 수를 찾아 비교하는 전략입니다.

💡 약수 개수 공식을 발견한 것은 18세기 수학자 오일러입니다. 이 공식 하나로 큰 수의 약수 개수도 소인수분해만 하면 바로 알 수 있습니다!

Q173 입체도형 추론

쌓기나무를 위에서 내려다보니 각 자리에 쌓인 개수가 아래와 같았습니다. 이 모양을 앞에서 바라볼 때, 보이는 정사각형 면의 수는 모두 몇 개입니까?

[윗줄] 3 1 2
[가운데] 2 4 1
[아랫줄] 1 2 3



①) ①8개
②) ②10개
③) ③12개
④) ④14개

🎯 **정답: ②10개**

📖 1단계: 앞에서 바라볼 때 각 열(세로줄)에서 가장 높이 쌓인 것만 보입니다.
2단계: 1열(왼쪽): max(3, 2, 1) = 3칸 높이. 2열(가운데): max(1, 4, 2) = 4칸 높이. 3열(오른쪽): max(2, 1, 3) = 3칸 높이.
3단계: 보이는 면 = 3 + 4 + 3 = 10개입니다.
참고: 뒤에 있어도 높이가 높으면 앞에서 보입니다.

🧠 풀이 전략: 쌓기나무의 정면 투영 문제입니다. 핵심 전략은 '각 열의 최댓값이 앞에서 보이는 높이'라는 원리를 적용하는 것입니다. 3방향 투영에서 앞·옆은 열/행의 최댓값, 위는 존재 여부로 결정됩니다.

💡 건축가나 3D 모델러도 이와 같은 3방향 투영도(정면, 측면, 평면)를 사용합니다. 이것을 '정사 투영법'이라고 합니다!

Q174 소수 연산과 추정

1.2 × 0.75 × 0.8을 계산한 결과를 기약분수로 나타내면 어떻게 됩니까?

①) ①3/5
②) ②18/25
③) ③4/5
④) ④9/10

🎯 **정답: ②18/25**

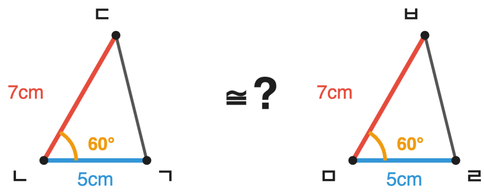
📖 1단계: 소수를 분수로 바꿉니다. 1.2 = 6/5, 0.75 = 3/4, 0.8 = 4/5.
2단계: 분수의 곱셈을 합니다. (6/5) × (3/4) × (4/5) = (6×3×4)/(5×4×5) = 72/100.
3단계: 약분합니다. 72/100 = 36/50 = 18/25. 18과 25의 공약수는 1뿐이므로 기약분수입니다.
따라서 답은 18/25입니다.

🧠 풀이 전략: 소수 연산을 분수로 변환하는 문제입니다. 전략은 '소수 → 분수 변환 후 곱셈'입니다. 소수끼리 직접 곱하는 것보다 분수로 바꾸면 약분이 쉬워져 계산이 간편해집니다.

💡 0.72를 분수로 바꾸는 빠른 방법: 72/100에서 분자분모를 4로 나누면 18/25. 4로 나누는 것은 2로 두 번 나누는 것과 같습니다!

Q175 합동·대칭 심화

삼각형 ㄱㄴㄷ에서 변 ㄱㄴ=5cm, 변 ㄴㄷ=7cm, 각 ㄴ=60°입니다. 삼각형 ㄹㅁㅂ에서 변 ㄹㅁ=5cm, 변 ㅁㅂ=7cm, 각 ㅁ=60°입니다. 두 삼각형이 합동인 이유로 올바른 것은 무엇인가요? 또한, 합동이 아닌 경우를 만들려면 어떤 조건 하나를 바꿔야 하는지 고르세요.



①) ① SAS 합동이며, 각 ㄴ을 70°로 바꾸면 합동이 아닐 수 있다
②) ② SAS 합동이며, 변 ㅁㅂ을 8cm로 바꾸면 합동이 아니다
③) ③ ASA 합동이며, 변 ㄱㄴ을 바꾸면 합동이 아니다
④) ④ SSS 합동이며, 각도를 바꿔도 항상 합동이다

🎯 **정답: ②**

📖 1단계: 두 삼각형 모두 '두 변(5cm, 7cm)과 그 끼인각(60°)'이 같으므로 SAS(변각변) 합동 조건을 만족합니다.
2단계: SAS 합동은 두 변의 길이와 그 사이 각이 모두 같아야 성립합니다.
3단계: 변 ㅁㅂ을 8cm로 바꾸면 변의 길이가 달라지므로 SAS 조건이 깨져 합동이 아닙니다.
4단계: ①은 각도를 바꿔도 SAS가 깨지긴 하지만, '합동이 아닐 수 있다'는 애매한 표현이라 정확하지 않습니다. ②가 확정적으로 합동이 깨지는 경우입니다.

🧠 풀이 전략: 이 문제는 삼각형 합동 조건(SAS, SSS, ASA)을 정확히 구분하고, 각 조건에서 어떤 요소가 바뀌면 합동이 깨지는지 역으로 추론하는 전략이 필요해. 먼저 주어진 조건이 어떤 합동 유형인지 판별하고, 보기의 표현까지 꼼꼼히 비교해야 해.

💡 합동 조건 중 SSA(변변각)는 합동 조건이 아니에요! 같은 두 변과 끼인각이 아닌 각이 같아도 삼각형이 두 개 나올 수 있답니다.

Q176 소수 연산과 추정

1÷7=0.142857142857…은 6자리가 반복되는 순환소수입니다. 그렇다면 소수점 아래 100번째 자리 숫자는 무엇이고, 소수점 아래 1번째부터 100번째까지 모든 숫자의 합은 얼마인가요?

①) ① 8, 447
②) ② 4, 459
③) ③ 2, 450
④) ④ 8, 459

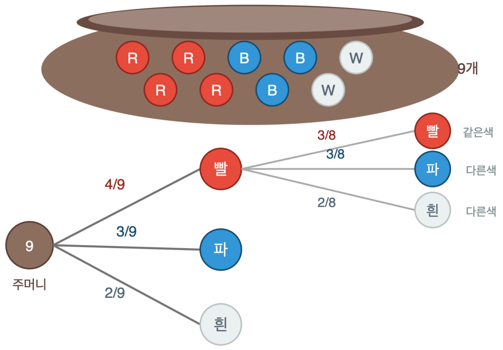
🎯 **정답: ① 8, 447**

📖 1단계: 1÷7=0.142857142857…의 반복 마디는 142857이고 길이는 6자리입니다.
2단계: 100을 6으로 나누면 몫이 16, 나머지가 4입니다. 즉 마디가 16번(96자리) 반복된 뒤 4자리가 더 오므로, 100번째 자리는 마디의 4번째 숫자인 8입니다.
3단계: 한 마디 142857의 숫자 합은 1+4+2+8+5+7=27이고, 16묶음의 합은 16×27=432입니다.
4단계: 남은 4자리는 마디의 앞 4개 1, 4, 2, 8이고 그 합은 1+4+2+8=15입니다.
5단계: 따라서 100번째 자리는 8, 1번째부터 100번째까지의 합은 432+15=447이므로 정답은 ①(8, 447)입니다.
※ ④(8, 459)는 100번째 자리는 맞지만 자릿수 합을 잘못 구한 함정입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수 문제는 나눗셈의 나머지로 위치를 찾는 전략과 반복 마디의 합을 이용한 곱셈 전략을 결합해야 해. 100÷(마디 길이)의 몫과 나머지를 구하는 것이 핵심이야.

Q177 자료와 확률 추론

주머니에 빨간 공 4개, 파란 공 3개, 흰 공 2개가 있습니다. 공을 한 개 꺼낸 뒤 다시 넣지 않고 두 번째 공을 꺼냅니다. 두 공의 색이 서로 다를 확률과 같은 색일 확률 중 어느 쪽이 더 큰가요? 그 차이를 기약분수로 나타내세요.



같은 색 vs 다른 색?

①) ① 다른 색이 더 크고, 차이는 13/36

②) ② 같은 색이 더 크고, 차이는 5/18

③) ③ 다른 색이 더 크고, 차이는 4/9

④) ④ 다른 색이 더 크고, 차이는 5/9

🎯 **정답: ③ 다른 색이 더 크고, 차이는 4/9**

📖 1단계: 같은 색이 나올 확률을 구합니다(9개 중 2개를 차례로 뽑습니다).

- 빨강-빨강: (4/9)×(3/8)=12/72
- 파랑-파랑: (3/9)×(2/8)=6/72
- 흰색-흰색: (2/9)×(1/8)=2/72

같은 색 확률 = (12+6+2)/72 = 20/72 = 5/18.

2단계: 다른 색일 확률은 여사건이므로 1 - 5/18 = 13/18.

3단계: 13/18 > 5/18 이므로 다른 색일 확률이 더 큽니다.

4단계: 두 확률의 차이 = 13/18 - 5/18 = 8/18 = 4/9.

따라서 다른 색이 더 크고, 그 차이는 4/9입니다.

🧠 풀이 전략: 비복원추출의 확률 문제는 여사건 전략이 효율적이야. 같은 색 확률을 먼저 구하고, 1에서 빼면 다른 색 확률을 쉽게 얻을 수 있어. 수형도로 체계적으로 정리하는 것이 핵심이야.

💡 이런 문제를 '초기하분포'라고 불러요. 복원추출(뽑고 다시 넣기)과 비복원추출(안 넣기)의 확률이 다르다는 점이 핵심이에요!

Q178 논리·전략 심화

두 사람이 번갈아 가며 1부터 30까지의 수 중 하나에 동그라미를 칩니다. 한 번에 연속된 수 1개 또는 2개에 동그라미를 칠 수 있습니다. 마지막 수에 동그라미를 치는 사람이 집니다(지는 것). 먼저 시작하는 사람이 절대 지지 않으려면 첫 수를 어떻게 골라야 하나요?

①) ① 1에 동그라미 친다

②) ② 1, 2에 동그라미 친다

③) ③ 2에 동그라미 친다

④) ④ 어떻게 해도 나중 사람이 유리하다

🎯 **정답: ② 1, 2에 동그라미 친다**

📖 1단계: 마지막(30번)을 치면 지므로, 상대가 30을 칠 수밖에 없게 만들면 이깁니다.
2단계: 한 라운드에 두 사람이 친 개수의 합이 항상 3이 되도록 만듭니다. 상대가 1개 치면 나는 2개, 상대가 2개 치면 나는 1개를 칩니다.
3단계: 30에서 3씩 거꾸로 빼면 30, 27, 24, …, 6, 3입니다. 상대가 항상 3의 배수(3, 6, …, 27, 30) 자리에서 시작하도록 넘기면 마지막에 상대가 30을 치게 됩니다.
4단계: 그러려면 첫 번에 1과 2 두 개를 모두 쳐서(보기 ②) 상대가 3번부터 시작하게 해야 합니다. 이후 상대가 몇 개를 치든 합이 3이 되도록 받아쳐 상대를 6, 9, …, 27을 거쳐 30에 이르게 만듭니다. 따라서 첫 수로 1, 2에 동그라미를 치는 것이 필승 전략입니다.
※ 한 개만 치는 ①·③은 상대에게 29개(3으로 나눈 나머지가 2)를 남겨 상대가 필승이 되므로 틀립니다. 핵심은 '숫자 2 하나'가 아니라 '두 개(1과 2)'를 치는 것입니다.

🧠 풀이 전략: 이 문제는 역추론(거꾸로 생각하기)과 나머지 전략의 결합이야. 마지막 상태(30을 치면 짐)에서 출발해서 3의 배수 위치를 상대에게 넘기는 패턴을 찾아야 해. 30÷3=10이므로 처음에 30을 3으로 나눈 나머지를 맞추는 것이 핵심이야.

💡 이런 게임을 '님(Nim) 게임'의 변형이라고 해요. 수학자들은 이런 게임의 필승전략을 '게임 이론'으로 연구합니다.

Q179 약수·배수 심화

1부터 100까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 홀수인 수는 모두 몇 개인가요? 그리고 그 수들의 공통점은 무엇인가요?

①) ① 10개, 모두 완전제곱수

②) ② 9개, 모두 홀수

③) ③ 10개, 모두 짝수

④) ④ 8개, 모두 완전제곱수

🎯 **정답: ①**

📖 1단계: 약수는 보통 쌍으로 존재합니다. 예: 12의 약수 (1,12), (2,6), (3,4) → 6개(짝수).
2단계: 약수 개수가 홀수가 되려면 쌍이 안 맞는 약수가 있어야 합니다. 이는 a×a=n인 경우, 즉 n이 완전제곱수일 때입니다. 예: 9의 약수 1,3,9에서 (1,9)은 쌍이지만 3은 3×3=9으로 혼자입니다.
3단계: 1~100의 완전제곱수: $1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$, $5^2=25$, $6^2=36$, $7^2=49$, $8^2=64$, $9^2=81$, $10^2=100$. 총 10개입니다.

🧠 풀이 전략: 약수의 개수가 홀수인 수의 특성을 묻는 문제야. 약수가 쌍으로 나타나는 원리를 이해하고, 완전제곱수에서 쌍이 깨지는 이유를 논리적으로 설명할 수 있어야 해.

💡 약수 개수가 홀수인 수의 성질을 이용한 유명한 문제가 있어요: '100개의 사물함 문제'라고 해서, 100명이 차례로 사물함을 열고 닫으면 마지막에 열려있는 사물함이 바로 완전제곱수 번호예요!

Q180 분수 연산 추론

어떤 분수에서 1/4를 빼고, 그 결과에 2/3를 곱한 뒤, 다시 1/6을 더했더니 1/2이 되었습니다. 처음 분수를 구하세요.

①) ① 3/4

②) ② 7/8

③) ③ 11/12

④) ④ 5/6

🎯 **정답: ① 3/4**

📖 1단계: 처음 분수를 □라 하면, {(□-1/4)×2/3}+1/6=1/2.

2단계: 1/6을 이항하면 (□-1/4)×2/3=1/2-1/6=2/6=1/3.

3단계: 2/3으로 나누면 □-1/4=(1/3)÷(2/3)=(1/3)×(3/2)=1/2.

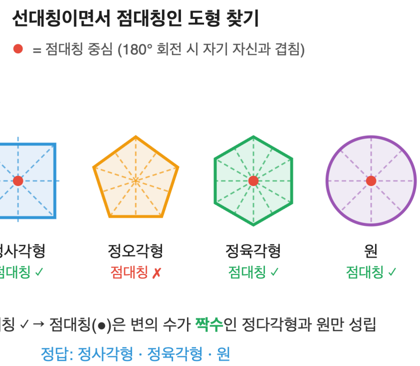
4단계: □=1/2+1/4=3/4. 검산: (3/4-1/4)×2/3+1/6=2/4×2/3+1/6=1/3+1/6=1/2 ✓. 따라서 답은 3/4.

※ 보기와 대조하면 ①이 3/4입니다.

🧠 풀이 전략: 복합 분수 역연산 문제는 거꾸로 풀기 전략이 핵심이야. 마지막 결과에서 출발해서 각 연산의 역연산을 순서대로 적용해야 해. 더하기의 역은 빼기, 곱하기의 역은 나누기, 빼기의 역은 더하기야.

Q181 합동·대칭 심화

다음 도형 중 선대칭도형이면서 동시에 점대칭도형인 것을 모두 고르세요: 정삼각형, 정사각형, 정오각형, 정육각형, 원. 그리고 정다각형 중 선대칭이면서 점대칭인 것의 규칙을 설명하세요.



①) ① 정사각형, 정육각형, 원

②) ② 정삼각형, 정사각형, 정육각형, 원

③) ③ 정사각형, 정오각형, 정육각형, 원

④) ④ 모든 정다각형과 원

🎯 **정답: ①**

📖 1단계: 선대칭 확인 — 모든 정다각형과 원은 선대칭도형입니다.

2단계: 점대칭 확인 — 도형을 중심으로 180° 돌렸을 때 자기 자신과 겹쳐야 합니다.

3단계: 정삼각형(120° 회전대칭이지만 180°는 안 됨) → 점대칭 ✗. 정사각형(90° 회전대칭이므로 180°도 됨) → 점대칭 ✓. 정오각형(72° 회전대칭이지만 180°는 안 됨) → 점대칭 ✗. 정육각형(60° 회전대칭이므로 180°도 됨) → 점대칭 ✓. 원 → 점대칭 ✓.

4단계: 규칙 발견 — 변의 수가 짝수인 정다각형만 점대칭이 됩니다. 180°=360°÷2이므로 360°/n의 배수에 180°가 포함되려면 n이 짝수여야 합니다.

🧠 풀이 전략: 선대칭과 점대칭의 정의를 정확히 구분하고, 회전대칭의 각도 관계에서 점대칭 여부를 판별하는 전략이야. 360°/n이 180°의 약수인지 확인하는 것이 핵심이야.

💡 점대칭은 사실 '180° 회전대칭'과 같은 말이에요! 그래서 회전대칭각이 180°의 약수인 도형만 점대칭이 됩니다.

Q182 소수 연산과 추정

0.25×0.4의 정확한 값을 계산하지 않고, 다음 중 올바른 설명을 고르세요.

①) ① 0.1보다 크다
②) ② 정확히 0.1이다
③) ③ 0.1보다 작다
④) ④ 0.01보다 작다

🎯 **정답: ②**

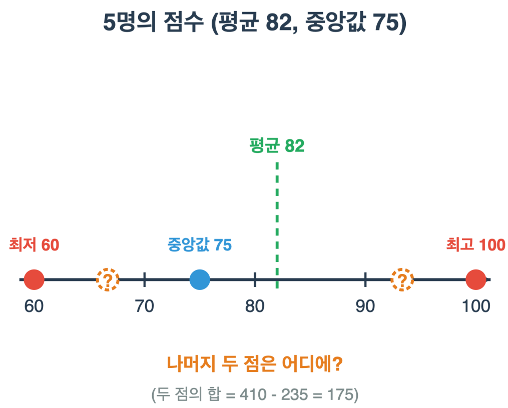
📖 1단계: 어림 전략으로 접근합니다. 0.25=1/4이고 0.4=2/5입니다.
2단계: (1/4)×(2/5)=2/20=1/10=0.1.
3단계: 따라서 정확히 0.1입니다. 소수끼리 곱하면 항상 더 작아진다고 생각하기 쉽지만, 정확한 값을 분수로 바꿔 확인하는 것이 중요합니다.

🧠 풀이 전략: 소수 곱셈의 크기를 어림하는 문제야. 소수를 분수로 바꾸는 전략이 유용해. '소수×소수는 항상 작아진다'는 오해를 이용한 함정 보기를 주의해야 해.

💡 0.25×0.4=0.1이라는 사실! 1/4의 2/5는 정확히 1/10이에요. 분수로 바꾸면 의외로 깔끔한 답이 나올 때가 많아요.

Q183 자료와 확률 추론

5명의 학생이 수학 시험을 봤습니다. 평균은 82점인데, 중앙값은 75점입니다. 최고점은 100점이고 최저점은 60점입니다. 다음 중 반드시 참인 것은 무엇인가요?



①) ① 80점 이상인 학생이 3명 이상이다
②) ② 나머지 두 학생의 점수 합은 175이다
③) ③ 75점 이상인 학생이 정확히 3명이다
④) ④ 모든 학생이 70점 이상이다

🎯 **정답: ②**

📖 1단계: 5명의 평균이 82점이므로 총합=82×5=410점.
2단계: 중앙값이 75점이므로 오름차순 정렬 시 3번째 값이 75점입니다.
3단계: 알려진 값: 최저 60, 중앙 75, 최고 100. 이들의 합=235. 나머지 두 학생의 합=410-235=175.
4단계: ①은 반드시 참이 아닙니다(예: 60,70,75,100,105→최고100초과). ③은 75 이상이 3명일 수도 4명일 수도 있습니다. ④는 60,70,75,x,100에서 x가 70 미만일 수 있습니다(예: 60,65,75,100,110→최고100초과이므로 불가). 사실 최고가 100이므로 나머지 두 수 a,b는 60≤a≤75, 75≤b≤100이고 a+b=175. b≤100이므로 a≥75. 그런데 a≤75(중앙값 이하)이므로 a=75, b=100. 즉 점수는 60,75,75,100,100. 따라서 ②가 반드시 참입니다.

🧠 풀이 전략: 평균과 중앙값의 관계를 이용한 추론 문제야. 총합에서 알려진 값을 빼서 미지수의 합을 구하는 전략을 쓰고, 각 보기가 '반드시' 참인지 반례로 검증해야 해.

💡 평균이 중앙값보다 크면 보통 오른쪽으로 꼬리가 긴 분포(양의 왜도)라고 해요. 소득 분포가 대표적인 예시입니다!

Q184 논리·전략 심화

자연수 중에서 '3의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수'는 무한히 많다는 것을 다음과 같은 방식으로 증명하려 합니다. '만약 그런 수가 유한개라면…' 이후 어떤 모순이 생기는지 고르세요.

①) ① 15의 배수가 무한히 많아지는 모순

②) ② 가장 큰 그런 수+1도 3의 배수도 5의 배수도 아닌 경우가 생기는 모순

③) ③ 자연수 전체가 유한해지는 모순

④) ④ 3의 배수와 5의 배수의 합이 자연수보다 많아지는 모순

🎯 **정답: ②**

📖 1단계: 귀류법으로 '3의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수'가 유한개라고 가정합니다.
2단계: 유한개이고 적어도 하나는 존재하므로, 그런 수 중 가장 큰 수 M이 반드시 있어야 합니다.
3단계: 그런데 연속된 15개의 수 중 3의 배수는 5개, 5의 배수는 3개, 15의 배수(중복)는 1개이므로 3이나 5의 배수는 5+3-1=7개뿐이고, 나머지 8개는 3의 배수도 5의 배수도 아닙니다. 따라서 M보다 큰 15개의 수 M+1, M+2, ..., M+15 안에도 그런 수가 8개나 들어 있습니다.
4단계: 즉 가장 큰 수 M보다 더 큰 '3의 배수도 5의 배수도 아닌 수'가 항상 또 존재하므로 'M이 가장 크다'는 사실에 모순입니다(보기 ②). 가장 큰 수를 무엇으로 잡아도 그보다 큰 그런 수가 늘 나오므로 처음의 '유한개' 가정이 틀렸고, 따라서 그런 수는 무한히 많습니다. (유클리드가 소수가 유한하다고 가정한 뒤 모든 소수의 곱+1로 더 큰 소수 후보를 만들어 모순을 이끈 것과 같은 구조입니다.)
참고: 보기 ③ '자연수 전체가 유한해진다'는 모순으로 볼 수 없습니다. 3의 배수만 해도 무한히 많아 자연수는 여전히 무한하기 때문입니다.

🧠 풀이 전략: 귀류법(간접증명) 문제야. 결론을 부정하고 가정했을 때 어떤 모순이 생기는지 찾아야 해. 포함-배제 원리를 사용해서 15개 중 8개가 조건을 만족함을 보이는 전략이 핵심이야.

💡 이 방법을 '귀류법(歸謬法)'이라고 해요. 고대 그리스 수학자 유클리드가 소수가 무한히 많다는 것을 증명할 때도 이 방법을 썼답니다!

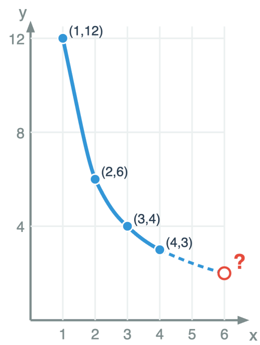
Q185 규칙과 함수

x와 y 사이의 관계가 아래 표와 같습니다. x=1일 때 y=12, x=2일 때 y=6, x=3일 때 y=4, x=4일 때 y=3. x와 y는 정비례인가요, 반비례인가요? x=6일 때 y의 값은 얼마인가요?

x	1	2	3	4	6
y	12	6	4	3	?

x × y = ?

1×12 = 2×6 = 3×4 = 4×3 = 12



①) ① 정비례, y=2

②) ② 반비례, y=2

③) ③ 반비례, y=1

④) ④ 정비례, y=72

🎯 **정답: ②**

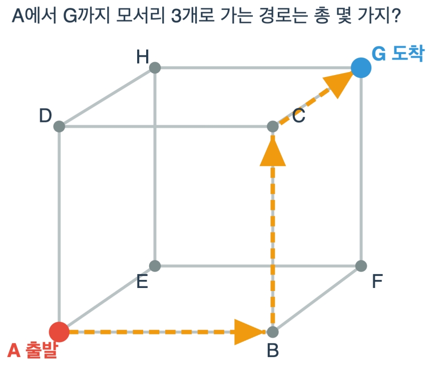
📖 1단계: 정비례인지 확인 — y/x가 일정한지 봅니다. 12/1=12, 6/2=3. 일정하지 않으므로 정비례가 아닙니다.
2단계: 반비례인지 확인 — x×y가 일정한지 봅니다. 1×12=12, 2×6=12, 3×4=12, 4×3=12. 모두 12이므로 반비례입니다.
3단계: x=6일 때, 6×y=12이므로 y=2입니다.

🧠 풀이 전략: 정비례와 반비례를 판별하는 문제야. y/x(비)가 일정하면 정비례, x×y(곱)가 일정하면 반비례야. 두 가지를 모두 확인하는 전략이 필요해.

💡 반비례 관계의 그래프는 '쌍곡선'이라는 곡선이에요. x가 커질수록 y는 0에 가까워지지만 절대 0이 되지는 않아요!

Q186 입체도형 추론

정육면체의 한 꼭짓점 A에서 출발하여, 모서리를 따라 이동해서 A의 대각선 맞은편 꼭짓점 G까지 가려고 합니다. 모서리를 정확히 3개만 지나서 갈 수 있는 서로 다른 최단 경로는 몇 가지인가요?



①) ① 3가지

②) ② 6가지

③) ③ 4가지

④) ④ 8가지

🎯 **정답: ②**

📖 1단계: 정육면체에서 A의 대각선 맞은편 G까지 가려면 가로, 세로, 높이 방향으로 각각 1번씩 이동해야 합니다(총 3번).
2단계: 3가지 방향을 어떤 순서로 이동하느냐의 문제입니다. 가로(→), 세로(↗), 높이(↑)를 순서대로 배열하는 경우의 수입니다.
3단계: 3가지를 나열하는 순서: 3!=3×2×1=6가지.
4단계: 구체적으로 A→B→F→G, A→B→C→G, A→D→C→G, A→D→H→G, A→E→F→G, A→E→H→G의 6가지입니다.

🧠 풀이 전략: 정육면체 최단 경로 문제는 3차원 좌표에서 각 축 방향으로 1칸씩 이동하는 순열 문제로 변환하는 전략이야. (0,0,0)에서 (1,1,1)로 가는 것과 같으므로 3!을 계산하면 돼.

💡 이것은 3차원 격자에서의 최단 경로 문제예요! 2차원에서 오른쪽 3칸, 위 2칸 가는 최단 경로가 5!/(3!×2!)=10가지인 것과 같은 원리입니다.

Q187 약수·배수 심화

두 자연수 A, B의 최대공약수가 8이고 A + B = 56일 때, A < B인 순서쌍 (A, B)는 모두 몇 가지인가?

①) ① 2가지

②) ② 3가지

③) ③ 4가지

④) ④ 5가지

🎯 **정답: ② 3가지**

📖 1단계: 최대공약수가 8이므로 A = 8a, B = 8b (a, b는 서로소인 자연수)로 놓는다.
2단계: 8a + 8b = 56이므로 a + b = 7이다.
3단계: a < b이고 gcd(a, b) = 1인 쌍을 찾는다.
- (1, 6): gcd = 1 ✓ → (8, 48)
- (2, 5): gcd = 1 ✓ → (16, 40)
- (3, 4): gcd = 1 ✓ → (24, 32)
따라서 3가지이다.

🧠 풀이 전략: 최대공약수 조건이 있으므로 두 수를 GCD의 배수로 표현하고, 합 조건으로 몫의 합을 구한 뒤, 서로소 조건을 일일이 확인하는 전략이 필요하다.

💡 최대공약수로 묶어서 '서로소인 쌍'을 찾는 기법은 정수론의 기본이에요!

Q188 분수 연산 추론

□ 안에 들어갈 분수를 구하시오.

□ × 3/4 − 1/6 = 1/2

🎯 **정답: 8/9**

📖 1단계: 등식을 정리하여 □ × 3/4 = 1/2 + 1/6을 만든다.

2단계: 1/2 + 1/6 = 3/6 + 1/6 = 4/6 = 2/3이다.

3단계: □ = 2/3 ÷ 3/4 = 2/3 × 4/3 = 8/9이다.

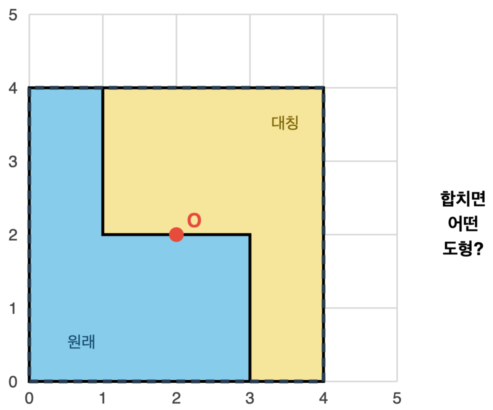
검산: 8/9 × 3/4 = 24/36 = 2/3, 2/3 − 1/6 = 4/6 − 1/6 = 3/6 = 1/2 ✓

🧠 풀이 전략: 분수 등식에서 미지수를 구하려면 역연산을 순서대로 적용해야 한다. 먼저 뺄셈을 덧셈으로 이항하고, 그다음 곱셈을 나눗셈으로 풀어낸다.

💡 역연산으로 거꾸로 푸는 방법은 방정식 풀이의 핵심 원리예요!

Q189 합동·대칭 심화

모눈종이 위에 L자 모양 도형이 있다. 꼭짓점 좌표는 (0,0), (3,0), (3,2), (1,2), (1,4), (0,4)이다. 이 도형을 점 (2, 2)에 대해 점대칭이동 시키면, 원래 도형과 이동한 도형을 합쳤을 때 어떤 도형이 만들어지는가?



①) ① 정사각형

②) ② 직사각형

③) ③ 평행사변형

④) ④ 사다리꼴

🎯 **정답: ① 정사각형**

📖 1단계: 점 (2,2)에 대한 점대칭이동 공식은 (x,y) → (4−x, 4−y)입니다.

2단계: 각 꼭짓점의 대칭점을 구합니다.

- (0,0)→(4,4), (3,0)→(1,4), (3,2)→(1,2), (1,2)→(3,2), (1,4)→(3,0), (0,4)→(4,0)

3단계: 원래 L자 도형과 대칭이동한 도형을 합치면 꼭짓점이 (0,0), (4,0), (4,4), (0,4)인 도형이 됩니다.

4단계: 가로와 세로의 길이가 모두 4로 같고 네 각이 모두 직각이므로, 이 도형은 정사각형입니다.

🧠 풀이 전략: L자 도형은 직사각형에서 한 귀퉁이를 잘라낸 모양이다. 점대칭이동하면 잘려나간 부분을 정확히 채울 수 있으므로, 합치면 완전한 직사각형이 된다는 발상이 핵심이다.

💡 점대칭으로 빈 곳을 채우는 원리는 테셀레이션(쪽매맞춤)에서도 쓰여요!

Q190 융합·탐구 문제

1부터 연속 자연수를 차례로 더해 갑니다: 1, 1+2, 1+2+3, ... 이 합이 처음으로 100을 넘는 것은 1부터 몇까지 더했을 때인가?

①) ① 12
②) ② 13
③) ③ 14
④) ④ 15

🎯 **정답: ③ 14**

📖 1단계: 1부터 n까지의 합 공식은 n×(n+1)÷2이다.
2단계: n=13일 때: 13×14÷2 = 91 (100 이하)
3단계: n=14일 때: 14×15÷2 = 105 (100 초과!)
따라서 1부터 14까지 더하면 처음으로 100을 넘는다.

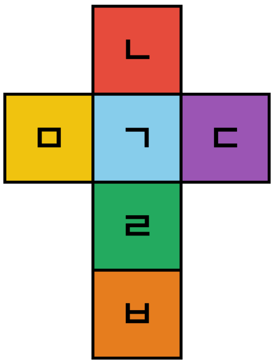
🧠 풀이 전략: 가우스 합 공식 n(n+1)/2를 활용하여 부등식 n(n+1)/2 > 100을 만족하는 최소 n을 찾는 전략이다. 어림으로 n≈14 근처를 확인하면 된다.

💡 가우스는 10살 때 1부터 100까지의 합을 순식간에 5050이라고 답했다고 해요!

Q191 입체도형 추론

정육면체 전개도가 아래와 같이 십자(+) 모양이다. 각 면에 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ이 적혀 있다. 이 전개도를 접어 ㄱ면을 바닥에 놓으면, 윗면에 오는 글자는?

ㄱ을 바닥에 놓으면 윗면은?



①) ① ㄴ
②) ② ㄹ
③) ③ ㅁ
④) ④ ㅂ

🎯 **정답: ④ ㅂ**

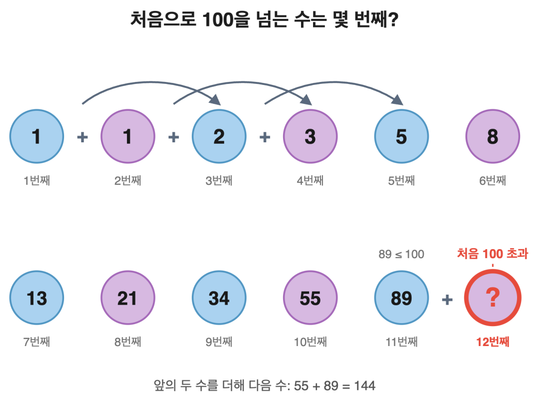
📖 1단계: 십자형 전개도에서 ㄱ(중앙)의 위에 ㄴ, 아래에 ㄹ, 더 아래에 ㅂ이 있다.
2단계: 접으면 ㄱ과 마주보는 면은 ㅂ이다. (ㄱ에서 두 칸 떨어진 면이 맞은편)
3단계: ㄱ을 바닥에 놓으면 마주보는 ㅂ이 윗면에 온다.

🧠 풀이 전략: 십자형 전개도에서 중심면의 맞은편은 중심에서 두 칸 건너편에 있다는 규칙을 활용한다. 접는 과정을 머릿속으로 시뮬레이션하는 공간 추론이 필요하다.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지 모양이 있어요!

Q192 규칙과 함수

피보나치 수열은 앞의 두 수를 더해 다음 수를 만듭니다: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... 이 수열에서 처음으로 100을 넘는 수는 몇 번째 수인가?

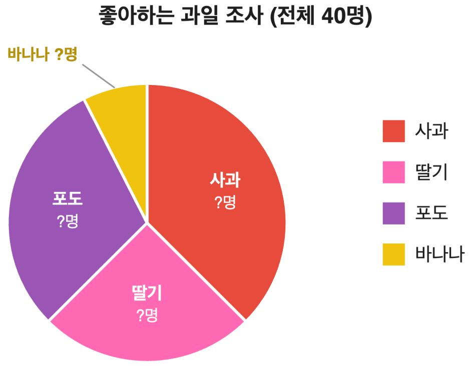


①) ① 10번째
②) ② 11번째
③) ③ 12번째
④) ④ 13번째

🎯 **정답: ③ 12번째**
📖 1단계: 수열을 차례로 구한다.
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...
2단계: 11번째 수는 89로 100 이하이다.
3단계: 12번째 수는 55 + 89 = 144로 처음으로 100을 넘는다.
🧠 풀이 전략: 피보나치 수열의 규칙(앞 두 수의 합)을 적용하여 하나씩 구해나가는 전략이다. 100을 넘는지 매번 확인하며 진행한다.
💡 피보나치 수열은 해바라기 씨앗의 나선 패턴, 솔방울, 조개껍데기 등 자연 곳곳에서 발견돼요!

Q193 자료와 확률 추론

40명 학생에게 좋아하는 과일을 조사했다. 사과를 좋아하는 학생은 전체의 3/8이고, 딸기를 좋아하는 학생은 사과를 좋아하는 학생의 2/3이다. 포도를 좋아하는 학생은 딸기보다 2명 더 많다. 나머지는 모두 바나나를 좋아할 때, 바나나를 좋아하는 학생은 몇 명인가?



①) ① 2명
②) ② 3명
③) ③ 4명
④) ④ 5명

🎯 **정답: ② 3명**

📖 1단계: 사과 = 40 × 3/8 = 15명
2단계: 딸기 = 15 × 2/3 = 10명
3단계: 포도 = 10 + 2 = 12명
4단계: 바나나 = 40 − 15 − 10 − 12 = 3명

🧠 풀이 전략: 분수 비율이 연쇄적으로 연결되어 있으므로, 전체에서 시작하여 순서대로 각 과일의 인원을 구한 뒤, 나머지로 바나나 인원을 역산하는 전략이다.

💡 원그래프는 영국의 간호사 나이팅게일이 전쟁 사망 원인을 시각화하는 데 사용하면서 유명해졌어요!

Q194 논리·전략 심화

A와 B가 번갈아가며 돌무더기에서 1개, 2개, 또는 3개의 돌을 가져갑니다. 돌은 총 20개이고, 마지막 돌을 가져가는 사람이 집니다. A가 먼저 시작할 때, A가 반드시 이기려면 첫 번째에 몇 개를 가져가야 하는가?

①) ① 1개
②) ② 2개
③) ③ 3개
④) ④ A는 이길 수 없다

🎯 **정답: ③ 3개**

📖 1단계: 마지막 1개가 남았을 때 차례인 사람이 진다. 즉 상대에게 1개를 남기면 이긴다.
2단계: 상대에게 1개를 남기려면, 내 차례에 5개, 9개, 13개, 17개가 남아있으면 진다. (4의 배수 + 1)
3단계: 20개에서 A가 3개를 가져가면 17개가 남고, 이것은 B에게 '지는 수(4k+1)'가 된다.
이후 B가 n개를 가져가면 A는 (4−n)개를 가져가서 항상 B에게 4k+1개를 남길 수 있다.

🧠 풀이 전략: 님(Nim) 게임 전략이다. '지는 위치'가 4k+1개(1,5,9,13,17)임을 파악하고, 상대에게 이 위치를 넘기는 방법을 역추적한다.

💡 이런 유형의 게임을 '님 게임'이라 하며, 완벽한 수학적 필승 전략이 존재해요!

Q195 약수·배수 심화

360을 소인수분해하면 $2^3 \times 3^2 \times 5$이다. 360의 약수 중에서 홀수인 약수는 모두 몇 개인가?

①) ① 4개
②) ② 6개
③) ③ 8개
④) ④ 12개

🎯 **정답: ② 6개**

📖 1단계: $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$로 소인수분해된다.
2단계: 홀수 약수는 2를 인수로 포함하지 않는 약수이므로, 2의 지수를 0으로 고정한다.
3단계: 나머지 소인수로 만들 수 있는 약수의 개수: $(2+1) \times (1+1) = 3 \times 2 = 6$개
실제로: 1, 3, 5, 9, 15, 45 → 6개

🧠 풀이 전략: 소인수분해 후 약수 개수 공식 (지수+1)의 곱을 활용하되, '홀수 약수'라는 조건을 '2의 지수를 0으로 고정'하는 것으로 변환하는 아이디어가 핵심이다.

💡 약수 개수 공식을 응용하면 짝수 약수, 3의 배수인 약수 등도 쉽게 구할 수 있어요!

Q196 분수 연산 추론

다음 분수의 합을 구하시오.

1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20 + 1/30

①) ① 2/3

②) ② 3/4

③) ③ 4/5

④) ④ 5/6

🎯 **정답: ④ 5/6**

📖 1단계: 각 분수의 분모를 관찰한다. 2=1×2, 6=2×3, 12=3×4, 20=4×5, 30=5×6

2단계: 1/(n×(n+1)) = 1/n − 1/(n+1) (부분분수 분해)를 적용한다.

1/2 = 1/1 − 1/2

1/6 = 1/2 − 1/3

1/12 = 1/3 − 1/4

1/20 = 1/4 − 1/5

1/30 = 1/5 − 1/6

3단계: 중간 항이 모두 상쇄되어 1 − 1/6 = 5/6이 남는다.

🧠 풀이 전략: 분모가 연속하는 두 수의 곱으로 이루어져 있음을 발견하고, 부분분수 분해(텔레스코핑)를 적용하는 전략이다. 중간 항이 상쇄되는 원리를 이용한다.

💡 이렇게 중간 항이 상쇄되는 합을 '텔레스코핑(망원경) 합'이라고 불러요. 망원경처럼 줄어든다는 뜻이에요!

Q197 융합·탐구 문제

직사각형의 가로 길이를 20% 늘리고, 세로 길이를 20% 줄였습니다. 새로운 직사각형의 넓이는 원래 넓이에 비해 어떻게 변했는가?

①) ① 변하지 않는다

②) ② 4% 줄어든다

③) ③ 4% 늘어난다

④) ④ 20% 줄어든다

🎯 **정답: ② 4% 줄어든다**

📖 1단계: 원래 가로를 a, 세로를 b라 하면 원래 넓이 = a × b이다.

2단계: 새 가로 = a × 1.2, 새 세로 = b × 0.8이다.

3단계: 새 넓이 = 1.2a × 0.8b = 0.96ab = 원래 넓이의 96%

따라서 넓이는 4% 줄어든다.

🧠 풀이 전략: 같은 비율로 늘리고 줄이면 변하지 않을 것 같지만, 실제로는 $(1+r)(1-r) = 1-r^2 < 1$이므로 항상 줄어든다는 것이 핵심 통찰이다.

💡 이것은 (1+0.2)(1−0.2) = 1−0.04라는 곱셈 공식(합차공식)과 같은 원리예요. 같은 비율로 늘리고 줄이면 항상 손해!

Q198 소수 연산과 추정

다음 세 식의 결과를 소수점 아래 둘째 자리까지 구한 뒤, 세 결과의 합을 구하시오.

(가) 7.2 ÷ 0.6
(나) 3.15 ÷ 0.7
(다) 2.56 ÷ 0.32

세 결과 중 자연수가 아닌 것은 몇 개인가?

①) ① 0개
②) ② 1개
③) ③ 2개
④) ④ 3개

🎯 **정답: ② 1개**

📖 1단계: (가) 7.2 ÷ 0.6 = 72 ÷ 6 = 12 (자연수)
2단계: (나) 3.15 ÷ 0.7 = 31.5 ÷ 7 = 4.5 (자연수 아님)
3단계: (다) 2.56 ÷ 0.32 = 256 ÷ 32 = 8 (자연수)
4단계: 자연수가 아닌 것은 (나) 하나뿐이므로 1개.

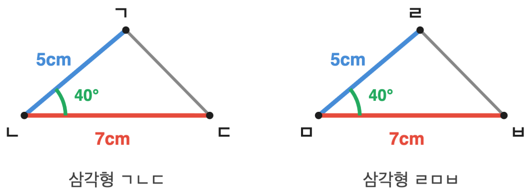
🧠 풀이 전략: 소수 나눗셈에서 나누는 수와 나뉘는 수에 같은 10의 거듭제곱을 곱해 자연수 나눗셈으로 바꾸는 전략이 핵심. 몫이 자연수인지 아닌지는 나뉘는 수가 나누는 수의 배수인지 판별하면 된다.

💡 소수끼리 나눌 때 소수점을 같은 칸만큼 옮기면 결과가 변하지 않아요. 이건 분수의 성질과 같은 원리!

Q199 합동·대칭 심화

삼각형 ㄱㄴㄷ에서 변 ㄱㄴ = 5cm, 변 ㄴㄷ = 7cm, 각 ㄴ = 40°이다. 삼각형 ㄹㅁㅂ에서 변 ㄹㅁ = 5cm, 변 ㅁㅂ = 7cm, 각 ㅁ = 40°이다. 두 삼각형이 합동인지 판별하고, 합동이라면 어떤 합동 조건을 만족하는지 고르시오.

합동 조건은?



①) ① SSS 합동

②) ② SAS 합동

③) ③ ASA 합동

④) ④ 합동이 아니다

🎯 **정답: ② SAS 합동**

📖 1단계: 두 삼각형의 대응 요소를 비교한다. ㄱㄴ=ㄹㅁ=5cm, ㄴㄷ=ㅁㅂ=7cm, 각 ㄴ=각 ㅁ=40°이다.

2단계: 끼인각(각 ㄴ, 각 ㅁ)이 두 변 사이에 있으므로 SAS(변-각-변) 조건이다.

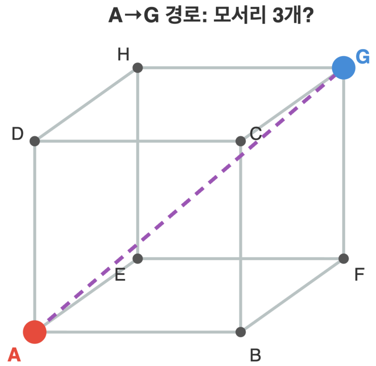
3단계: SAS 합동 조건에 의해 삼각형 ㄱㄴㄷ ≅ 삼각형 ㄹㅁㅂ이다.

🧠 풀이 전략: 합동 조건 판별 문제에서는 주어진 요소(변, 각)를 먼저 정리하고, 각이 두 변 사이에 '끼여' 있는지 확인하는 것이 핵심이다. SSS는 세 변, SAS는 두 변과 끼인각, ASA는 두 각과 끼인변이 각각 같을 때 성립한다.

💡 합동 조건은 그리스 수학자 유클리드가《원론》에서 처음 정리했어요. 2300년이 지난 지금도 똑같이 사용됩니다!

Q200 입체도형 추론

정육면체의 한 꼭짓점 A에서 출발하여 모서리를 따라 이동한다. 같은 모서리를 두 번 지나지 않으면서 정확히 3개의 모서리를 지나 A의 대각선 맞은편 꼭짓점 G에 도달하는 경로는 모두 몇 가지인가?



①) ① 2가지

②) ② 4가지

③) ③ 6가지

④) ④ 8가지

🎯 **정답: ③ 6가지**

📖 1단계: A=(0,0,0), G=(1,1,1)로 좌표를 정하면, A에서 G로 가려면 x, y, z 세 방향으로 각각 1씩 이동해야 합니다.

2단계: 정육면체의 한 모서리는 한 번에 한 좌표만 1 바꿉니다. 따라서 A에서 G까지 가는 최단 경로는 세 방향 이동을 한 번씩, 모두 3개의 모서리로 이루어집니다.

3단계: 세 방향의 이동 순서를 정하는 경우의 수는 3×2×1 = 6가지입니다. 각 순서가 서로 다른 경로이며 같은 모서리를 두 번 지나지도 않습니다.

따라서 조건을 만족하는 경로는 모두 6가지입니다.

🧠 풀이 전략: 정육면체에서 꼭짓점 사이 경로 문제는 좌표(0,0,0)→(1,1,1)으로 모델링하면 편리하다. 3개 모서리는 최단경로(3!=6가지)이고, 4개 모서리는 한 방향 왕복을 포함해야 하므로 체계적으로 세야 한다.

💡 정육면체의 12개 모서리를 모두 한 번씩 지나는 경로(오일러 경로)는 존재하지 않아요. 왜냐하면 꼭짓점에 연결된 모서리가 3개(홀수)인 꼭짓점이 8개나 있기 때문!

📝 초5 수학 심화

총 40문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q201 융합·탐구 문제

정사각형 종이의 넓이가 64cm²이다. 이 종이를 반으로 접으면 넓이가 32cm²가 된다. 다시 반으로 접으면 16cm², 또 반으로 접으면 8cm²가 된다. 이렇게 계속 접을 수 있다고 가정할 때, 1번째 접기부터 6번째 접기까지 만들어지는 넓이를 모두 더하면 얼마인가?

①) ① 62cm²

②) ② 63cm²

③) ③ 126cm²

④) ④ 128cm²

🎯 **정답: ② 63cm²**

📖 1단계: 각 접기 후 넓이를 나열한다. 1회:32, 2회:16, 3회:8, 4회:4, 5회:2, 6회:1 (단위 cm²)
2단계: 합 = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63cm²
3단계: 이는 등비급수 합 공식으로도 구할 수 있다. 첫째항 32, 공비 1/2, 6항의 합 = 32 × (1 - $(1/2)^6$) ÷ (1 - 1/2) = 32 × 63/64 ÷ (1/2) = 63

🧠 풀이 전략: 반복적으로 절반이 되는 패턴을 인식하고 등비수열의 합으로 접근해야 한다. 직접 더해도 되지만, 패턴을 발견하면 더 빠르다: 2^n을 n=0부터 5까지 더하면 2^6-1=63.

💡 실제로 종이를 7번 이상 접기는 거의 불가능해요. 하지만 2012년 미국 학생이 화장지를 이용해 13번 접는 데 성공했답니다!

Q202 소수 연산과 추정

1 ÷ 11 = 0.090909…이다. 이 순환소수에서 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 무엇인가?

①) ① 0

②) ② 9

③) ③ 1

④) ④ 8

🎯 **정답: ② 9**

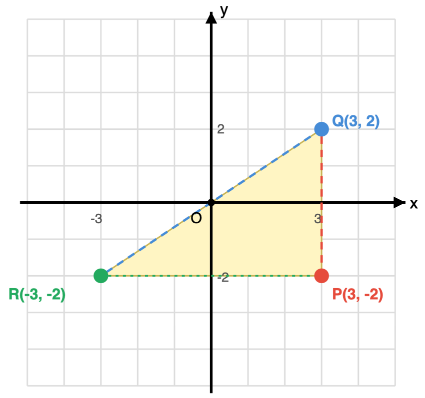
📖 1단계: 1÷11 = 0.090909…에서 순환마디는 '09'로 2자리이다.
2단계: 소수점 아래 1번째=0, 2번째=9, 3번째=0, 4번째=9… 패턴이 반복된다.
3단계: 50번째 자리 → 50은 짝수이므로 순환마디의 2번째 숫자인 9이다.

🧠 풀이 전략: 순환소수 문제는 순환마디의 길이를 파악한 뒤, 구하려는 자릿수를 순환마디 길이로 나눈 나머지로 위치를 결정한다. 나머지가 0이면 마지막 숫자에 해당한다.

💡 1/7 = 0.142857142857…은 순환마디가 6자리나 돼요. 142857은 '순환수'라고 불리며, 2~6을 곱하면 같은 숫자들이 순서만 바뀌는 신기한 수입니다!

Q203 합동·대칭 심화

좌표평면에서 점 P(3, -2)를 x축에 대해 대칭시킨 점을 Q라 하고, Q를 다시 원점에 대해 대칭시킨 점을 R이라 하자. 삼각형 PQR의 넓이를 구하시오.



①) ① 6

②) ② 12

③) ③ 18

④) ④ 24

🎯 **정답: ② 12**

📖 1단계: P(3,-2)를 x축 대칭 → Q(3, 2) (y좌표 부호만 바뀜)

2단계: Q(3,2)를 원점 대칭 → R(-3, -2) (x,y 좌표 모두 부호 바뀜)

3단계: 삼각형 PQR의 꼭짓점 P(3,-2), Q(3,2), R(-3,-2)

밑변 = PQ = |2-(-2)| = 4 (세로)

높이 = R에서 직선 PQ(x=3)까지의 거리 = |(-3)-3| = 6

넓이 = 4 × 6 ÷ 2 = 12

🧠 풀이 전략: 좌표 대칭 문제에서는 각 대칭 변환의 규칙(x축 대칭: y부호 반전, 원점 대칭: x,y 모두 반전)을 정확히 적용한 뒤, 세 점의 좌표로 넓이를 구한다. 두 점이 같은 x좌표를 가지면 밑변-높이 방법이 편리하다.

💡 대칭 변환을 여러 번 합성하면 회전이 되기도 해요. x축 대칭 후 y축 대칭은 원점 대칭(180° 회전)과 같답니다!

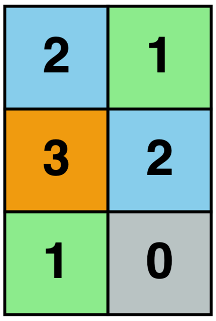
Q204 입체도형 추론

쌓기나무로 만든 입체도형의 위에서 본 모양이 아래와 같다. 각 칸의 숫자는 그 위치에 쌓인 쌓기나무의 개수이다.

2 1
3 2
1 0

이 입체도형에 사용된 쌓기나무는 모두 몇 개인가?

위에서 본 모양



①) ① 7개
②) ② 8개
③) ③ 9개
④) ④ 10개

🎯 **정답: ③ 9개**

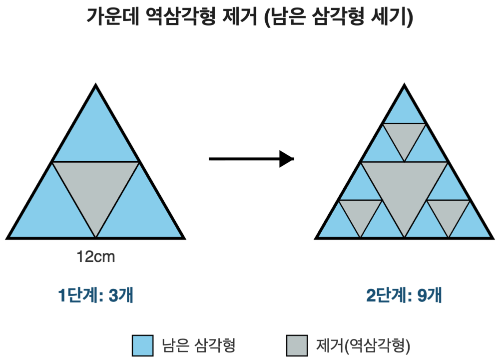
📖 1단계: 각 위치의 쌓기나무 수를 읽는다: 2, 1, 3, 2, 1, 0
2단계: 모두 더한다: 2 + 1 + 3 + 2 + 1 + 0 = 9
3단계: 따라서 쌓기나무는 총 9개이다.

🧠 풀이 전략: 위에서 본 모양에 숫자가 적혀 있으면 각 위치의 높이를 나타낸다. 전체 개수는 모든 숫자의 합이다. 0인 칸은 그 위치에 쌓기나무가 없다는 뜻이므로 주의해야 한다.

💡 실제 건축에서도 건물을 위에서 본 '평면도'를 많이 사용해요. 수학의 쌓기나무 문제가 건축 설계의 기초와 같은 원리랍니다!

Q205 융합·탐구 문제

한 변의 길이가 12cm인 정삼각형이 있다. 각 변의 중점을 연결하여 작은 정삼각형 4개로 나누었을 때, 가운데 역삼각형을 제거한다. 남은 3개의 작은 정삼각형 각각에 대해 같은 과정을 반복한다. 두 번째 제거까지 마친 후 남아 있는 삼각형의 개수는?



①) ① 6개
②) ② 8개
③) ③ 9개
④) ④ 12개

🎯 **정답: ③ 9개**

📖 1단계: 처음 정삼각형을 4개로 나누고 가운데 1개를 제거하면 3개 남는다.
2단계: 남은 3개 각각을 다시 4개로 나누고 가운데 1개씩 제거하면, 각각 3개가 남으므로 3 × 3 = 9개.
3단계: 따라서 두 번째 제거 후 남은 삼각형은 9개이다. (n번째 단계 후 3^n개)

🧠 풀이 전략: 이것은 시어핀스키 삼각형의 구성 과정이다. 각 단계에서 남은 삼각형 수가 3배로 늘어나는 패턴(3^1=3, 3^2=9, 3^3=27…)을 발견하는 것이 핵심이다.

💡 이 과정을 무한히 반복하면 '시어핀스키 삼각형'이라는 프랙탈이 만들어져요. 넓이는 0이 되지만 점은 무한히 많은 신기한 도형입니다!

Q206 소수 연산과 추정

어림하여 다음 식의 결과가 어느 범위에 있는지 판단하시오.

4.8 × 3.2 ÷ 0.5

(힌트: 각 수를 반올림한 뒤 계산해 보세요)

①) ① 20 이상 25 미만
②) ② 25 이상 30 미만
③) ③ 30 이상 35 미만
④) ④ 35 이상 40 미만

🎯 **정답: ③ 30 이상 35 미만**

📖 1단계: 어림값으로 계산 — 4.8≈5, 3.2≈3, 0.5=0.5 → 5×3÷0.5 = 15÷0.5 = 30
2단계: 정확한 계산 — 4.8×3.2 = 15.36, 15.36÷0.5 = 30.72
3단계: 30.72는 '30 이상 35 미만' 범위에 있다. 어림값 30도 같은 범위를 가리키므로 어림이 유효했다.

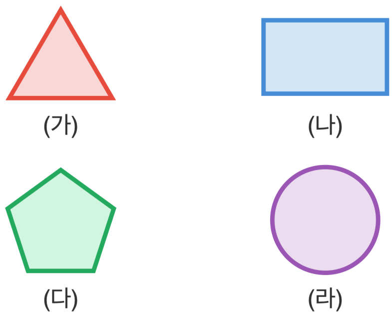
🧠 풀이 전략: 소수의 어림 문제에서는 먼저 각 수를 적절히 반올림하여 대략적인 크기를 파악하고, 그 후 정확한 계산으로 확인하는 2단계 접근이 중요하다. 나누기 0.5는 ×2와 같다는 점도 활용 가능.

💡 ÷0.5는 ×2와 같아요! 0.5로 나눈다는 것은 '반 개씩 나눈다'는 뜻이니 개수가 2배가 되는 거죠.

Q207 합동·대칭 심화

다음 도형 중 선대칭이면서 동시에 점대칭인 도형을 모두 고르시오.

(가) 정삼각형 (나) 직사각형 (다) 정오각형 (라) 원



①) ① (나)만
②) ② (라)만
③) ③ (나), (라)
④) ④ (가), (나), (라)

🎯 **정답: ③ (나), (라)**

📖 1단계: 선대칭 검사 — (가)정삼각형 ○, (나)직사각형 ○, (다)정오각형 ○, (라)원 ○ → 모두 선대칭
2단계: 점대칭 검사 — 중심을 기준으로 180° 회전 시 겹치는가? (가)정삼각형 ✕(120° 회전에서만 겹침), (나)직사각형 ○, (다)정오각형 ✕(72° 회전에서만 겹침), (라)원 ○
3단계: 선대칭이면서 점대칭인 것은 (나)직사각형과 (라)원이다.

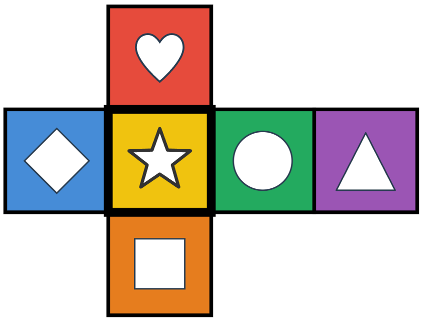
🧠 풀이 전략: 선대칭(대칭축 존재)과 점대칭(180° 회전 대칭)은 별개의 성질이다. 정다각형에서 변의 수가 짝수이면 점대칭이고, 홀수이면 점대칭이 아니라는 규칙을 적용하면 빠르게 판별할 수 있다.

💡 정n각형이 점대칭이려면 n이 짝수여야 해요. 그래서 정삼각형(3), 정오각형(5)은 점대칭이 아니지만, 정사각형(4), 정육각형(6)은 점대칭이에요!

Q208 입체도형 추론

아래 전개도를 접어 정육면체를 만들 때, '★' 면과 마주보는 면에 적힌 기호는 무엇인가?

전개도 배치(십자형):
[♥]
[◆][★][●][▲]
[■]



①) ① ♥
②) ② ◆
③) ③ ●
④) ④ ▲

🎯 **정답: ④ ▲**

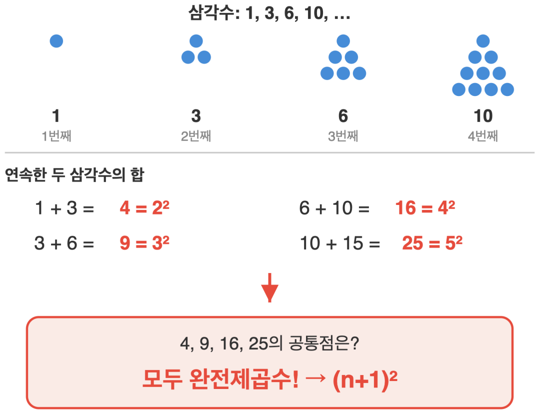
📖 1단계: 십자형 전개도의 가운데 가로줄 ◆-★-●-▲는 정육면체의 옆면을 한 바퀴 두르는 '띠'를 이룹니다. 띠를 이루는 네 면에서는 서로 두 칸 떨어진 면끼리 마주봅니다(바로 옆 칸은 이웃한 면).
2단계: 따라서 ◆의 맞은편은 ●, ★의 맞은편은 ▲입니다.
3단계: ★ 위의 ♥와 ★ 아래의 ■는 띠의 위아래를 막는 두 면으로 서로 마주봅니다.
따라서 ★과 마주보는 면의 기호는 ▲입니다.

🧠 풀이 전략: 전개도 맞은편 면 찾기는 실제로 접어보는 시뮬레이션이 가장 확실하다. 십자형에서는 기준면을 바닥으로 놓고 위·아래가 앞·뒤, 양옆이 좌·우가 되며, 기준면에서 두 칸 떨어진 면이 맞은편(윗면)이 된다.

💡 정육면체 전개도는 총 11가지가 있어요. 어떤 전개도든 마주보는 면 쌍 3개를 찾는 연습을 하면 공간감각이 좋아집니다!

Q209 융합·탐구 문제

삼각수는 1, 3, 6, 10, 15, 21, …처럼 점을 삼각형 모양으로 쌓아 만드는 수이다. n번째 삼각수는 1+2+3+…+n으로 구할 수 있다. 연속한 두 삼각수의 합은 항상 어떤 특별한 수가 되는데, 그 수는 무엇인가?



①) ① 짝수

②) ② 홀수

③) ③ 완전제곱수

④) ④ 소수

🎯 **정답: ③ 완전제곱수**

📖 1단계: 연속한 삼각수 쌍의 합을 구한다. 1+3=4, 3+6=9, 6+10=16, 10+15=25

2단계: $4=2^2$, $9=3^2$, $16=4^2$, $25=5^2$ → 모두 완전제곱수이다.

3단계: 이유: n번째 삼각수 = n(n+1)/2, (n+1)번째 삼각수 = (n+1)(n+2)/2. 합 = n(n+1)/2 + (n+1)(n+2)/2 = (n+1)(n+n+2)/2 = (n+1)(2n+2)/2 = $(n+1)^2$. 따라서 연속한 두 삼각수의 합은 항상 $(n+1)^2$으로 완전제곱수이다.

🧠 풀이 전략: 규칙 발견 문제는 먼저 구체적인 예시로 패턴을 관찰한 뒤, 일반식으로 증명하는 2단계 접근이 효과적이다. 삼각수 공식 n(n+1)/2를 알면 대수적으로 깔끔하게 증명할 수 있다.

💡 피타고라스 학파는 삼각수를 '신성한 수'로 여겼어요. 특히 10(=1+2+3+4)을 '테트락티스'라 불렀고, 이 수에 맹세까지 했답니다!

Q210 규칙과 함수

피보나치 수열 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, …에서 각 수를 4로 나눈 나머지를 차례로 적으면 일정한 주기로 반복됩니다. 이 주기를 찾아, 100번째 피보나치 수를 4로 나눈 나머지를 구하세요.

피보나치 수 ÷ 4 의 나머지

순서	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
피보나치	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144
÷4 나머지	1	1	2	3	1	0	1	1	2	3	1	0

1,1,2,3,1,0 1,1,2,3,1,0

주기 = ? (6칸마다 반복)

①) ① 0

②) ② 1

③) ③ 2

④) ④ 3

🎯 **정답: ④ 3**

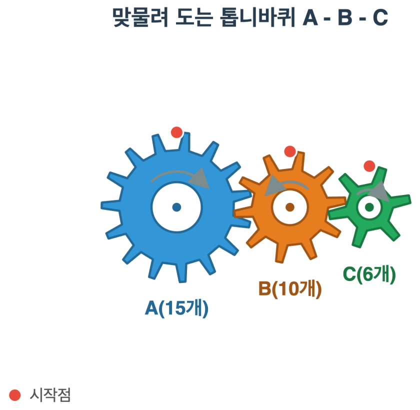
📖 1단계: 피보나치 수를 4로 나눈 나머지를 차례로 구하면 1, 1, 2, 3, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 1, 0, …입니다.
2단계: 나머지가 {1, 1, 2, 3, 1, 0}으로 주기 6으로 반복됩니다. (7번째부터 다시 1, 1, 2, 3, 1, 0)
3단계: 100 ÷ 6 = 16…4이므로 100번째는 주기의 4번째 위치에 해당합니다.
4단계: 주기의 4번째 나머지는 3이므로 답은 3입니다.

🧠 풀이 전략: 피보나치 수열의 나머지는 반드시 주기적으로 반복됩니다(피사노 주기). 나머지를 직접 나열하여 주기를 발견한 뒤, 나눗셈의 나머지로 해당 위치를 찾는 모듈러 산술 전략을 사용합니다.

💡 피보나치 수를 어떤 수로 나눈 나머지는 항상 주기적으로 반복되는데, 이를 '피사노 주기'라고 합니다. 4로 나눈 피사노 주기는 6이에요!

Q211 규칙과 함수

톱니바퀴 A(톱니 15개), B(톱니 10개), C(톱니 6개)가 A-B-C 순서로 맞물려 돌아갑니다. 세 톱니바퀴가 모두 처음 위치로 동시에 돌아오려면 톱니바퀴 A는 최소 몇 바퀴를 돌아야 할까요?



①) ① 1바퀴
②) ② 2바퀴
③) ③ 4바퀴
④) ④ 6바퀴

🎯 **정답: ② 2바퀴**

📖 1단계: 세 톱니바퀴가 처음 위치로 돌아오려면, 세 톱니 수의 최소공배수만큼의 톱니가 맞물려야 합니다.
2단계: LCM(15, 10, 6)을 구합니다. 15 = 3×5, 10 = 2×5, 6 = 2×3이므로 LCM = 2×3×5 = 30
3단계: A는 30 ÷ 15 = 2바퀴, B는 30 ÷ 10 = 3바퀴, C는 30 ÷ 6 = 5바퀴를 돌면 모두 처음 위치로 돌아옵니다.
따라서 A는 최소 2바퀴를 돌아야 합니다.

🧠 풀이 전략: 톱니바퀴 문제는 최소공배수 문제와 같습니다. 맞물린 톱니의 총 수가 각 톱니 수의 공배수가 될 때 원래 위치로 돌아오므로, LCM을 구한 뒤 각 톱니 수로 나누면 바퀴 수가 나옵니다.

💡 시계 안에는 여러 톱니바퀴가 맞물려 있는데, 시침·분침·초침의 속도 비가 정확하도록 톱니 수를 최소공배수 원리로 설계한답니다!

Q212 규칙과 함수

제곱수(어떤 수를 두 번 곱한 수)는 1, 4, 9, 16, 25, 36, …이고, 삼각수(1부터 차례로 더한 수)는 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, … 입니다. 제곱수이면서 동시에 삼각수인 수 중에서 1 다음으로 작은 수는 무엇일까요?

①) ① 16

②) ② 25

③) ③ 36

④) ④ 49

🎯 **정답: ③ 36**

📖 1단계: 제곱수를 나열합니다: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, …

2단계: 삼각수를 나열합니다: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, …

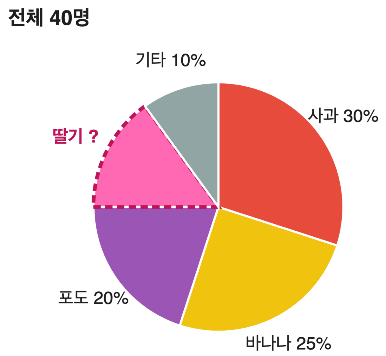
3단계: 두 수열에서 공통으로 나타나는 수를 찾으면 1, 36, …입니다. 36 = 6^2 (제곱수)이고 36 = 1+2+3+…+8 (삼각수)이므로, 1 다음으로 작은 공통 수는 36입니다.

🧠 풀이 전략: 두 수열의 공통 원소를 찾는 문제입니다. 각 수열을 충분히 나열하여 직접 비교하는 전략을 사용합니다. 제곱수는 빠르게 커지므로, 각 제곱수가 삼각수인지 확인하면 됩니다.

💡 제곱수이면서 삼각수인 수는 1, 36, 1225, 41616, …으로 점점 드물어지지만 무한히 존재합니다!

Q213 자료와 확률 추론

어떤 반 학생 40명에게 좋아하는 과일을 조사하여 원그래프로 나타냈습니다. 사과 30%, 바나나 25%, 포도 20%, 기타 10%이고 나머지는 딸기입니다. 딸기를 좋아하는 학생이 바나나를 좋아하는 학생보다 몇 명 적을까요?



①) ① 2명

②) ② 4명

③) ③ 6명

④) ④ 8명

🎯 **정답: ② 4명**

📖 1단계: 딸기의 비율을 구합니다. 100% - 30% - 25% - 20% - 10% = 15%

2단계: 딸기를 좋아하는 학생 수: 40 × 15/100 = 6명, 바나나를 좋아하는 학생 수: 40 × 25/100 = 10명

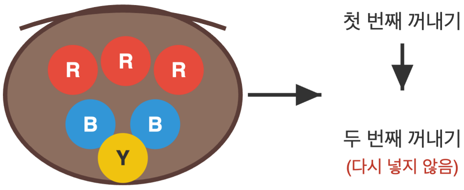
3단계: 차이는 10 - 6 = 4명입니다.

🧠 풀이 전략: 원그래프에서 빠진 비율을 전체 100%에서 역산한 뒤, 비율을 실제 인원수로 변환하여 비교합니다. 비율 → 실제값 변환이 핵심입니다.

💡 원그래프는 영국의 간호사 나이팅게일이 크림전쟁 때 사망 원인을 분석하기 위해 처음 널리 사용했다고 해요!

Q214 자료와 확률 추론

주머니에 빨간 공 3개, 파란 공 2개, 노란 공 1개가 들어 있습니다. 공을 하나 꺼낸 뒤 다시 넣지 않고 또 하나를 꺼낼 때, 두 공의 색이 서로 다를 가능성을 기약분수로 나타내세요.



두 공의 색이 다를 가능성 = ?

①) ① 3/5

②) ② 2/3

③) ③ 11/15

④) ④ 4/5

🎯 **정답: ③ 11/15**

📖 1단계: 전체 경우의 수를 셉니다. 첫 번째 6가지 × 두 번째 5가지 = 30가지

2단계: 같은 색이 나오는 경우를 셉니다. 빨-빨: 3×2 = 6가지, 파-파: 2×1 = 2가지, 노-노: 1×0 = 0가지 → 합계 8가지

3단계: 다른 색이 나오는 경우: 30 - 8 = 22가지

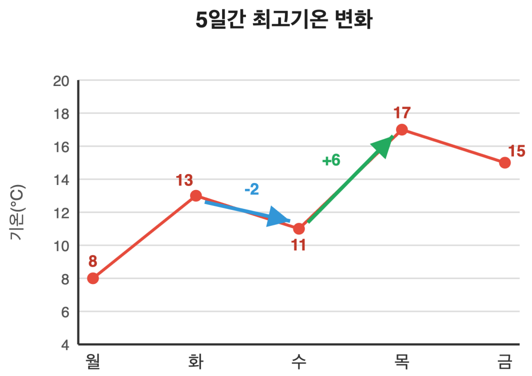
4단계: 가능성 = 22/30 = 11/15

🧠 풀이 전략: 여사건 전략을 사용합니다. '다른 색'의 경우를 직접 세기는 복잡하므로, 전체에서 '같은 색'인 경우를 빼는 것이 효율적입니다. 비복원추출이므로 두 번째 뽑기에서 공이 하나 줄어드는 점에 주의합니다.

💡 이처럼 '아닌 경우를 빼는' 방법을 수학에서 '여사건의 확률'이라고 해요. 복잡한 확률 문제를 쉽게 풀 수 있는 강력한 도구랍니다!

Q215 자료와 확률 추론

5일간 최고기온을 꺾은선그래프로 나타냈습니다. 월요일 8°C, 화요일 13°C, 수요일 11°C, 목요일 17°C, 금요일 15°C입니다. 기온이 전날보다 가장 많이 오른 날과 가장 많이 내린 날의 기온 변화량의 합은 몇 °C일까요?



①) ① 6°C

②) ② 7°C

③) ③ 8°C

④) ④ 9°C

🎯 **정답: ③ 8°C**

📖 1단계: 각 날의 기온 변화량을 구합니다. 월→화: +5°C, 화→수: -2°C, 수→목: +6°C, 목→금: -2°C

2단계: 가장 많이 오른 날: 수→목(+6°C), 가장 많이 내린 날: 화→수(-2°C) 또는 목→금(-2°C)

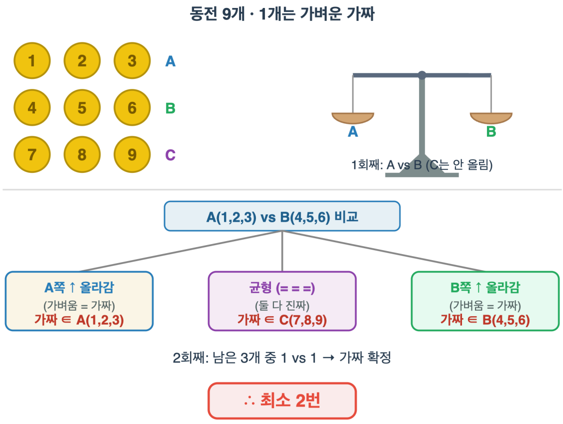
3단계: 변화량의 합: 6 + 2 = 8°C (내린 양은 절댓값으로 계산)

🧠 풀이 전략: 꺾은선그래프에서 '변화량'은 인접한 두 점의 차이입니다. 오른 양과 내린 양을 각각 구한 뒤, 절댓값의 합을 구하는 문제입니다. '합'이라는 표현에서 절댓값으로 계산해야 함에 주의합니다.

💡 기상청에서는 기온뿐 아니라 기온의 '변화율'도 중요하게 봅니다. 하루에 10°C 이상 급변하면 건강 주의보를 발령하기도 해요!

Q216 논리·전략 심화

겉보기에 똑같은 동전 9개 중 1개가 가짜이고, 가짜 동전은 진짜보다 가볍습니다. 양팔저울을 사용하여 가짜 동전을 찾으려면 최소 몇 번 재야 할까요? (저울은 왼쪽이 무거운지, 오른쪽이 무거운지, 균형인지만 알려줍니다)



①) ① 1번

②) ② 2번

③) ③ 3번

④) ④ 4번

🎯 **정답: ② 2번**

📖 1단계: 9개를 3개씩 세 그룹(A, B, C)으로 나눕니다.

2단계: [1회째] A와 B를 저울에 올립니다. ① 균형이면 → 가짜는 C에 있음. ② 한쪽이 가벼우면 → 가벼운 쪽 3개에 가짜가 있음.

3단계: [2회째] 가짜가 있는 3개 중 1개씩 두 개를 저울에 올립니다. ① 균형이면 → 올리지 않은 1개가 가짜. ② 한쪽이 가벼우면 → 그것이 가짜.

따라서 최소 2번이면 반드시 찾을 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 삼분 탐색 전략을 사용합니다. 양팔저울은 한 번에 '왼쪽·균형·오른쪽' 3가지 결과를 주므로, 한 번 재면 후보를 1/3로 줄일 수 있습니다. 9 → 3 → 1로 2번이면 충분합니다. 이 원리로 3^n개까지 n번에 찾을 수 있습니다.

💡 이 원리를 확장하면 저울 3번으로 27개, 4번으로 81개 중 가짜를 찾을 수 있어요. 3의 거듭제곱과 관련이 있죠!

Q217 논리·전략 심화

A, B, C 세 사람은 각각 항상 진실만 말하거나 항상 거짓만 말합니다.
- A: "B는 거짓말쟁이야."
- B: "C는 거짓말쟁이야."
- C: "A와 B 둘 다 거짓말쟁이야."

진실을 말하는 사람은 누구일까요?

①) ① A만

②) ② B만

③) ③ C만

④) ④ A와 C

🎯 **정답: ② B만**

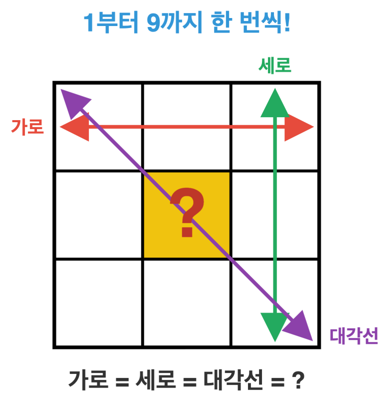
📖 1단계: A가 진실이라고 가정합니다. → B는 거짓말쟁이 → B의 말 거짓 → C는 진실 → C의 말 '둘 다 거짓'이 참이어야 하므로 A도 거짓이어야 함 → A가 진실이라는 가정과 모순!
2단계: A가 거짓이라면 → A의 말 거짓 → B는 진실 → B의 말 참 → C는 거짓말쟁이
3단계: 검증: C가 거짓 → C의 말 'A와 B 둘 다 거짓'은 거짓 → A, B 중 적어도 하나는 진실 → B가 진실이므로 성립! ✓
따라서 B만 진실을 말합니다.

🧠 풀이 전략: 논리 퍼즐은 '가정 → 모순 찾기' 전략으로 풉니다. 각 사람이 진실이라고 가정하고 논리적으로 따라가다 모순이 생기면 그 가정을 버립니다. 이를 '귀류법(배리법)'이라 합니다.

💡 이런 문제를 '기사와 악당 퍼즐'이라고 불러요. 수학자 레이먼드 스멀리안이 만든 유명한 논리 퍼즐 시리즈입니다!

Q218 논리·전략 심화

3×3 마방진에서 1부터 9까지의 수를 한 번씩 넣어 가로, 세로, 대각선의 합을 모두 같게 만들려고 합니다. 가운데 칸에 들어갈 수는 반드시 무엇이어야 할까요? 그 이유도 생각해 보세요.



①) ① 3

②) ② 4

③) ③ 5

④) ④ 6

🎯 **정답: ③ 5**

📖 1단계: 1+2+…+9 = 45이므로, 3줄의 합 = 45, 한 줄의 합 = 45÷3 = 15입니다.

2단계: 가운데 칸은 가로 1줄, 세로 1줄, 대각선 2줄 = 총 4줄에 포함됩니다.

3단계: 가운데를 지나는 4줄의 합 = 15×4 = 60. 이 4줄에는 가운데 수가 4번, 나머지 8칸의 수가 각 1번 포함되므로, (가운데×4) + (1~9의 합 - 가운데) = 60 → 3×가운데 + 45 = 60 → 가운데 = 5

따라서 가운데는 반드시 5입니다.

🧠 풀이 전략: 마방진의 한 줄 합(매직넘버)을 먼저 구하고, 가운데 칸이 포함되는 줄의 개수를 세어 연립 관계를 만듭니다. 전체 합과 구조적 성질을 이용하는 수학적 논증 전략입니다.

💡 3×3 마방진은 회전과 뒤집기를 제외하면 본질적으로 딱 1가지뿐이에요. 중국에서는 4000년 전 거북이 등에서 발견했다는 전설이 있답니다(낙서, 洛書)!

Q219 약수·배수 심화

두 자연수 A, B의 곱이 180이고 최대공약수가 6입니다. A < B일 때, 두 수의 합 A + B가 가장 작으려면 A와 B는 각각 얼마일까요?

①) ① A=6, B=30

②) ② A=12, B=15

③) ③ A=18, B=10

④) ④ A=12, B=18

🎯 **정답: ① A=6, B=30**

📖 1단계: GCD(A,B) = 6이므로 A = 6m, B = 6n (m, n은 서로소인 자연수)으로 놓습니다.
2단계: A × B = 6m × 6n = 36mn = 180이므로 mn = 5입니다.
3단계: m과 n은 서로소이고 mn = 5인 자연수 쌍: (1, 5)뿐입니다. (5는 소수이므로)
4단계: A = 6×1 = 6, B = 6×5 = 30 → A + B = 36
검증: GCD(6, 30) = 6 ✓, 6×30 = 180 ✓

🧠 풀이 전략: GCD를 이용한 분해 전략입니다. 두 수를 GCD×(서로소인 수)로 표현하면, 곱 조건에서 서로소 쌍을 구할 수 있습니다. mn의 값이 소수이므로 쌍이 유일하게 결정됩니다.

💡 두 자연수에서 GCD × LCM = 두 수의 곱이라는 성질이 있어요. 이 문제에서 LCM = 180/6 = 30이므로 LCM(6,30) = 30으로 검증할 수 있답니다!

Q220 약수·배수 심화

LCM(A, B) = 12이고 LCM(A, C) = 15일 때, B = 4, C = 5입니다. 자연수 A를 구하세요.

①) ① 1

②) ② 3

③) ③ 5

④) ④ 6

🎯 **정답: ② 3**

📖 1단계: LCM(A, 4) = 12 조건을 분석합니다. 4 = 2^2이고 12 = 2^2×3이므로, A는 3의 배수이면서 2의 거듭제곱은 2^2 이하여야 합니다. 후보: 3, 6, 12
2단계: LCM(A, 5) = 15 조건을 분석합니다. 5 = 5이고 15 = 3×5이므로, A는 3을 인수로 가져야 하고(15에 3이 한 번 들어가므로 A의 3도 한 번), 인수 5는 최대 한 번까지만 가질 수 있습니다(즉 25의 배수는 아님). 또한 3, 5 이외의 소인수는 가질 수 없습니다. 따라서 후보는 3, 15입니다. (A=15처럼 5의 배수여도 LCM(15, 5)=15이므로 조건을 만족함에 유의)
3단계: 두 조건을 동시에 만족하는 A: {3, 6, 12} ∩ {3, 15} = {3}
검증: LCM(3, 4) = 12 ✓, LCM(3, 5) = 15 ✓
따라서 A = 3입니다.

🧠 풀이 전략: 두 LCM 조건을 각각 소인수분해로 분석하여 A의 후보를 구한 뒤, 교집합으로 좁히는 소거법 전략입니다. LCM의 정의(각 소인수의 최대 지수)를 정확히 이해해야 합니다.

💡 LCM은 '가장 작은 공통 배수'라는 뜻인데, 버스 시간표에서 두 노선이 동시에 출발하는 시각을 구할 때도 사용해요!

Q221 약수·배수 심화

'완전수'는 자기 자신을 제외한 모든 약수의 합이 자기 자신과 같은 수입니다. 예를 들어 6의 약수(자신 제외)는 1, 2, 3이고 1+2+3 = 6이므로 6은 완전수입니다. 두 번째 완전수는 28입니다. 세 번째 완전수를 구하세요.

🎯 **정답: 496**

📖 1단계: 완전수를 찾으려면 각 수의 약수 합을 조사합니다. 6(첫 번째), 28(두 번째) 이후를 찾습니다.
2단계: 완전수는 2^(p-1) × (2^p - 1) 형태입니다(2^p - 1이 소수일 때). p=2: 2×3=6 ✓, p=3: 4×7=28 ✓, p=5: 16×31=496
3단계: 496의 약수(자신 제외): 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248
검증: 1+2+4+8+16+31+62+124+248 = 496 ✓
따라서 세 번째 완전수는 496입니다.

🧠 풀이 전략: 완전수를 직접 하나씩 찾기는 어려우므로, 에우클레이데스가 발견한 공식 2^(p-1)×(2^p-1)을 활용합니다. p에 소수를 대입하여 2^p-1도 소수인지 확인합니다. 또는 약수 합을 체계적으로 계산하여 찾을 수도 있습니다.

💡 완전수는 매우 드물어서 현재까지 51개밖에 발견되지 않았어요. 네 번째 완전수는 8128이고, 다섯 번째는 무려 33550336입니다! 홀수 완전수가 존재하는지는 2000년 넘게 풀리지 않은 미해결 문제랍니다.

Q222 분수 연산 추론

다음 분수의 합을 구하시오.
1/(1×2) + 1/(2×3) + 1/(3×4) + 1/(4×5) + 1/(5×6)

이 합이 특별한 규칙을 따르는 이유를 생각하며 답을 고르시오.

①) ① 5/12
②) ② 1/2
③) ③ 5/6
④) ④ 7/12

🎯 **정답: ③ 5/6**

📖 1단계: 각 분수를 부분분수로 분해합니다. 1/(n×(n+1)) = 1/n - 1/(n+1)이므로,
1/(1×2) = 1 - 1/2
1/(2×3) = 1/2 - 1/3
1/(3×4) = 1/3 - 1/4
1/(4×5) = 1/4 - 1/5
1/(5×6) = 1/5 - 1/6

2단계: 모두 더하면 중간 항이 서로 상쇄됩니다(텔레스코핑).
(1 - 1/2) + (1/2 - 1/3) + (1/3 - 1/4) + (1/4 - 1/5) + (1/5 - 1/6)
= 1 - 1/6

3단계: 1 - 1/6 = 5/6

🧠 풀이 전략: 이 문제는 '부분분수 분해(텔레스코핑)' 전략으로 접근해야 해. 1/(n(n+1))꼴을 1/n - 1/(n+1)로 쪼개면 연속된 항이 서로 소거되어 처음과 마지막만 남는 구조를 발견할 수 있어.

💡 이런 합을 '망원경 합(telescoping sum)'이라고 해요. 망원경처럼 쭉 늘였다가 접으면 양 끝만 남거든요!

Q223 소수 연산과 추정

0.7을 소수로 계속 곱해 갑니다.

0.7, 0.7×0.7, 0.7×0.7×0.7, …

이렇게 곱할수록 결과는 어떻게 변하나요? 또한 0.7을 5번 곱한 값(0.7^5)은 다음 중 어디에 해당하나요?

①) ① 0.5보다 크다

②) ② 0.1보다 크고 0.2보다 작다

③) ③ 0.2보다 크고 0.5보다 작다

④) ④ 0.1보다 작다

🎯 **정답: ② 0.1보다 크고 0.2보다 작다**

📖 1단계: $0.7^2 = 0.49$, $0.7^3 = 0.7 \times 0.49 = 0.343$

2단계: $0.7^4 = 0.7 \times 0.343 = 0.2401$

$0.7^5 = 0.7 \times 0.2401 = 0.16807$

3단계: 0.16807은 0.1보다 크고 0.2보다 작으므로 답은 ②입니다.

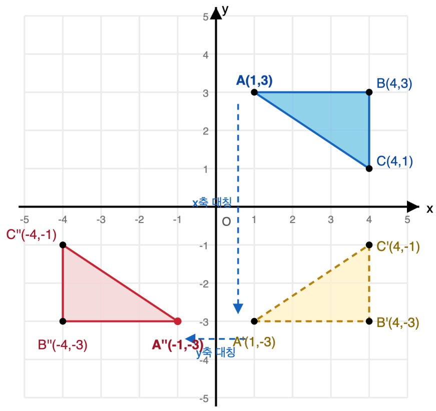
4단계: 1보다 작은 소수를 계속 곱하면 값이 점점 0에 가까워집니다.

🧠 풀이 전략: 1보다 작은 수를 반복해서 곱하면 값이 점점 줄어든다는 원리를 활용해야 해. 정확한 계산보다는 각 단계의 어림값을 추적하면서 범위를 좁혀가는 전략이 효율적이야.

💡 1보다 작은 수를 무한히 곱하면 결국 0에 한없이 가까워져요. 하지만 절대로 정확히 0이 되지는 않아요!

Q224 합동·대칭 심화

좌표 위에 삼각형 ABC가 있습니다. A(1, 3), B(4, 3), C(4, 1)입니다.
이 삼각형을 먼저 x축에 대해 선대칭 이동한 뒤, 이동된 삼각형을 다시 y축에 대해 선대칭 이동합니다.
최종 꼭짓점 A''의 좌표는 무엇인가요?



①) ① (-1, 3)
②) ② (-1, -3)
③) ③ (1, -3)
④) ④ (-4, -1)

🎯 **정답: ② (-1, -3)**

📖 1단계: x축 대칭 이동 — x좌표는 그대로, y좌표의 부호가 바뀝니다.
A(1, 3) → A'(1, -3)

2단계: y축 대칭 이동 — y좌표는 그대로, x좌표의 부호가 바뀝니다.
A'(1, -3) → A''(-1, -3)

3단계: 따라서 A''(-1, -3)이 정답입니다.

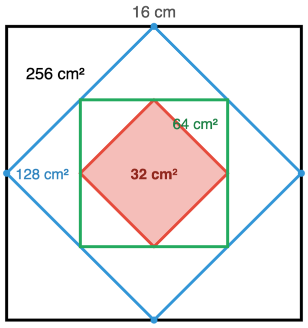
참고: x축 대칭 후 y축 대칭은 결국 원점 대칭과 같은 결과입니다! A(1,3)의 원점 대칭은 (-1,-3)으로 동일합니다.

🧠 풀이 전략: 좌표 변환 규칙을 순서대로 적용하는 합성 변환 문제야. x축 대칭은 (x,y)→(x,-y), y축 대칭은 (x,y)→(-x,y)이므로 순서대로 적용하면 돼. 최종적으로 두 대칭의 합성이 원점 대칭과 같다는 것도 발견할 수 있어.

💡 서로 수직인 두 대칭축에 대해 연속으로 대칭 이동하면, 그 교점에 대한 점대칭과 같은 결과가 나와요!

Q225 융합·탐구 문제

한 변의 길이가 16cm인 정사각형이 있습니다. 이 정사각형의 각 변의 중점을 연결하면 안에 작은 정사각형이 생깁니다. 다시 그 작은 정사각형의 각 변의 중점을 연결하면 더 작은 정사각형이 생깁니다. 이렇게 3번 반복했을 때, 가장 안쪽 정사각형의 넓이는?



①) ① 16 cm²

②) ② 32 cm²

③) ③ 64 cm²

④) ④ 8 cm²

🎯 **정답: ② 32 cm²**

📖 1단계: 원래 정사각형의 넓이 = 16 × 16 = 256 cm²

2단계: 각 변의 중점을 연결한 정사각형의 넓이는 원래의 1/2입니다.
(중점 연결 정사각형의 한 변 = 대각선/√2 관계에 의해 넓이가 절반)
- 1번째 내부: 256 ÷ 2 = 128 cm²
- 2번째 내부: 128 ÷ 2 = 64 cm²
- 3번째 내부: 64 ÷ 2 = 32 cm²

3단계: 3번 반복 후 가장 안쪽 정사각형의 넓이는 32 cm²

🧠 풀이 전략: 정사각형 각 변의 중점을 연결하면 넓이가 정확히 절반이 된다는 핵심 성질을 파악해야 해. 이를 알면 반복할 때마다 ÷2를 하면 되므로, 3번 반복이면 $256 \times (1/2)^3 = 32$로 구할 수 있어.

💡 이 과정을 무한히 반복하면 정사각형은 한 점으로 수렴해요. 넓이는 256 × (1/2)^n으로 0에 한없이 가까워지죠!

Q226 약수·배수 심화

어떤 자연수의 약수를 모두 나열했더니 약수의 개수가 홀수 개였습니다. 다음 중 이런 성질을 가진 수는 어느 것인가요? 또한 그 이유는 무엇인가요?

①) ① 12

②) ② 36

③) ③ 48

④) ④ 50

🎯 **정답: ② 36**

📖 1단계: 약수의 개수가 홀수인 수는 '완전제곱수'입니다. 보통 약수는 쌍으로 존재하지만(예: 12의 약수 3과 4), 완전제곱수는 제곱근이 자기 자신과 쌍을 이루므로 하나가 남습니다.

2단계: 각 수를 확인합니다.
- $12 = 2^2 \times 3 \rightarrow$ 약수 개수 $= (2+1)(1+1) = 6$개 (짝수)
- $36 = 6^2 = 2^2 \times 3^2 \rightarrow$ 약수 개수 $= (2+1)(2+1) = 9$개 (홀수) ✓
- $48 = 2^4 \times 3 \rightarrow$ 약수 개수 $= (4+1)(1+1) = 10$개 (짝수)
- $50 = 2 \times 5^2 \rightarrow$ 약수 개수 $= (1+1)(2+1) = 6$개 (짝수)

3단계: 36만 완전제곱수이므로 약수의 개수가 홀수(9개)입니다.

🧠 풀이 전략: 약수의 개수가 홀수인 수의 특징을 파악하는 문제야. 약수는 보통 쌍으로 나오는데($a \times b = n$), 완전제곱수만 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$으로 쌍이 겹치는 약수가 있어서 총 개수가 홀수가 돼. 소인수분해 후 약수 개수 공식으로 검증할 수 있어.

💡 1부터 100까지 완전제곱수는 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100으로 딱 10개예요. 100개 중 10개만 약수 개수가 홀수랍니다!

Q227 규칙과 함수

어떤 기계에 수를 넣으면 규칙에 따라 결과가 나옵니다.

넣은 수: 1 → 결과: 5
넣은 수: 3 → 결과: 11
넣은 수: 5 → 결과: 17
넣은 수: 10 → 결과: ?

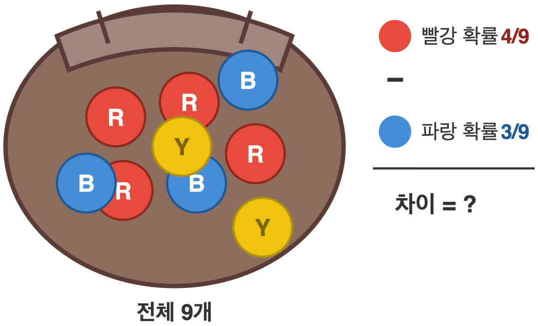
규칙을 찾아 빈칸에 알맞은 수를 구하시오. 단, 규칙은 두 가지 연산의 조합입니다.

①) ① 30
②) ② 32
③) ③ 35
④) ④ 33

🎯 **정답: ② 32**
📖 1단계: 입력과 출력의 관계를 살펴봅니다. 1 → 5, 3 → 11, 5 → 17.
2단계: 입력이 2씩 커질 때 출력이 6씩 커지므로 입력 1당 출력은 3씩 늘어납니다. 곱셈과 덧셈을 조합한 규칙 (입력)×3+(어떤 수)를 시도합니다.
1×3+2 = 5 ✓, 3×3+2 = 11 ✓, 5×3+2 = 17 ✓
따라서 규칙은 (입력)×3+2 입니다.
3단계: 10을 넣으면 10×3+2 = 32.
따라서 답은 32입니다.
🧠 풀이 전략: 함수 기계 문제는 입출력 쌍에서 규칙을 추론하는 전략이 필요해. 먼저 차이(출력-입력)를 보고, 일정하지 않으면 곱셈+덧셈 조합(일차식 y=ax+b)을 시도해. 두 쌍으로 a, b를 구한 뒤 나머지 쌍으로 검증하는 거야.
💡 이런 함수 기계는 중학교에서 배우는 일차함수 y=ax+b의 기초예요. 기울기 a와 y절편 b를 찾는 거죠!

Q228 자료와 확률 추론

주머니에 빨간 공 4개, 파란 공 3개, 노란 공 2개가 들어 있습니다. 공을 하나 꺼낼 때, 빨간 공이 나올 가능성과 파란 공이 나올 가능성의 차이를 분수로 나타내시오.



①) ① 1/3
②) ② 1/9
③) ③ 2/9
④) ④ 1/6

🎯 **정답: ② 1/9**

📖 1단계: 전체 공의 수 = 4 + 3 + 2 = 9개

2단계: 각 확률을 구합니다.
- 빨간 공이 나올 확률 = 4/9
- 파란 공이 나올 확률 = 3/9 = 1/3

3단계: 두 확률의 차이
4/9 - 3/9 = 1/9

🧠 풀이 전략: 확률의 기본 개념(유리한 경우의 수 / 전체 경우의 수)을 적용하고, 분수의 뺄셈으로 차이를 구하는 문제야. 분모가 같으므로 분자끼리 빼면 돼.

💡 확률의 차이가 1/9이라는 건, 공을 9번 꺼내면 평균적으로 딱 1번 정도 빨간 공이 파란 공보다 더 유리하다는 뜻이에요!

Q229 논리·전략 심화

A, B, C 세 사람이 있습니다.
- A는 '우리 셋 중에 진실을 말하는 사람은 한 명도 없다'라고 말했습니다.
- B는 'A는 진실을 말하고 있다'라고 말했습니다.
- C는 'B는 거짓말쟁이다'라고 말했습니다.

각 사람은 항상 진실만 말하거나 항상 거짓말만 합니다. 진실을 말하는 사람은 누구인가요?

①) ① A와 B

②) ② A와 C

③) ③ B만

④) ④ C만

🎯 **정답: ④ C만**

📖 1단계: A의 말 '우리 셋 중에 진실을 말하는 사람은 한 명도 없다'를 분석합니다.
- 만약 A가 진실쟁이라면 이 말이 참이어야 하므로 '세 사람 모두 거짓말쟁이'가 되어 A 자신도 거짓말쟁이여야 합니다. 이는 A가 진실쟁이라는 것과 모순입니다.
- 따라서 A는 거짓말쟁이입니다.
- A가 거짓말쟁이이므로 A의 말은 거짓입니다. 즉 '진실을 말하는 사람이 한 명도 없다'가 거짓이므로, 셋 중 적어도 한 명은 진실쟁이입니다.

2단계: B는 'A는 진실을 말한다'고 했는데 A는 거짓말쟁이이므로, B의 말은 거짓 → B도 거짓말쟁이입니다.

3단계: C는 'B는 거짓말쟁이다'라고 했고 B는 실제로 거짓말쟁이이므로, C의 말은 참 → C는 진실쟁이입니다. (이로써 '적어도 한 명은 진실쟁이'라는 조건도 충족됩니다.)

∴ 진실을 말하는 사람은 C만입니다.

🧠 풀이 전략: '나는 거짓말쟁이다'라는 자기참조 역설(거짓말쟁이 역설)을 분석하는 것이 핵심이야. 진실쟁이는 절대 자신을 거짓말쟁이라 할 수 없으므로 A는 거짓말쟁이로 확정되고, 이후 연쇄적으로 B, C의 진위를 판별할 수 있어.

💡 이것은 유명한 '거짓말쟁이 역설'의 변형이에요. 고대 그리스의 에피메니데스가 '크레타 사람은 모두 거짓말쟁이다'라고 말한 데서 시작되었답니다!

Q230 분수 연산 추론

다음 세 분수를 작은 것부터 크기 순서대로 나열하시오.

3/7, 5/11, 4/9

통분하지 않고 비교하는 방법도 생각해 보세요.

①) ① 3/7 < 4/9 < 5/11
②) ② 3/7 < 5/11 < 4/9
③) ③ 5/11 < 4/9 < 3/7
④) ④ 4/9 < 3/7 < 5/11

🎯 **정답: ① 3/7 < 4/9 < 5/11**

📖 1단계: 교차곱(크로스 곱)으로 두 분수씩 비교합니다.
3/7 vs 4/9: 3×9=27, 4×7=28 → 27<28이므로 3/7 < 4/9

2단계: 4/9 vs 5/11: 4×11=44, 5×9=45 → 44<45이므로 4/9 < 5/11

3단계: 따라서 3/7 < 4/9 < 5/11

검증: 1/2=0.5 기준으로 보면
3/7≈0.4286, 4/9≈0.4444, 5/11≈0.4545
모두 1/2보다 작고, 순서가 맞습니다.

🧠 풀이 전략: 세 분수의 크기를 비교할 때 모두 통분하면 분모가 매우 커져. 대신 교차곱(a/b vs c/d → ad vs bc)을 이용해 두 개씩 비교하는 것이 훨씬 효율적이야. 또한 '1/2에서 얼마나 부족한지' 비교하는 보충 전략도 유용해.

💡 이 세 분수는 모두 (n+1)/(2n+3) 꼴이에요. n=1이면 2/5, n=2이면 3/7, n=3이면 4/9, n=4이면 5/11. 이 수열은 1/2에 점점 가까워 진답니다!

Q231 소수 연산과 추정

0.333…을 분수로 나타내면 1/3입니다.
그렇다면 0.999…(9가 무한히 반복)을 분수로 나타내면 얼마인가요?
이것이 정말로 그 값과 같은지 두 가지 방법으로 설명해 보세요.

①) ① 9/10

②) ② 99/100

③) ③ 1

④) ④ 1보다 아주 조금 작은 수

🎯 **정답: ③ 1**

📖 1단계 (방법 1 - 분수 이용):
0.333… = 1/3
양변에 3을 곱하면:
0.333… × 3 = 1/3 × 3
0.999… = 1

2단계 (방법 2 - 식 세우기):
x = 0.999…로 놓으면
10x = 9.999…
10x - x = 9.999… - 0.999…
9x = 9
x = 1

3단계: 따라서 0.999…는 정확히 1과 같습니다.
'아주 조금 작다'고 느낄 수 있지만, 무한히 반복되는 9는 수학적으로 정확히 1입니다.

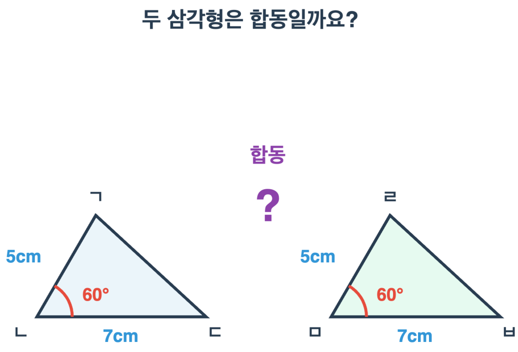
🧠 풀이 전략: 순환소수를 분수로 바꾸는 표준 기법(10배 하고 빼기)과 이미 알고 있는 1/3=0.333…을 활용하는 두 가지 접근법을 모두 시도해야 해. 직관과 수학적 증명이 다를 수 있다는 점을 인식하는 것이 중요해.

💡 0.999…=1이라는 사실은 수학에서 가장 유명한 '직관과 다른 사실' 중 하나예요. 대학생들도 처음에는 믿기 어려워한답니다!

Q232 합동·대칭 심화

아래 그림에서 삼각형 ㄱㄴㄷ과 삼각형 ㄹㅁㅂ이 있습니다.
- 변 ㄱㄴ = 변 ㄹㅁ = 5cm
- 변 ㄴㄷ = 변 ㅁㅂ = 7cm
- ∠ㄱㄴㄷ = 60°, ∠ㄹㅁㅂ = 60°

두 삼각형은 합동인가요? 합동이라면 어떤 합동 조건에 해당하나요?



①) ① 합동이다 (SSS 조건)
②) ② 합동이다 (SAS 조건)
③) ③ 합동이다 (ASA 조건)
④) ④ 합동인지 알 수 없다

🎯 **정답: ② 합동이다 (SAS 조건)**

📖 1단계: SAS(Side-Angle-Side) 합동 조건을 확인합니다.
두 변과 그 끼인각이 각각 같으면 합동입니다.

2단계: 확인
- 변 ㄱㄴ = 변 ㄹㅁ = 5cm (한 변)
- ∠ㄱㄴㄷ = ∠ㄹㅁㅂ = 60° (끼인각)
- 변 ㄴㄷ = 변 ㅁㅂ = 7cm (다른 변)
→ 60°는 두 변 5cm와 7cm 사이의 끼인각입니다.

3단계: 두 변과 그 끼인각이 각각 같으므로 SAS 합동 조건에 의해 두 삼각형은 합동입니다.

주의: 만약 60°가 끼인각이 아니라 다른 위치의 각이었다면 합동이 보장되지 않을 수 있습니다.

🧠 풀이 전략: 삼각형 합동 조건 중 SAS를 판별하는 문제야. 핵심은 주어진 각이 두 변의 '끼인각'인지 확인하는 거야. ∠ㄴ은 변 ㄱㄴ과 변 ㄴㄷ 사이의 각이므로 끼인각이 맞아. SSS(세 변), SAS(두 변과 끼인각), ASA(두 각과 끼인변) 중 해당하는 것을 골라야 해.

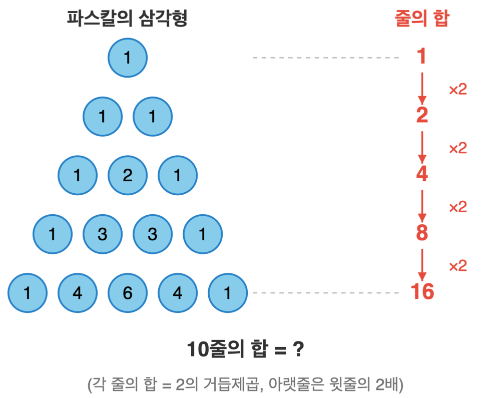
💡 SAS 합동은 건축에서 삼각형 구조물의 안정성을 보장하는 원리예요. 두 기둥의 길이와 사이 각도만 같으면 똑같은 삼각형이 만들어지거든요!

Q233 융합·탐구 문제

파스칼의 삼각형에서 각 줄의 수를 모두 더하면 규칙이 있습니다.

1줄: 1 → 합: 1
2줄: 1, 1 → 합: 2
3줄: 1, 2, 1 → 합: 4
4줄: 1, 3, 3, 1 → 합: 8
5줄: 1, 4, 6, 4, 1 → 합: 16

10줄의 합은 얼마인가요?



①) ① 256
②) ② 512
③) ③ 1024
④) ④ 2048

🎯 **정답: ② 512**
📖 1단계: 각 줄의 합의 규칙을 찾습니다.
1줄: 1 = 2^0
2줄: 2 = 2^1
3줄: 4 = 2^2
4줄: 8 = 2^3
5줄: 16 = 2^4
n줄의 합 = 2^(n-1)

2단계: 규칙의 이유를 이해합니다.
각 줄의 수는 윗줄의 인접한 두 수의 합입니다. 윗줄의 각 수는 아랫줄에서 정확히 2번씩 사용되므로, 아랫줄의 합은 윗줄 합의 2배입니다.

3단계: 10줄의 합 = 2^(10-1) = 2^9 = 512

🧠 풀이 전략: 패턴을 발견하고 일반화하는 귀납적 추론 문제야. 먼저 각 줄의 합이 2의 거듭제곱임을 발견하고, n줄의 합 = 2^(n-1)이라는 공식을 세워야 해. 왜 매번 2배가 되는지 구조적 이유도 이해하면 더 깊은 학습이 돼.

💡 파스칼의 삼각형에는 놀라운 비밀이 숨어 있어요. 대각선을 따라 읽으면 피보나치 수열(1,1,2,3,5,8,13…)이 나타난답니다!

Q234 분수 연산 추론

다음 분수의 합을 구하세요.
1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20 + 1/30
(힌트: 각 분수를 두 단위분수의 차로 나타내 보세요.)

①) ① 4/5

②) ② 5/6

③) ③ 7/8

④) ④ 1

🎯 **정답: ② 5/6**

📖 1단계: 각 분수를 분해합니다.
1/2 = 1/1 − 1/2
1/6 = 1/2 − 1/3
1/12 = 1/3 − 1/4
1/20 = 1/4 − 1/5
1/30 = 1/5 − 1/6

2단계: 모두 더하면 중간 항이 서로 상쇄됩니다.
(1 − 1/2) + (1/2 − 1/3) + (1/3 − 1/4) + (1/4 − 1/5) + (1/5 − 1/6)
= 1 − 1/6

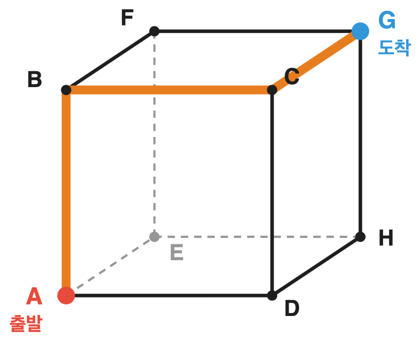
3단계: 1 − 1/6 = 6/6 − 1/6 = 5/6

🧠 풀이 전략: 분모를 관찰하면 2=1×2, 6=2×3, 12=3×4, 20=4×5, 30=5×6으로 연속 자연수의 곱입니다. 1/(n(n+1)) = 1/n − 1/(n+1)이라는 부분분수 분해를 이용하면, 중간 항이 모두 소거되는 '망원 합(telescoping sum)' 전략을 쓸 수 있습니다.

💡 이런 합을 '망원경 합'이라고 합니다. 망원경처럼 쭉 접히듯 중간 항이 사라져서 처음과 끝만 남기 때문이에요!

Q235 입체도형 추론

정육면체의 한 꼭짓점 A에서 대각선 맞은편 꼭짓점 G까지 모서리를 따라 이동합니다. 최단 경로(가장 적은 수의 모서리)로 갈 때, 서로 다른 최단 경로는 모두 몇 가지인가요?



①) ① 3가지
②) ② 4가지
③) ③ 6가지
④) ④ 8가지

🎯 **정답: ③ 6가지**
📖 1단계: A에서 G까지는 가로, 세로, 높이 3방향을 각각 1번씩 이동해야 하므로 최소 3개의 모서리를 지납니다.

2단계: 3방향(가로, 세로, 높이)을 어떤 순서로 이동하느냐에 따라 경로가 달라집니다.

3단계: 3가지 방향을 나열하는 순서의 수 = 3! = 3×2×1 = 6가지입니다.
예: (가로→세로→높이), (가로→높이→세로), (세로→가로→높이), (세로→높이→가로), (높이→가로→세로), (높이→세로→가로)
🧠 풀이 전략: 정육면체에서 대각선 맞은편 꼭짓점은 3차원 좌표로 (0,0,0)과 (1,1,1)에 해당합니다. 각 축 방향으로 정확히 1칸씩 이동해야 하므로, 이것은 '3가지 서로 다른 것의 순열' 문제로 바뀝니다.
💡 이 문제는 '순열'이라는 수학 개념과 연결됩니다. 가로·세로·높이를 어떤 순서로 갈지 정하는 것이니까요!

Q236 소수 연산과 추정

5.6 ÷ 0.08 의 몫과 560 ÷ 8 의 몫이 같은 이유를 올바르게 설명한 것은 어느 것인가요?

①) ① 소수점을 무시해도 나눗셈 결과는 항상 같으므로
②) ② 나누어지는 수와 나누는 수에 같은 수를 곱해도 몫은 변하지 않으므로
③) ③ 두 식의 나머지가 같으므로
④) ④ 소수를 자연수로 바꾸면 값이 커지지만 몫은 작아지므로

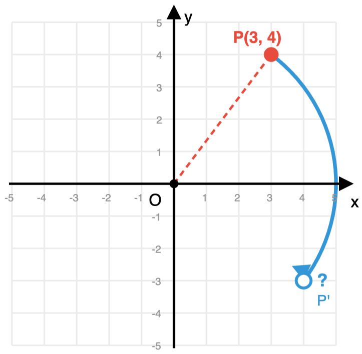
🎯 **정답: ② 나누어지는 수와 나누는 수에 같은 수를 곱해도 몫은 변하지 않으므로**
📖 1단계: 5.6 ÷ 0.08에서 나누어지는 수와 나누는 수에 각각 100을 곱합니다.
5.6 × 100 = 560, 0.08 × 100 = 8

2단계: 나눗셈의 성질에 의해 a ÷ b = (a×c) ÷ (b×c) 이므로 5.6 ÷ 0.08 = 560 ÷ 8 입니다.

3단계: 560 ÷ 8 = 70 이므로 5.6 ÷ 0.08 = 70 입니다.
🧠 풀이 전략: 나눗셈에서 피제수와 제수에 0이 아닌 같은 수를 곱하면 몫이 변하지 않는다는 '나눗셈의 성질'을 이해하고 있는지 확인하는 문제입니다. 단순 계산이 아니라 '왜 같은지' 이유를 묻습니다.
💡 이 성질은 분수에서도 똑같이 적용돼요. 분자와 분모에 같은 수를 곱해도 분수의 값이 변하지 않는 것과 같은 원리입니다!

Q237 합동·대칭 심화

좌표 평면 위에 점 P(3, 4)가 있습니다. 이 점을 원점 O(0, 0)을 중심으로 시계 방향 90° 회전시킨 점 P'의 좌표를 구하세요.



①) ① (4, –3)

②) ② (–4, 3)

③) ③ (–3, –4)

④) ④ (4, 3)

🎯 **정답: ① (4, –3)**

📖 1단계: 원점 중심 시계 방향 90° 회전의 규칙을 찾습니다.
점 (x, y) → (y, –x)

2단계: P(3, 4)에 적용합니다.
x=3, y=4 → (4, –3)

3단계: 검증 — 원점에서 P까지의 거리 = √(9+16) = 5, 원점에서 P'까지의 거리 = √(16+9) = 5 (거리 보존 ✓). 또한 OP와 OP'가 이루는 각도가 90°인지 내적으로 확인: 3×4 + 4×(–3) = 12–12 = 0 ✓

🧠 풀이 전략: 회전 변환에서는 거리가 보존되고 각도만 변합니다. 시계 방향 90° 회전 규칙 (x,y)→(y,–x)를 기억하거나, 구체적인 점(예: (1,0)→(0,–1))으로 규칙을 유도할 수 있습니다.

💡 반시계 방향 90° 회전은 (x,y)→(–y,x)입니다. 시계와 반시계에서 부호가 바뀌는 것을 주의하세요!

Q238 분수 연산 추론

어떤 분수 □에 대해 (□ + 1/3) × 3/5 = 7/10 이 성립합니다. □에 들어갈 분수를 구하세요.

①) ① 1/2

②) ② 2/3

③) ③ 5/6

④) ④ 7/9

🎯 **정답: ③ 5/6**

📖 1단계: 양변을 3/5으로 나눕니다(= 5/3을 곱합니다).
□ + 1/3 = 7/10 × 5/3 = 35/30 = 7/6

2단계: 양변에서 1/3을 뺍니다.
□ = 7/6 − 1/3 = 7/6 − 2/6 = 5/6

3단계: 검증 — (5/6 + 1/3) × 3/5 = (5/6 + 2/6) × 3/5 = 7/6 × 3/5 = 21/30 = 7/10 ✓

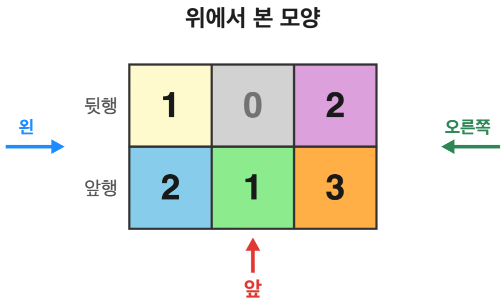
🧠 풀이 전략: 분수 등식에서 미지수를 구하려면 역연산을 순서대로 적용해야 합니다. 먼저 곱셈을 나눗셈으로 풀고, 그 다음 덧셈을 뺄셈으로 풀어서 □를 고립시킵니다. 연산의 역순으로 진행하는 것이 핵심입니다.

💡 이런 문제 풀이 방식을 '역연산(inverse operation)'이라고 합니다. 방정식을 푸는 가장 기본적인 전략이에요!

Q239 입체도형 추론

쌓기나무로 만든 모양을 위에서 본 그림에 각 자리의 쌓기나무 개수가 적혀 있습니다. 앞에서 본 모양과 오른쪽 옆에서 본 모양의 칸 수(색칠된 정사각형 수)를 각각 구하세요.

위에서 본 배치도(2행 3열):
앞행: 2 1 3
뒷행: 1 0 2
(앞에서 볼 때 앞행이 보입니다)



①) ① 앞: 6칸, 옆: 4칸
②) ② 앞: 7칸, 옆: 5칸
③) ③ 앞: 7칸, 옆: 4칸
④) ④ 앞: 6칸, 옆: 5칸

🎯 **정답: ④ 앞: 6칸, 옆: 5칸**
📖 1단계: 앞에서 본 모양은 각 열(세로줄)에서 가장 높은 값이 그 열의 높이가 됩니다.
1열: max(2,1)=2, 2열: max(1,0)=1, 3열: max(3,2)=3.
앞에서 본 모양의 색칠 칸 수 = 2+1+3 = 6칸.
2단계: 오른쪽 옆에서 본 모양은 각 행(가로줄)에서 가장 높은 값이 그 행의 높이가 됩니다.
앞행: max(2,1,3)=3, 뒷행: max(1,0,2)=2.
옆에서 본 모양의 색칠 칸 수 = 3+2 = 5칸.
따라서 앞에서 본 모양은 6칸, 오른쪽에서 본 모양은 5칸입니다.
🧠 풀이 전략: 쌓기나무 투영도 문제는 각 방향에서 볼 때 '각 줄의 최댓값'이 보인다는 원리를 이용합니다. 앞에서 보면 열별 최댓값, 옆에서 보면 행별 최댓값이 됩니다.
💡 건축가와 엔지니어는 실제로 이런 '정면도, 측면도, 평면도'를 사용해서 건물을 설계해요. 이것을 '정투상도법'이라고 합니다!

Q240 소수 연산과 추정

1/7 = 0.142857142857… 로 여섯 자리가 반복됩니다. 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 무엇인가요?

①) ① 1

②) ② 4

③) ③ 8

④) ④ 7

🎯 **정답: ② 4**

📖 1단계: 반복 마디를 확인합니다. 1/7 = $0.14285\dot{7}$ 이고 반복 마디는 '142857'로 6자리입니다.

2단계: 50번째 자리가 반복 마디의 몇 번째인지 구합니다.
50 ÷ 6 = 8 … 2
나머지가 2이므로 반복 마디의 2번째 숫자입니다.

3단계: 반복 마디 '142857'에서 2번째 숫자는 '4'입니다.

🧠 풀이 전략: 순환소수 문제는 반복 마디의 길이를 파악한 뒤, 구하려는 위치를 마디 길이로 나눈 나머지로 해결합니다. 나머지가 0이면 마디의 마지막 숫자, 나머지가 k이면 마디의 k번째 숫자입니다.

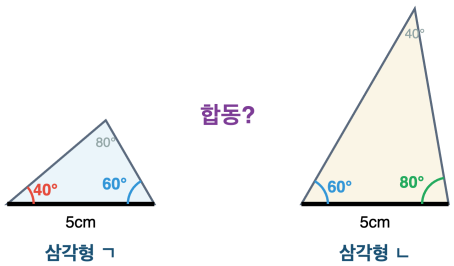
💡 1/7의 반복 마디 142857은 '순환수(cyclic number)'라는 특별한 성질을 가집니다. 142857 × 2 = 285714, × 3 = 428571 … 같은 숫자가 순환하죠!

📝 초5 수학 심화

총 10문제 · 문제와 정답·풀이 포함

Q241 합동·대칭 심화

삼각형 ㄱ은 한 변의 길이가 5cm이고 그 양 끝 각이 40°, 60°입니다. 삼각형 ㄴ은 한 변의 길이가 5cm이고 그 양 끝 각이 60°, 80°입니다. 두 삼각형은 합동인가요?



①) ① 합동이다 (ASA 조건)

②) ② 합동이다 (SAS 조건)

③) ③ 합동이 아니다 — 5cm 변이 대응하는 각의 위치가 다르다

④) ④ 정보가 부족하여 판별할 수 없다

🎯 **정답: ③ 합동이 아니다 — 5cm 변이 대응하는 각의 위치가 다르다**

📖 1단계: 각 삼각형의 세 각을 모두 구합니다.
삼각형 ㄱ: 40° + 60° + □ = 180° → □ = 80° ⇒ 세 각: 40°, 60°, 80°
삼각형 ㄴ: 60° + 80° + □ = 180° → □ = 40° ⇒ 세 각: 40°, 60°, 80°

2단계: 세 각이 같으므로 '닮음'이지만, '합동'이려면 대응하는 변의 길이도 같아야 합니다.

3단계: 삼각형 ㄱ에서 5cm 변의 양 끝 각은 40°와 60° → 이 변은 80°의 대변입니다.
삼각형 ㄴ에서 5cm 변의 양 끝 각은 60°와 80° → 이 변은 40°의 대변입니다.
80°의 대변과 40°의 대변은 길이가 다르므로, 두 삼각형은 합동이 아닙니다.

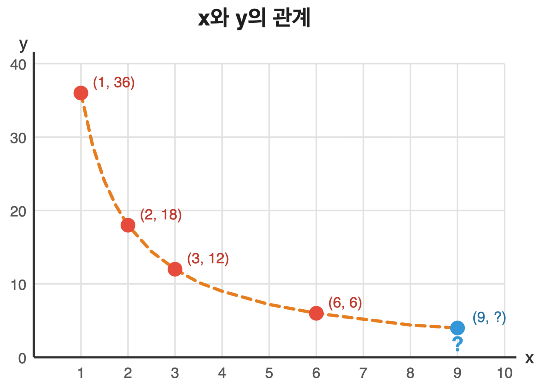
🧠 풀이 전략: 세 각이 같다고 바로 합동이라고 판단하면 안 됩니다. ASA 합동 조건은 '두 각과 그 끼인 변'이 일치해야 하는데, 같은 길이의 변이 서로 다른 각의 대변에 해당하면 합동이 아닙니다. 대응 관계를 꼼꼼히 따져야 합니다.

💡 세 각이 같지만 합동이 아닌 삼각형은 '닮음'입니다. 닮음은 모양이 같고 크기만 다른 관계예요!

Q242 규칙과 함수

아래 표에서 x와 y의 관계를 찾고, x가 9일 때 y의 값을 구하세요. 이 관계는 정비례인가요, 반비례인가요?

x	1	2	3	6	9
y	36	18	12	6	?



①) ① 3 (정비례)
②) ② 4 (반비례)
③) ③ 6 (정비례)
④) ④ 9 (반비례)

🎯 **정답: ② 4 (반비례)**

📖 1단계: x × y 의 값을 확인합니다.
1 × 36 = 36, 2 × 18 = 36, 3 × 12 = 36, 6 × 6 = 36
x × y = 36 으로 일정합니다.

2단계: x × y = 일정(36) 이므로 반비례 관계입니다. y = 36/x

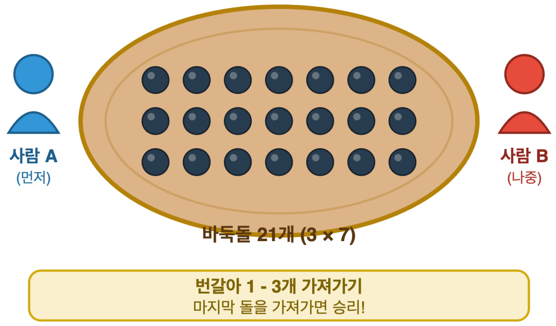
3단계: x = 9일 때 y = 36 ÷ 9 = 4

🧠 풀이 전략: 표에서 x와 y의 관계를 찾을 때, 먼저 x×y가 일정한지(반비례), y/x가 일정한지(정비례) 확인합니다. 곱이 일정하면 반비례, 비가 일정하면 정비례입니다.

💡 반비례 그래프는 '쌍곡선'이라는 곡선을 그립니다. x가 커질수록 y는 0에 가까워지지만 절대 0이 되지는 않아요!

Q243 논리·전략 심화

탁자 위에 바둑돌 21개가 있습니다. 두 사람이 번갈아 가며 1개, 2개, 또는 3개를 가져갈 수 있습니다. 마지막 돌을 가져가는 사람이 이깁니다. 먼저 시작하는 사람의 필승 전략은 무엇인가요?



①) ① 처음에 1개를 가져간다

②) ② 처음에 2개를 가져간다

③) ③ 처음에 3개를 가져간다

④) ④ 후공이 무조건 유리하다

🎯 **정답: ① 처음에 1개를 가져간다**

📖 1단계: 핵심 원리를 찾습니다. 두 사람이 한 턴에 가져가는 합이 항상 4가 되게 만들 수 있으면 유리합니다. (상대가 n개 가져가면 나는 4−n개 가져감)

2단계: 21 = 5 × 4 + 1 이므로, 먼저 1개를 가져가서 20개를 남기면 됩니다.

3단계: 이후 상대가 몇 개를 가져가든 (4 − 상대가 가져간 수)개를 가져가면 매번 4개씩 줄어듭니다.
20 → 16 → 12 → 8 → 4 → 0
마지막 돌을 반드시 내가 가져가게 됩니다.

🧠 풀이 전략: 이런 게임(님 게임의 변형)에서는 '불변량'을 찾는 것이 핵심입니다. 한 턴에 최대 k개를 가져갈 수 있다면, 매 라운드에 (k+1)개씩 줄이는 전략을 세웁니다. 남은 돌 수를 (k+1)로 나눈 나머지가 0이 되도록 만드는 사람이 이깁니다.

💡 이 게임은 수학에서 '님(Nim) 게임'이라고 합니다. 1901년 하버드 대학의 찰스 바우튼 교수가 처음 수학적으로 완벽히 분석했어요!

Q244 자료와 확률 추론

주사위 두 개를 동시에 던질 때, 두 눈의 합이 7이 될 경우의 수와 합이 6이 될 경우의 수를 각각 구하고, 어느 합이 더 나오기 쉬운지 판단하세요.

①) ① 합 6이 더 나오기 쉽다

②) ② 합 7이 더 나오기 쉽다

③) ③ 둘 다 같다

④) ④ 비교할 수 없다

🎯 **정답: ② 합 7이 더 나오기 쉽다**

📖 1단계: 합이 7인 경우를 나열합니다.
(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) → 6가지

2단계: 합이 6인 경우를 나열합니다.
(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1) → 5가지

3단계: 전체 36가지 중 합 7은 6/36 = 1/6, 합 6은 5/36 입니다. 1/6 > 5/36 이므로 합 7이 더 나오기 쉽습니다.

🧠 풀이 전략: 주사위 두 개의 합 문제는 모든 경우를 표로 정리해서 체계적으로 세는 것이 가장 확실합니다. 합이 7인 경우가 가장 많은데, 이는 7이 두 주사위 범위(2~12)의 정중앙이기 때문입니다.

💡 주사위 두 개의 합 중 7이 가장 잘 나오는 이유로, 보드게임 '카탄의 개척자'에서는 7이 나오면 도둑이 움직이는 규칙이 있어요!

Q245 융합·탐구 문제

직사각형 모양의 초콜릿이 6×8 = 48칸으로 나뉘어 있습니다. 이 초콜릿을 한 칸짜리 48개로 완전히 분리하려고 합니다. 한 번 쪼갤 때 하나의 조각을 일직선으로 한 번만 자를 수 있습니다. 최소 몇 번 쪼개야 하나요?

①) ① 12번

②) ② 14번

③) ③ 47번

④) ④ 48번

🎯 **정답: ③ 47번**

📖 1단계: 핵심 관찰을 합니다. 한 번 쪼갤 때마다 조각의 수가 정확히 1개 늘어납니다 (하나의 조각이 두 조각으로 나뉘므로).

2단계: 처음 1조각에서 48조각이 되어야 하므로, 조각 수가 47번 늘어나야 합니다.

3단계: 따라서 최소 47번 쪼개야 합니다. 이것은 쪼개는 순서나 방향에 관계없이 항상 47번입니다.

※ 함정: 칸 사이의 금만 세면 가로로 6칸을 가르는 금 5개 + 세로로 8칸을 가르는 금 7개 = 12번(보기 ①)으로 생각하기 쉽습니다. 하지만 12번은 '여러 조각을 겹쳐서 한꺼번에 자를 수 있을 때'에만 가능한 답입니다. 이 문제는 한 번에 '하나의 조각'만 자를 수 있어 겹쳐 자르기가 불가능하므로, 매번 조각이 1개씩만 늘어 47번이 필요합니다. (보기 ②의 14는 6+8처럼 칸 수를 잘못 더한 값, ④의 48은 마지막에 1을 빼지 않은 값입니다.)

🧠 풀이 전략: 이 문제의 핵심은 '한 번 자를 때 하나의 조각만 자를 수 있다'는 조건입니다. 여러 조각을 겹쳐 자를 수 없으므로, 매번 조각이 정확히 1개씩 늘어납니다. '조각 수의 변화'라는 불변량에 주목하면 답이 n−1임을 알 수 있습니다.

💡 이 문제는 '수학적 귀납법'의 좋은 예시입니다. n칸 초콜릿은 항상 n−1번 쪼개야 한다는 것을 귀납법으로 증명할 수 있어요!

Q246 약수·배수 심화

어떤 자연수의 약수를 모두 더하면 그 수 자체의 2배가 됩니다. 이런 수를 '완전수'라고 해요. 6의 약수는 1, 2, 3, 6이고 합은 12=6×2이므로 6은 완전수입니다. 다음 중 완전수인 것은 어느 것일까요?

①) ① 12

②) ② 24

③) ③ 28

④) ④ 36

🎯 **정답: ③ 28**

📖 1단계: 각 수의 약수를 구합니다.

• 12의 약수: 1,2,3,4,6,12 → 합=28 (12×2=24이므로 ✗)

• 24의 약수: 1,2,3,4,6,8,12,24 → 합=60 (24×2=48이므로 ✗)

• 28의 약수: 1,2,4,7,14,28 → 합=56 (28×2=56이므로 ✓)

• 36의 약수: 1,2,3,4,6,9,12,18,36 → 합=91 (36×2=72이므로 ✗)

2단계: 약수의 합이 자기 자신의 2배인 수는 28뿐입니다.

3단계: 참고로 완전수는 매우 드물어서 6, 28, 496, 8128… 순으로 나타납니다.

🧠 풀이 전략: 완전수의 정의를 이해한 뒤, 각 보기의 약수를 빠짐없이 나열하고 합을 구하는 전략입니다. 약수를 빠뜨리지 않으려면 쌍으로 찾는 방법(1×28, 2×14, 4×7)을 쓰면 효율적입니다.

💡 완전수는 지금까지 51개밖에 발견되지 않았고, 홀수 완전수가 존재하는지는 아직 아무도 모르는 수학 미해결 문제예요!

Q247 분수 연산 추론

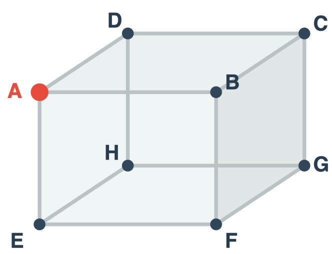
□ 안에 자연수를 넣어 두 조건을 동시에 만족시키려 합니다.
조건1: □/7 > 1/2
조건2: □/7 < 5/6
조건을 모두 만족하는 자연수 □는 모두 몇 개일까요?

①) ① 1개
②) ② 2개
③) ③ 3개
④) ④ 4개

🎯 **정답: ② 2개**
📖 1단계: 조건1 □/7 > 1/2를 풀면 □ > 7/2 = 3.5이므로 □ ≥ 4
2단계: 조건2 □/7 < 5/6을 풀면 □ < 35/6 ≈ 5.83…이므로 □ ≤ 5
3단계: 두 조건을 동시에 만족하는 자연수는 □ = 4, 5로 2개입니다.
검증: 4/7 ≈ 0.571 > 0.5 ✓, 4/7 ≈ 0.571 < 0.833 ✓ | 5/7 ≈ 0.714 > 0.5 ✓, 5/7 ≈ 0.714 < 0.833 ✓
🧠 풀이 전략: 분수 부등식 두 개를 각각 풀어 □의 범위를 구한 뒤 교집합을 찾는 전략입니다. 분모를 같게 통분하거나 교차곱셈으로 부등식을 정리하면 됩니다. 경계값이 자연수인지 아닌지 주의해야 합니다.
💡 이렇게 두 조건을 동시에 만족하는 범위를 찾는 것을 수학에서 '연립부등식'이라고 하며, 중학교에서 본격적으로 배워요.

Q248 입체도형 추론

정육면체의 한 꼭짓점 A에서 출발하여 모서리를 따라 이동합니다. 같은 모서리를 두 번 지나지 않으면서 정확히 6개의 모서리를 지나 다시 A로 돌아오려고 합니다. 이것이 가능할까요?



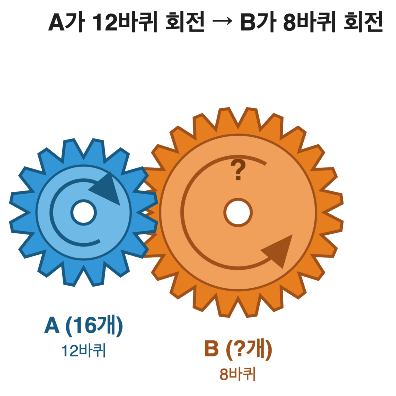
모서리 6개만 지나 A로 돌아올 수 있을까?

①) ① 가능하다
②) ② 불가능하다
③) ③ 5개만 지나면 가능하다
④) ④ 7개 이상 필요하다

🎯 **정답: ① 가능하다**
📖 1단계: 정육면체의 꼭짓점은 8개, 모서리는 12개입니다. 각 꼭짓점에서 3개의 모서리가 나옵니다.
2단계: 예시 경로: A→B→C→G→F→E→A. 이 경로는 모서리 6개를 지나며 같은 모서리를 반복하지 않고 A로 돌아옵니다.
3단계: 이 경로는 윗면 2개(AB, BC) + 세로 2개(CG, EA) + 아랫면 2개(GF, FE)의 모서리를 사용합니다. 6개의 꼭짓점을 방문하고 2개(D, H)는 방문하지 않습니다.
🧠 풀이 전략: 정육면체의 모서리 연결 구조(그래프)를 파악하고, 특정 길이의 순환 경로가 존재하는지 탐색하는 전략입니다. 짝수 길이의 닫힌 경로가 이분 그래프에서 가능한지 판단합니다.
💡 그래프 이론에서 이런 경로 문제를 '오일러 경로'와 '해밀턴 경로'로 구분해요. 오일러는 모든 모서리를, 해밀턴은 모든 꼭짓점을 지나는 경로를 찾는 문제예요!

Q249 규칙과 함수

톱니바퀴 A가 12번 회전할 때 톱니바퀴 B는 8번 회전합니다. 톱니바퀴 A의 톱니 수가 16개일 때, 톱니바퀴 B의 톱니 수는 몇 개일까요?



①) ① 20개
②) ② 22개
③) ③ 24개
④) ④ 28개

🎯 **정답: ③ 24개**

📖 1단계: 맞물린 톱니바퀴에서 (톱니 수)×(회전수)는 서로 같습니다.
2단계: A의 톱니 수 × A의 회전수 = B의 톱니 수 × B의 회전수이므로 16 × 12 = B × 8
3단계: 192 = 8 × B, B = 192 ÷ 8 = 24개입니다.
검증: 톱니가 많을수록 적게 회전하므로 B(24개) > A(16개)이고 회전수는 B(8번) < A(12번)으로 반비례 관계가 맞습니다.

🧠 풀이 전략: 맞물린 톱니바퀴에서 톱니 수와 회전수가 반비례 관계임을 이용합니다. 두 톱니바퀴가 맞물리면 지나가는 톱니 총수가 같다는 원리를 세워 등식으로 풀어냅니다.

💡 자전거의 기어 변속도 이 원리를 이용해요! 앞 톱니바퀴를 크게, 뒷 톱니바퀴를 작게 하면 페달 한 번에 뒷바퀴가 더 많이 돌아 속도가 빨라져요.

Q250 약수·배수 심화

1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이면서 동시에 5의 배수인 수는 몇 개인지, 그리고 3의 배수 또는 5의 배수인 수는 몇 개인지 차례로 구하세요.

①) ① 6개, 47개
②) ② 6개, 40개
③) ③ 7개, 46개
④) ④ 7개, 47개

🎯 **정답: ① 6개, 47개**

📖 1단계: 3의 배수이면서 5의 배수 = 15의 배수(LCM=15)입니다. 100÷15=6…10이므로 6개(15,30,45,60,75,90).
2단계: 3의 배수: 100÷3=33…1 → 33개. 5의 배수: 100÷5=20 → 20개.
3단계: 포함-배제 원리를 적용합니다. 3의 배수 또는 5의 배수 = 33 + 20 − 6 = 47개.
핵심: '이면서(AND)'는 교집합, '또는(OR)'은 합집합이며, 합집합 = A + B − 교집합입니다.

🧠 풀이 전략: 포함-배제(inclusion-exclusion) 원리를 적용하는 문제입니다. 먼저 '이면서'(교집합)를 LCM으로 구하고, '또는'(합집합)은 각각의 개수를 더한 뒤 겹치는 부분을 빼는 전략입니다.

💡 이 포함-배제 원리를 확장하면 에라토스테네스의 체로 소수를 찾는 방법과 연결돼요. 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수…를 차례로 지워나가는 것이죠!